

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

Rozprawa doktorska

**MODELOWANIE PRZEPŁYWU CIEPŁA PRZEZ
POWIERZCHNIĘ KONTAKTU CIAŁ CHROPOWATYCH
W PROCESACH PRZERÓBKI PLASTYCZNEJ**

mgr inż. Przemysław Sadowski

Promotor:

doc. dr hab. Stanisław Stupkiewicz

Warszawa 2008

Spis treści

1. Wprowadzenie	5
2. Modelowanie kontaktu ciał chropowatych	11
2.1. Wybrane modele w zakresie małych wartości α	11
2.2. Model wyznaczania α dla obliczeń cieplnych	16
2.3. Rzeczywista powierzchnia kontaktu w procesach przeróbki plastycznej	21
2.3.1. Makroskopowa deformacja materiału	21
2.3.2. Wpływ tarcia	22
2.4. Podsumowanie	24
3. Przepływ ciepła przez powierzchnię kontaktu	27
3.1. Mechanizmy transportu ciepła	27
3.2. Podstawowe równania	28
3.3. Kontaktowy opór cieplny	30
3.4. Eksperymentalne i teoretyczne wyznaczanie R_c	32
3.4.1. Badania doświadczalne	33
3.4.2. Wybrane modele	35
3.5. Podsumowanie	39
4. Dwuskalowy model przewodzenia ciepła	41
4.1. Sformułowanie zadania	41
4.2. Mikroskopowy problem brzegowy	42
4.3. Obliczenia metodą elementów skończonych	44
4.3.1. Implementacja modelu	44
4.3.2. Schemat obliczeń	45
4.3.3. Wyniki obliczeń	46
4.3.4. Aproksymacja wyników	49
4.4. Weryfikacja zaproponowanego modelu	50
4.4.1. Porównanie wyników dla małych wartości α	50
4.4.2. Porównanie z modelem WSL	53
4.5. Podsumowanie	55
5. Wpływ wybranych czynników na wartość kontaktowego oporu cieplnego	57
5.1. Całkowanie numeryczne	57
5.2. Warunki brzegowe	61
5.3. Reprezentatywność	61
5.4. Kąt pochylenia nierówności	64
5.5. Rozkład obszarów rzeczywistego styku	65

5.6.	Stosunek współczynników przewodności cieplnej	66
5.7.	Ruch względny ciał	68
5.7.1.	Metoda SUPG	69
5.7.2.	Wpływ prędkości na h_{eff}	72
5.8.	Podsumowanie	74
6.	Długość charakterystyczna chropowatości	77
6.1.	Kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła dla różnych powierzchni	77
6.2.	Długość charakterystyczna	78
6.3.	Korelacja pomiędzy długością charakterystyczną i parametrami chropowatości	83
6.4.	Podsumowanie	86
7.	Eksperymenty z wykorzystaniem testu SRT	87
7.1.	Smarowanie w przeróbce plastycznej	87
7.2.	Stanowisko pomiarowe	90
7.3.	Badanie granicy smarowania	91
7.3.1.	Modyfikacja powierzchni blachy	91
7.4.	Pomiar temperatury	94
7.4.1.	Przykładowe wyniki	96
7.5.	Wnioski końcowe	100
8.	Uproszczony model testu SRT	103
8.1.	Wprowadzenie	103
8.2.	Podstawowe zależności	104
8.3.	Porównanie z analizą termomechaniczną	108
8.4.	Wpływ gęstości siatki oraz długości kroku czasowego	111
8.5.	Identyfikacja parametrów modelu	112
8.6.	Podsumowanie	117
9.	Podsumowanie pracy	119
A.	Wpływ tarcia na spłaszczanie nierówności	123
A.1.	Sformułowanie problemu	123
A.2.	Podstawowe równania	123
A.3.	Implementacja modelu	126
A.4.	Przykładowe wyniki	126
	Bibliografia	133

Rozdział 1

Wprowadzenie

Powierzchnie ciał stałych nie są idealnie gładkie lecz z reguły pokryte nierównościami. Na rysunku 1.1 pokazano schematycznie kontakt dwóch ciał chropowatych. W zależności od przyjętego poziomu obserwacji widoczna jest gładka powierzchnia rozdziału, pojedyncze nierówności lub nierówności wyższego rzędu. Stosując coraz większe powiększenie dochodzi się do rozważań kontaktu na poziomie atomowym.

Brak możliwości uzyskania gładkich powierzchni sprawia, że kontakt ciał występuje jedynie w pewnych obszarach, nazywanych dalej *obszarami rzeczywistego styku*. Ich wielkość oraz rozkład w obrębie powierzchni nominalnej jest ściśle związany ze wzajemnym oddziaływaniem pojedynczych nierówności. Całkowity udział obszarów styku w nominalnej powierzchni kontaktu jest określony mianem *rzeczywistej powierzchni kontaktu* α , która jest jedną z podstawowych zmiennych opisujących warunki kontaktu.

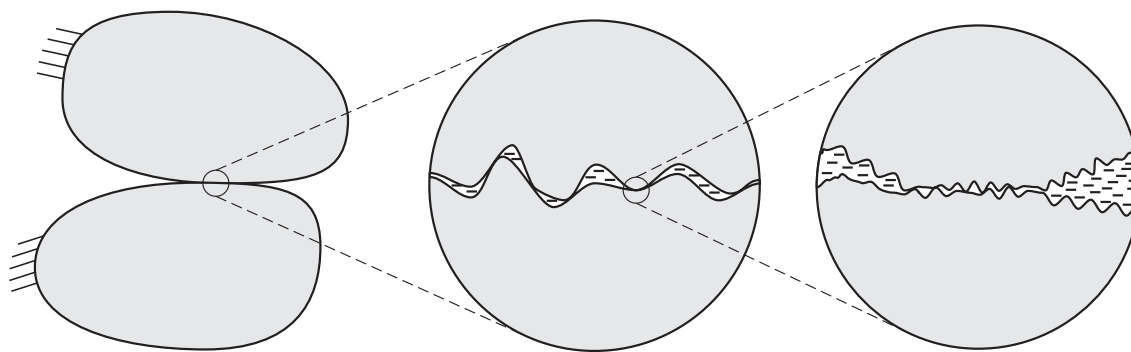
Wiele zjawisk kontaktowych oraz procesów zachodzących w strefie kontaktu, do których można zaliczyć tarcie oraz związane z nim zużycie, przepływ ciepła i prądu pomiędzy ciałami w kontakcie, smarowanie, zależy od rozkładu obszarów rzeczywistego styku i wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu. Wymienione czynniki mają z kolei wpływ na jakość wyrobów, trwałość narzędzi czy właściwości ciał.

Omawiane w pracy zjawiska kontaktowe rozpatrywane są na dwóch poziomach obserwacji. Analizowane zjawiska w skali mikro, która odpowiada nierównościom powierzchni, są lepiej poznane, a ich opis jest łatwiejszy (Stupkiewicz [94]). Uzyskane wyniki wykorzystuje się następnie do określenia właściwości ciał w skali makro. Te z kolei mogą być w prosty sposób użyte w modelowaniu skomplikowanych procesów, umożliwiając uwzględnienie podstawowych praw rządzących danym zjawiskiem.

Motywacja pracy

Motywacją do podjęcia prac opisanych w niniejszej rozprawie są zjawiska towarzyszące procesom przeróbki plastycznej. Powstające siły pomiędzy narzędziem, a przedmiotem obrabianym decydują o możliwościach kształtowania metali. Niewłaściwy przebieg procesu może prowadzić do uzyskania wadliwych powierzchni wyrobów (rysunek 1.2(a)) oraz zniszczenia narzędzi (rysunek 1.2(b)), co wiąże się z zatrzymaniem produkcji lub w najgorszym przypadku może prowadzić do zagrożenia zdrowia¹. Wymienionym niekorzystnym efektem towarzyszą zjawiska związane z ewolucją rzeczywistej powierzchni kontaktu, przerwaniem filmu olejowego, rysowaniem (ang. *scoring*) i zacieraniem (ang. *galling*) powierzchni.

¹Na przykład, stosowane na szeroką skalę oleje na bazie parafin chlorowanych (ang. *chlorinated paraffin oils*), choć skuteczne, są szkodliwe dla środowiska.



Rysunek 1.1: Kontakt ciał chropowatych – schemat.

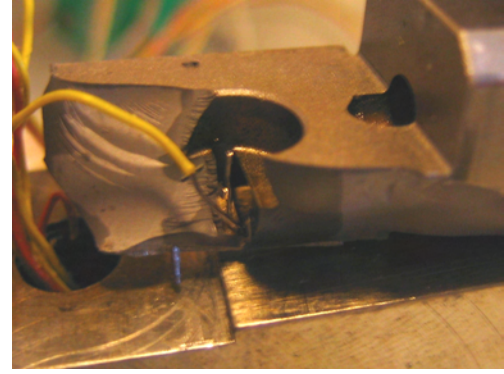
Puste przestrzenie pomiędzy ciałami mogą być wypełnione gazem, zanieczyszczeniami lub smarem. Gdy dodatkowo ciała znajdują się pod obciążeniem i mogą przemieszczać się względem siebie wówczas w strefie kontaktu zachodzi wiele powiązanych ze sobą zjawisk. Wzajemne zbliżanie się ciał oraz tarcie będą powodować ich deformację, a zatem i odkształcenia nierówności powierzchni. Zmieniającej się w trakcie procesu geometrii powierzchni ciał towarzyszy zmiana temperatury. Ta z kolei wpływa bezpośrednio na właściwości wszystkich elementów składowych rozpatrywanego zagadnienia. W warunkach zmiennego ciśnienia i temperatury mogą zachodzić reakcje chemiczne pomiędzy ciałami, a materią wypełniającą pustki. Liczba zjawisk zachodzących w strefie wzajemnego oddziaływania ciał oraz ich wzajemne powiązania powodują trudności w ich opisie, a ponieważ zagadnienia kontaktu ciał dotyczą zarówno życia codziennego jak i wielu dziedzin techniki zainteresowanie tą tematyką jest ciągle aktualne.

Wymienione problemy spotykane w procesach przeróbki plastycznej metali oraz towarzyszące im zjawiska były rozważane, zarówno od strony praktycznej jak i teoretycznej, podczas prac prowadzonych w ramach projektu ENLUB [26], w którym autor brał udział. Celem projektu było, tam gdzie jest to możliwe, wprowadzenie do produkcji smarów, które nie są szkodliwe dla środowiska, a jednocześnie są równie skuteczne jak parafiny chlorowane. Warunki tarcia oraz smarowania w procesach przeróbki plastycznej zależą od wielu parametrów. Należą do nich m.in. temperatura, właściwości mechaniczne narzędzi, przedmiotu obrabianego i smaru, geometria, topografia powierzchni kontaktowych, parametry procesu takie jak ciśnienia kontaktowe, prędkość oraz wiele innych. Zbadanie wpływu wszystkich parametrów na proces formowania metalu nie jest możliwe ze względu na ich liczbę oraz wzajemne powiązania. W tym celu opracowano szereg testów, które dostarczyły wyników eksperymentalnych, bardzo potrzebnych w pracach teoretycznych, jak również pozwoliły na lepsze poznanie niektórych zjawisk towarzyszących procesom przeróbki plastycznej.

Temperatura jest jednym z ważniejszych parametrów decydujących o przebiegu procesu. W procesach prowadzonych na zimno jej wartość na powierzchniach roboczych narzędzia może osiągać 80-100°C, a lokalnie przekraczać nawet 200°C. Dokładniejsze poznanie zjawiska przepływu ciepła pomiędzy elementami składowymi danego procesu, generowanego na skutek tarcia i odkształceń plastycznych, może umożliwić lepszą kontrolę zmian temperatury.



(a)



(b)

Rysunek 1.2: Skutki nieprawidłowej obróbki plastycznej na przykładzie testów laboratoryjnych: (a) przerwana próbka z widocznymi zarysowaniami powierzchni powstałymi na skutek przzerwania filmu olejowego i (b) uszkodzenie narzędzia pomiarowego powstałe w wyniku wadliwego smarowania powierzchni roboczych.

Cel i zakres pracy

Nierówności powierzchni, wypełniający pustki płyn, zanieczyszczenia, tlenki powodują, że płynące ciepło napotyka na opór. Rozkład wartości kontaktowego oporu będzie decydował o rozkładzie temperatury w ciałach pary kontaktowej oraz pomiędzy nimi.

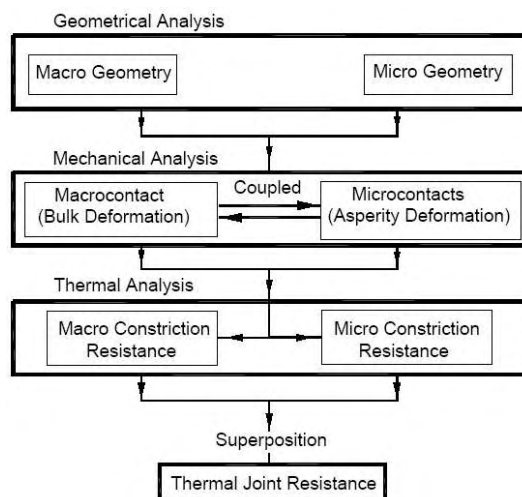
Głównym celem pracy jest opracowanie modelu przewodzenia ciepła pomiędzy stykającymi się chropowatymi ciałami, który mógłby zostać wykorzystany w symulacjach procesów przeróbki plastycznej. O wartości kontaktowej przewodności cieplnej decyduje w głównej mierze aktualna wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu, która zmienia się od zera do niemal jedności w rozpatrywanym obszarze zagadnień. Równie ważnym czynnikiem jest rozkład obszarów rzeczywistego styku.

Większość znanych modeli nie pozwala na wyznaczenie kontaktowego oporu dla dużych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu. W symulacjach procesów przeróbki plastycznej często przyjmuje się stałą wartość kontaktowej przewodności w obszarze nominalnego styku. Biorąc pod uwagę zależność oporu od wielu czynników, które są obecne podczas kształtowania metalu, jest to silne uproszczenie.

Zakres poruszanych w pracy zagadnień dotyczy przepływu ciepła pomiędzy chropowatymi ciałami w kontakcie dla całego zakresu zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu. Pominięto sprzężenia termomechaniczne przyjmując, że znany jest rozkład obszarów rzeczywistego styku. Rozważania, w których wykorzystano rzeczywiste topografie powierzchni uzyskane metodą profilometrii skaningowej, ograniczono do procesów przeróbki plastycznej metali. Jednak zaproponowany sposób wyznaczenia efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła może być zastosowany również w innych przypadkach, gdzie wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu przyjmuje duże wartości (np. jedno ze stykających się ciał jest elastomerem).

Układ pracy

Zgodnie z propozycją Bahramiego [7] oraz Yovanovicha [115] uzyskanie modelu kontaktowego oporu cieplnego polega na rozwiązaniu trzech zagadnień. Są to analiza geome-



Rysunek 1.3: Koncepcja modelowania kontaktowego oporu cieplnego – schemat zaproponowany przez Bahramiego [7].

tryczna, która dostarcza ilościowego opisu topografii powierzchni kontaktujących się ciał, analiza mechaniczna opisująca deformację ciał i spłaszczanie nierówności oraz analiza termiczna, w której określa się przepływ ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie (por. schemat na rysunku 1.3). Pomijając wpływ temperatury na geometrię powierzchni oraz właściwości mechaniczne ciał, przedstawione problemy są rozprężone i każdy z nich można rozwiązać niezależnie od pozostałych wykorzystując modelowanie wieloskalowe.

Kluczowym parametrem w zagadnieniach kontaktowych jest rzeczywista powierzchnia kontaktu. Istnieje wiele czynników, które wpływają na jej wartość. Najbardziej oczywistym wydaje się być ciśnienie kontaktowe. Kolejnym czynnikiem charakterystycznym zwłaszcza w procesach przeróbki plastycznej jest makroskopowa deformacja materiału. Rozdział 2 poświęcony jest modelowaniu zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu, ponieważ w zaproponowanym w rozdziale 4 podejściu traktuje się ją jako jeden z parametrów wejściowych modelu, pomijając sposób jej wyznaczenia. Zaprezentowano również wyniki własne uwzględniające wpływ tarcia oraz makroskopowej deformacji materiału na spłaszczanie nierówności powierzchni. W rozdziale 2 podano również sposób wyznaczenia rozkładu obszarów rzeczywistego styku wykorzystany w obliczeniach cieplnych.

Rozdział 3 stanowi wprowadzenie, na podstawie literatury, do zagadnień związanych z przepływem ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie. Przedstawiono mechanizmy transportu ciepła ze zwróceniem uwagi na te posiadające istotne znaczenie w procesach przeróbki plastycznej. Podano definicję kontaktowego oporu cieplnego – wielkości, która stanowi główny punkt rozważań podejmowanych w rozprawie. Przytoczono podstawowe zależności wykorzystane do opisu przepływu ciepła. Omówiono kilka znanych modeli kontaktowego oporu cieplnego oraz scharakteryzowano prace prowadzone w celu doświadczalnego wyznaczenia wartości kontaktowej przewodności cieplnej.

W rozdziale 4 zaproponowano model przewodzenia ciepła przez powierzchnię kontaktu ciał chropowatych. Wykonanie obliczeń przy wykorzystaniu metody elementów skończonych (MES) pozwoliło wyznaczyć makroskopowe właściwości powierzchni chropowatej związane z przepływem ciepła. Są one opisane *efektywnym kontaktowym współczynnikiem przewodzenia ciepła*. Z uwagi na potrzebę zastosowania modelu do symulacji procesów przeróbki plastycznej współczynnik ten został uzależniony od rzeczywistej powierzchni

kontaktu w całym zakresie jej zmian. Brak danych doświadczalnych dotyczących wartości oporu w zakresie wysokich ciśnień kontaktowych uniemożliwia dokładną weryfikację wyników otrzymywanych z wykorzystaniem zaproponowanego modelu. Wykonane porównania z istniejącymi modelami oraz danymi eksperymentalnymi dla małych rzeczywistych powierzchni kontaktu dają zadowalającą zgodność. Uzyskane wyniki symulacji numerycznych udało się aproksymować funkcją analityczną opisującą zmianę znormalizowanego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu. Jedyny parametr tej funkcji zależy od fenomenologicznego parametru modelu – wprowadzonego lokalnego współczynnika przewodzenia ciepła w obszarach rzeczywistego styku. Zaproponowana funkcja pozwala uwzględnić zmianę wartości kontaktowego oporu cieplnego w modelowaniu procesów plastycznego kształtowania metali.

W rozdziale 5 sprawdzono, jak niektóre z przyjętych założeń wpływają na wartość przewidywanego kontaktowego oporu cieplnego. Zbadano m.in. dwie metody całkowania numerycznego w elementach powierzchniowych oraz wpływ warunków brzegowych. Sprawdzone reprezentatywność podobszaru zeskanowanej powierzchni chropowatej wykorzystanego w obliczeniach. Ponieważ zaproponowana metoda obliczeń nie uwzględnia kątów pochylenia pojedynczych nierówności zbadano wpływ tego założenia upraszczającego na wyniki. Pokazano też jak zmienia się przepływ ciepła w zależności od przyjętego sposobu uzyskania rozkładu obszarów rzeczywistego styku. W interesujących autora zagadnieniach, ciała mogą przemieszczać się względem siebie, dlatego zbadano jak zmienia się efektywne przewodzenie ciepła dla ciał w ruchu.

W rozdziale 6 sprawdzono, z wykorzystaniem zaproponowanego modelu, jak wygląda efektywne przewodzenie ciepła przez różne powierzchnie chropowate. Zaproponowano parametr, *długość charakterystyczną*, który charakteryzuje chropowatość powierzchni w zagadnieniach przepływu ciepła. Pokazano, jak wartość tego parametru zależy od średniej podziałki powierzchni. Efektem prowadzonych prac jest ogólna zależność, na podstawie której można określić efektywny współczynnik przewodzenia ciepła dla zadanej powierzchni i materiałów ciał w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu.

Rozdział 7 zawiera przykładowe wyniki pomiaru temperatury w teście redukcji grubości blachy (SRT) wykonane przez autora w ramach projektu ENLUB. Stanowią one podstawę do identyfikacji parametrów zaproponowanego modelu przewodzenia ciepła. Opisano stanowisko pomiarowe oraz schemat postępowania podczas wykonywania testów. Oprócz pomiarów temperatury przeprowadzono szereg doświadczeń, których celem było m.in. zbadanie wpływu modyfikacji powierzchni blachy na efektywność smarowania.

Rozwiązanie uproszczonego problemu nieustalonego przepływu ciepła w teście SRT pozwoliło uzyskać, podobnie jak w doświadczeniach, zmianę temperatury narzędzia w czasie, co jest tematem rozdziału 8. W celu oceny przydatności uzyskanych wyników wykonano porównanie z analizą termomechaniczną dla początkowej fazy przeciągania w zadaniu dwuwymiarowym. W obu przypadkach wymianę ciepła pomiędzy narzędziami, a przedmiotem obrabianym opisano za pomocą zaproponowanego modelu. Zmiana temperatury w czasie uzyskana w eksperymencie oraz symulacji numerycznej posłużyła do identyfikacji parametrów modelu. Zaproponowane obliczenia cieplne pozwalają w szybki sposób oszacować rozkład temperatury w rozpatrywanych elementach dla różnych parametrów procesu.

Jednym z oryginalnych wyników zaprezentowanych w rozprawie jest model przewodzenia ciepła przez powierzchnię kontaktu ciał chropowatych. Został on opracowany z myślą o modelowaniu procesów przeróbki plastycznej, a zaproponowane funkcje analityczne pozwalają na jego łatwe zastosowanie do opisu makroskopowego przepływu ciepła pomię-

dzy ciałami. Model bazuje na obliczeniach metodą elementów skończonych prowadzonych dla reprezentatywnej komórki warstwy wierzchniej. Ponadto zaproponowano metodę wyznaczenia długości charakterystycznej chropowatości w zagadnieniach przepływu ciepła. Uczestnictwo w projekcie ENLUB dało autorowi możliwość bezpośredniego zapoznania się z problemami kształtowania metali. Dostarczyło również, rzadko spotykanych w literaturze, wyników pomiaru temperatury, które wykorzystano w rozważaniach teoretycznych.

Wszystkie obliczenia wykonane na potrzeby prezentowanej rozprawy przeprowadzono w programie *Mathematica* [112] z wykorzystaniem pakietów dodatkowych *AceGen* [44] i *AceFEM* [45]. Pierwszy z nich posłużył do opracowania elementów skończonych. Natomiast obliczenia metodą elementów skończonych wykonano w środowisku *AceFEM*.

Pomiary topografii powierzchni chropowatych zostały wykonane w Pracowni Warstwy Wierzchniej w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN przez dra Grzegorza Starzyńskiego i mgr. Annę Bartoszewicz. Eksperymenty z wykorzystaniem testu SRT zostały przeprowadzone przez autora niniejszej rozprawy w Technical University of Denmark (DTU), Lyngby pod opieką dra Davida Dam Olssona.

Rozdział 2

Modelowanie kontaktu ciał chropowatych

Przedstawiono dostępne w literaturze wybrane modele zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu wykorzystywane do opisu przepływu ciepła pomiędzy stykającymi się ciałami. Opisano sposób uzyskiwania rozkładu obszarów rzeczywistego styku zastosowany w obliczeniach cieplnych. Scharakteryzowano, na podstawie literatury, czynniki decydujące o wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu w procesach przeróbki plastycznej oraz zbadano wpływ tarcia.

2.1. Wybrane modele w zakresie małych wartości α

Opis zmian topografii powierzchni kontaktowych ciał pod wpływem obciążenia związany jest z analizą makroskopowej deformacji materiału oraz deformacją nierówności powierzchni. Badacze zajmujący się problemem przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie główny nacisk kładą na dokładny opis rozwoju rzeczywistej powierzchni kontaktu (Furmański i Wiśniewski [30]). Ma on na celu powiązanie naprężeń kontaktowych z liczbą, wielkością oraz rozkładem obszarów, w których zachodzi kontakt pomiędzy ciałami (Cooper i in. [24]). Podstawowe założenia na jakich bazują modele spłaszczania nierówności opisane w tej części pracy są następujące: chropowate powierzchnie są izotropowe, wysokości nierówności podlegają rozkładowi Gaussa¹, pomija się tarcie, a pola deformacji poszczególnych nierówności nie oddziałują ze sobą (Bahrami i in. [11]). Poszczególne obszary styku modeluje się w postaci kół, kwadratów lub elips rozłożonych na płaskiej, nominalnej powierzchni kontaktu. Podstawowymi parametrami wejściowymi modeli są: liczba obszarów rzeczywistego styku oraz średni promień pojedynczego obszaru. Parametry te wiąże się z wielkościami, które dają się stosunkowo łatwo zmierzyć, np. średnie kwadratowe odchylenie wysokości nierówności od płaszczyzny średniej² S_q oraz średni kąt pochylenia nierówności θ , zdefiniowane np. w monografii Nowickiego [75], falistość powierzchni, ciśnienie kontaktowe i mikrotwardość (Furmański i Wiśniewski [30]). Zgrubne oszacowanie pochylenia nierówności przy znanym odchyleniu standardowym można wykonać w oparciu o zależność empiryczną zaproponowaną przez Lamberta i Fletchera [49].

W ramach istniejących teorii rozważa się spłaszczanie nierówności (Bahrami [7]) przyj-

¹Dla licznej grupy powierzchni ciał stałych stosowanych w aplikacjach inżynierskich rozkład wysokości nierówności powierzchni jest bardzo zbliżony do rozkładu normalnego (Greenwood i Williamson [34]).

²Dla powierzchni, których wysokości nierówności podlegają rozkładowi normalnemu, wielkość S_q odpowiada odchyleniu standardowemu σ .

mując uproszczony opis geometrii powierzchni ciał pary kontaktowej (Johnson [40]). Kontakt dwóch chropowatych powierzchni zastępuje się kontaktem idealnie gładkiej, płaskiej powierzchni z powierzchnią o chropowatości zastępczej, opisanej wielkościami ekwiwalentnymi $\sigma = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$ oraz $\theta = (\theta_1^2 + \theta_2^2)^{1/2}$, gdzie indeksy_{1,2} odpowiadają powierzchniom wyjściowym ciał. Takie podejście można znaleźć w pracach m.in. Clausinga i Chao [23], Yovanovicha i Fenecha [117], Coopera i in. [24] oraz Mikića [64].

Wyznaczenie wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu oraz powiązanie jej zmian z ciśnieniem kontaktowym zależy od przyjętego modelu spłaszczania (oddziaływania) nierówności, które zakłada się jako plastyczne, sprężyste lub sprężysto-plastyczne. Poniżej przedstawiono kilka wybranych modeli uszeregowanych według przyjętego mechanizmu deformacji.

Plastyczne oddziaływanie nierówności Obciążenie ciała niewielkim ciśnieniem makroskopowym może spowodować, że ciśnienie na szczytach nierówności, które znalazły się w kontakcie osiągnie wartość granicy plastyczności materiału (Bowden i Tabor [17]). W tej grupie modeli zakłada się, że wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu dwóch nominalnie płaskich powierzchni wynika z plastycznej deformacji najwyższych nierówności. W efekcie α jest wprost proporcjonalne do obciążenia (Greenwood i Williamson [34]).

Model zaproponowany przez Abbotta i Firestone'a [1], szeroko stosowany przez innych badaczy, zakłada spłaszczanie nierówności bez zmiany kształtu powierzchni nie będącej w danej chwili w kontakcie. Jest to równoznaczne z odcinaniem szczytów nierówności, które znalazły się w kontakcie z płaską powierzchnią³. W tym przypadku zależność rzeczywistej powierzchni kontaktu od obciążenia została podana przez Bowdena i Tabora [17] w postaci

$$\alpha = \frac{p_N}{H_{\text{mic}}}, \quad (2.1)$$

gdzie p_N oznacza makroskopowe ciśnienie kontaktowe, a H_{mic} mikrotwardość miększego materiału. Dla większych obciążeń Pullen i Williamson [81] założyli, że objętość materiału pozostaje stała. W tym przypadku odcinaniu szczytów nierówności towarzyszy równomierne podnoszenie się powierzchni nie będącej aktualnie w kontakcie, bez zmiany kształtu, tak aby spełnić warunek stałej objętości. Rzeczywista powierzchnia kontaktu nie zmienia się jak poprzednio proporcjonalnie do obciążenia lecz rośnie asymptotycznie do jedności zgodnie z zależnością

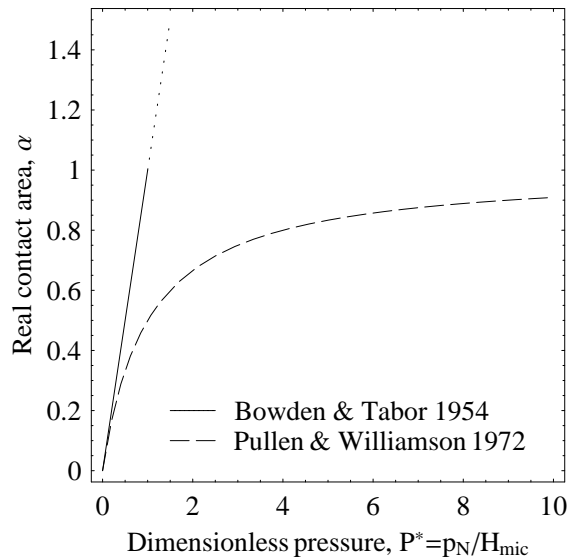
$$\alpha = \frac{p_N/H_{\text{mic}}}{1 + p_N/H_{\text{mic}}}, \quad (2.2)$$

co pokazane jest na rysunku 2.1. Zgodnie z przewidywaniami modelu (2.1) wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu przyjmuje niefizyczne wartości (większe od jedności) dla dużych ciśnień kontaktowych.

Bahrami [7] podał za Hegazym [36], że wartość mikrotwardości w warstwie wierzchniej maleje wraz z głębokością wciskania wgłębnika, osiągając wartość twardości materiału. Hegazy [36] opisał tę zależność uwzględniając wielkość chropowatości powierzchni (wartość parametrów S_q i θ). Song i Yovanovich [93] uzależnili dodatkowo H_{mic} od makroskopowego ciśnienia kontaktowego.

Cooper i in. [24] zamodelowali pojedyncze nierówności w kształcie wycinków sfer, symetrycznych względem płaszczyzny kontaktu. Przyjmując teorię spłaszczania nierówności

³Takie założenie prowadzi do wniosku, że objętość materiału zmniejsza się.



Rysunek 2.1: Zmiana rzeczywistej powierzchni kontaktu w funkcji obciążenia dla modelu (2.1) oraz (2.2).

analogiczną do zaproponowanej w pracy Abbotta i Firestone'a [1], uzależnili zmianę rzeczywistej powierzchni kontaktu od odległości płaszczyzn średnich Y kontaktujących się powierzchni w postaci

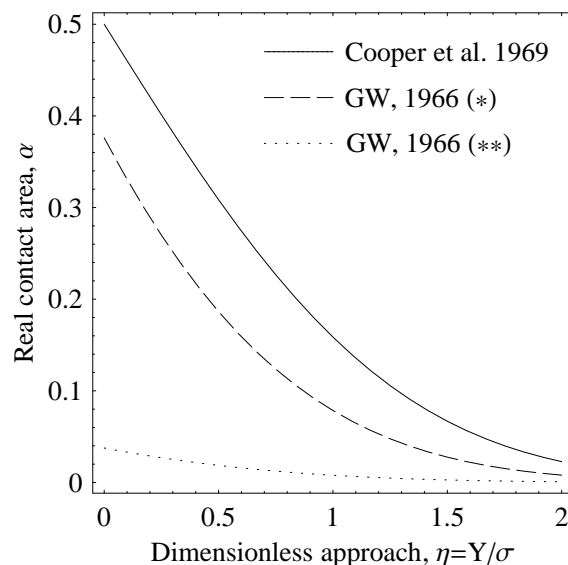
$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\eta / \sqrt{2} \right), \quad (2.3)$$

gdzie $\eta = Y/\sigma$. Z równania (2.3) wynika, że dla całkowitego zbliżenia powierzchni ($Y = 0$) wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu $\alpha = 0.5$.

Nayak [71] bazując na wynikach pracy Pullena i Williamsona [81] zaproponował, że podczas plastycznej deformacji nierówności powierzchni następuje łączenie się pojedynczych obszarów rzeczywistego styku w miarę wzrostu ciśnienia kontaktowego. Wówczas przewidywana gęstość obszarów styku jest mniejsza w porównaniu do innych modeli, a połączone obszary styku, z wyjątkiem małych obciążeń, nie są kołami. W efekcie rzeczywista powierzchnia kontaktu nie jest proporcjonalna do ciśnienia kontaktowego.

Sprężyste oddziaływanie nierówności Archard [4] uważał, że w ruchomych częściach maszyn nierówności mogą być odkształcane plastycznie jedynie w pierwszych cyklach obciążenia. Po osiągnięciu stanu ustalonego odkształcają się już tylko sprężysto. Zaproponował model, w którym nierówności pokryte są mikronierównościami, a te z kolei kolejnymi nierównościami itd. Rozpatrywanie coraz to większej liczby poziomów daje lepsze przybliżenie liniowej zależności α od obciążenia. Postawione przez Archarda pytanie, czy wzrost obciążenia prowadzi do zwiększania się istniejących obszarów styku, czy też do powstawania nowych, jest ciągle aktualne. Przyjęcie dowolnego modelu sprężystego, w którym liczba obszarów styku pozostaje stała daje zmianę $\alpha \sim p_N^{2/3}$. Natomiast gdy średni rozmiar pojedynczych obszarów styku nie zmienia się, a rośnie ich liczba $\alpha \sim p_N$ (Archard [4]).

Model sprężystego spłaszczania nierówności wprowadzony przez Greenwooda i Williamsona [34] posiada trzy parametry wejściowe: odchylenie standardowe wysokości wierzchołków nierówności σ , gęstość wierzchołków ρ_s oraz promień zaokrąglenia wierzchołków



Rysunek 2.2: Zmiana rzeczywistej powierzchni kontaktu w funkcji znormalizowanej odległości płaszczyzn średnich; linia kropkowa odpowiada modelowi (2.4) dla $\rho_s\beta\sigma = 0.03$ (**), linia kreskowa – modelowi (2.4) dla $\rho_s\beta\sigma = 0.3$ (*), a linia ciągła – modelowi (2.3).

β , który zakłada się równy dla wszystkich nierówności. Wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu jest m.in. funkcją odległości mierzonej pomiędzy zbliżającą się płaską powierzchnią, a płaszczyzną średnią wierzchołków⁴ zgodnie z zależnością

$$\alpha = \pi \rho_s \beta \sigma \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\eta}^{\infty} (s - \eta) \exp(-0.5s^2) ds \quad (2.4)$$

dla rozkładu normalnego wysokości wierzchołków nierówności. Zmiana α dla dwóch wartości iloczynu $\rho_s\beta\sigma$ w porównaniu z modelem Coopera i in. [24] pokazana jest na rysunku 2.2 (wartość iloczynu $\rho_s\beta\sigma = 0.03$ przyjęta za Greenwoodem i Williamsonem [34]). Gęstość oraz promień zaokrąglenia wierzchołków nierówności nie mogą być mierzone bezpośrednio, lecz wyznacza się je z obliczeń statystycznych. Niestety wielkości te zależą od przyjętej gęstości próbkowania w czasie pomiaru (Greenwood i Wu [35], Johnson [40]), co utrudnia wnioskowanie na podstawie przewidywań modelu (2.4). Ponadto Greenwood i Wu [35] stwierdzili, że pomiar i zliczanie wierzchołków nie pozwala wnioskować o liczbie i kształcie nierówności powierzchni.

Greenwood i Tripp [33] zbadali wpływ chropowatości na rozkład ciśnienia i deformację dla sprężystego kontaktu sferycznych powierzchni. Zauważalne różnice w porównaniu do teorii Hertza uzyskali jedynie dla małych obciążeń. Efektywny promień obszaru, w którym zachodzi kontakt pojedynczych nierówności ze sferyczną powierzchnią drugiego ciała, wzrasta wraz ze zwiększającą się chropowatością powierzchni σ , jednak rzeczywista powierzchnia kontaktu jest mniejsza od tej wynikającej z analizy zagadnienia Hertza. Natomiast gdy rośnie gęstość lub promień zaokrąglenia wierzchołków, efektywny promień maleje.

Sprężysto-plastyczne oddziaływanie nierówności Bowden i Tabor [17] założyli, że w czasie wzrostu obciążenia oprócz odkształceń sprężystych pojawiają się odkształcenia

⁴Większość modeli bazuje na definicji płaszczyzny średniej powierzchni.

plastyczne zwłaszcza najwyższych nierówności. Greenwood [32], weryfikując wcześniejsze rozumowanie zaproponowane w pracy Greenwooda i Williamsona [34], skłania się do propozycji przedstawionej przez Nayaka [71], gdzie pojedyncze obszary styku powiększają się podczas deformacji oddziaływując z obszarami sąsiednimi. Przyjęty model spłaszczenia nierówności (Greenwood i Williamson [34]) powinien zatem uwzględniać wzajemne oddziaływania pojedynczych nierówności podczas deformacji, a w konsekwencji zmniejszenie się liczby obszarów styku i zmianę ich kształtu w płaszczyźnie kontaktu.

Model kontaktu chropowatych powierzchni zaproponowany przez Kucharskiego i in. [47] polegał na spłaszczeniu pojedynczej nierówności metodą elementów skończonych. Wnioskowanie dotyczące kontaktu chropowatych powierzchni oparte jest na wynikach MES w połączeniu ze statystycznym opisem powierzchni. Zastosowanie sprężysto-plastycznego opisu deformacji pozwoliło uzyskać lepszą zgodność z wynikami eksperymentów w porównaniu do znanych rozwiązań uwzględniających tylko sprężyste lub tylko plastyczne odkształcenia.

Mikić [65] przyjął, że w pierwszym cyklu obciążenia nierówności odkształcają się plastycznie. Natomiast w kolejnych cyklach zachodzi tylko deformacja sprężysta. W efekcie uzyskuje się większą powierzchnię styku dla tej samej wartości ciśnienia. Przewidywania modelu pokazują, że rzeczywista powierzchnia kontaktu oraz liczba obszarów, w których zachodzi kontakt są większe podczas odciążania niż dla obciążania w pierwszym cyklu.

Bahrami i in. [9] uwzględnili chropowatość powierzchni w skali mikro i makro, co może odpowiadać pojedynczym nierównościom oraz falistości powierzchni. Problem w mikro-skali dotyczy plastycznej deformacji nierówności, które można traktować jak podatną warstwę na powierzchni kontaktowej każdego z ciał. Autorzy do jego rozwiązania wykorzystali wyniki Coopera i in. [24]. Rozwiązanie w skali makro bazuje na teorii Greenwooda i Trippa [33], gdzie falistość scharakteryzowana jest promieniem krzywizny. Zaprezentowany model pozwala wyznaczyć rozkład ciśnienia oraz wielkość makroskopowego obszaru styku, w obrębie którego rozłożone są obszary styku wynikające z kontaktu pojedynczych nierówności.

Indeks plastyczności Obciążenie, przy którym pojawia się plastyczne płynięcie materiału związane jest z granicą plastyczności ciała o mniejszej twardości (Greenwood i Tripp [33]). Ponieważ trudno jest założyć a priori sposób spłaszczenia nierówności powierzchni Greenwood i Williamson [34] zaproponowali definicję indeksu plastyczności

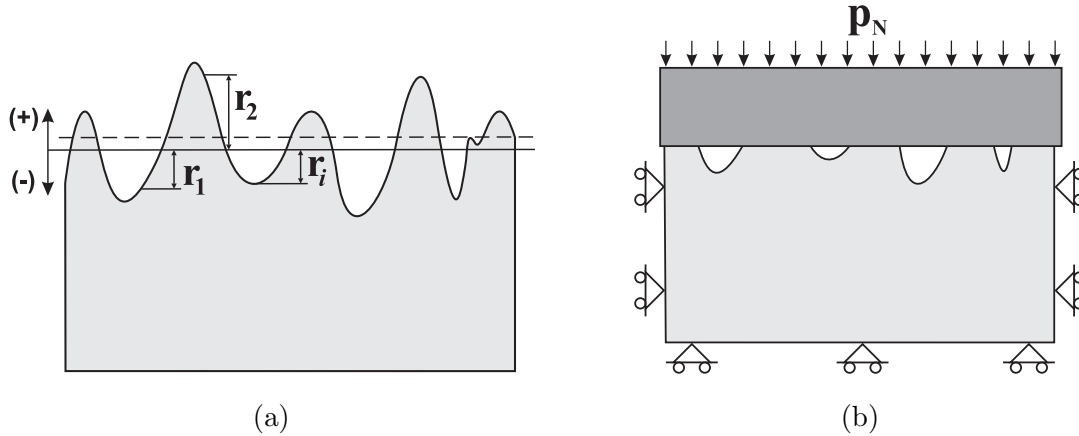
$$\psi^{\text{GW}} = (E'/H_{\text{mic}}) \sqrt{\sigma/\beta}, \quad (2.5)$$

gdzie E' oznacza zastępczy moduł sprężysty kontaktujących się ciał. Indeks plastyczności pozwala oszacować naprężenie, przy którym deformacja zmienia się ze sprężystej na plastyczną. Dla $\psi^{\text{GW}} < 0.6$ odkształcenie plastyczne może być wywołane jedynie bardzo dużym ciśnieniem makroskopowym. Natomiast gdy $\psi^{\text{GW}} > 1$ już nieduża wartość ciśnienia może spowodować plastyczne płynięcie. W praktyce wartości indeksu plastyczności (2.5) są zwykle większe od jedności. Dlatego, za wyjątkiem gładkich powierzchni, nierówności odkształcają się plastycznie już przy niewielkim obciążeniu makroskopowym.

Mikić [66] podał definicję indeksu plastyczności w postaci

$$\psi^{\text{M}} = H_{\text{mic}} / (E' \tan \theta). \quad (2.6)$$

Sprężysta deformacja nierówności przeważa gdy $\psi^{\text{M}} \geq 3$. Dla $\psi^{\text{M}} \leq 1/3$ spłaszczenie nierówności odbywa się głównie na skutek odkształceń plastycznych.



Rysunek 2.3: Schemat otrzymania rozkładu obszarów rzeczywistego styku dla (a) geometrycznego ścinania i (b) spłaszczania nierówności.

2.2. Model wyznaczania α dla obliczeń cieplnych

Obliczenia przepływu ciepła przeprowadzono dla kilkunastu chropowatości uzyskanych z pomiarów profilometrycznych, tabela 2.1. W celu określenia kontaktowej przewodności cieplnej wymagana jest znajomość rozkładu obszarów rzeczywistego styku w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu lub ciśnienia kontaktowego. Omówione powyżej metody stosowane dla małych wartości α nie mogą być wykorzystane w zakresie wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu charakterystycznych dla procesów przeróbki plastycznej. Dlatego do wyznaczenia rozkładu obszarów rzeczywistego styku w trakcie spłaszczania nierówności zastosowano dwa podejścia, w których rozpatruje się kontakt gładkiej, sztywnej powierzchni z analizowaną powierzchnią chropowatą. Przyjęto monotoniczny wzrost rzeczywistej powierzchni kontaktu, który odpowiada spłaszczaniu nierówności. Zaniebduje się inne efekty, jak np. wtórny wzrost chropowatości powierzchni wywołany makroskopowym odkształceniem plastycznym.

Schemat pierwszej metody jest przedstawiony na rysunku 2.3(a). Pokazany jest pojedynczy profil, ale postępowanie w przypadku trójwymiarowej chropowatości jest identyczne. Wybraną chropowatą powierzchnię przecina się płaszczyzną równoległą (linia ciągła) do płaszczyzny średniej (linia przerywana). W zależności od zbliżenia płaszczyzn uzyskuje się różną wartość α i odpowiadający jej rozkład obszarów rzeczywistego styku. Przyjęte postępowanie, zastosowane również przez Mikića [66], jest analogiczne do wyznaczania krzywej nośności (Abbott-Firestone [1]). Parametr r oznacza aktualną odległość punktów powierzchni od płaszczyzny. Dla $r \geq 0$ (punkty na i powyżej płaszczyzny) zakłada się kontakt nierówności, w przeciwnym przypadku jego brak. Liczba cięć zależy od porządanej gęstości dyskretyzacji dla $0 \leq \alpha \leq 1$. Ten geometryczny sposób pozwala łatwo i szybko otrzymać rozkład obszarów rzeczywistego styku na nominalnej powierzchni kontaktu. W celu opisanego tego rozkładu wprowadzono lokalną wielkość

$$I(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{kontakt w skali mikro} \\ 0 & \text{separacja w skali mikro} \end{cases} \quad (2.7)$$

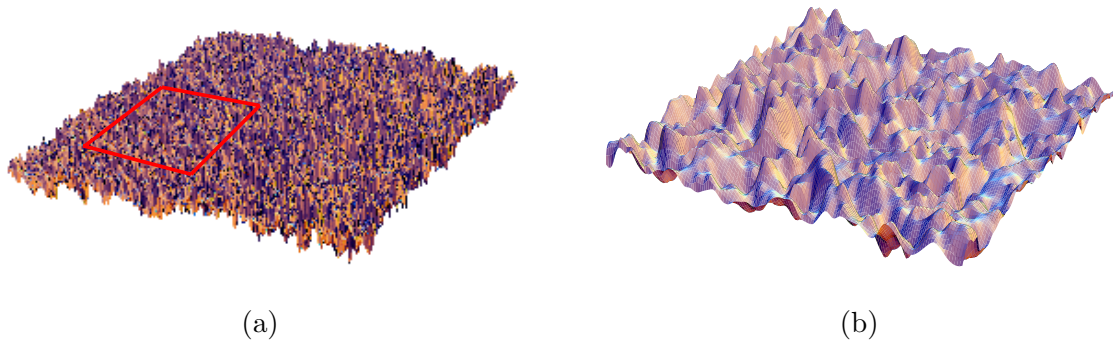
Na podstawie rozkładu (2.7), stosując operację uśredniania (Stupkiewicz [94])

$$\{\cdot\} \equiv \frac{1}{|\Gamma_c|} \int_{\Gamma_c} (\cdot) d\Gamma, \quad (2.8)$$

Tabela 2.1.: Powierzchnie chropowate wykorzystane w obliczeniach.

Nr	S_a [μm]	S_q [μm]	S_k	θ_1 [deg]	θ_2 [deg]	S_{m1} [μm]	S_{m2} [μm]	Materiał	Sposób obróbki
1	6.01	7.98	-0.09	23.54	14.26	161	206	stal C45	piaskowanie
2	7.17	9.00	0.15	13.40	11.50	178	288	stal nierdzewna 1H18N9	elektroiskrowa
3	0.91	1.16	0.34	2.12	0.73	383	587	stal nierdzewna 1H18N9	frezowanie czołowe
4	3.17	4.08	0.28	2.67	2.40	703	1050	stal nierdzewna 1H18N9	frezowanie walcowe
5	4.85	6.17	0.07	8.49	9.61	359	312	stal nierdzewna 1H18N9	kulowanie
6	5.00	6.53	-0.79	12.36	12.11	257	221	stal nierdzewna 1H18N9	piaskowanie
7	5.98	7.68	-0.16	13.28	12.93	234	233	stal 45	elektroiskrowa
8	2.48	3.26	-0.39	6.93	3.36	175	806	stal 45	frezowanie czołowe
9	0.62	0.81	0.18	3.84	3.60	89.5	95.5	stal 45	piaskowanie
10	9.69	12.49	0.42	15.47	15.78	273	268	stal A10X	elektroiskrowa
11	1.86	2.56	-1.25	6.00	2.33	163	786	stal A10X	frezowanie czołowe
12	0.65	0.84	0.29	4.17	4.07	80.4	78.3	stal A10X	piaskowanie
13	4.31	5.63	-0.27	16.99	11.45	220	229	stal 35	elektroiskrowa
14	3.87	4.76	-0.09	7.68	4.08	439	920	stal 35	frezowanie czołowe
15	1.78	2.80	-1.79	5.36	2.92	510	827	–	frezowanie czołowe
16	0.44	0.59	-0.63	6.36	0.72	40.8	511	stal nierdzewna 1H18N9	szlifowanie
17	1.30	1.56	-0.15	6.41	4.03	125	147	–	–

- S_a – średnie arytmetyczne odchylenie;
 S_q – średnie kwadratowe odchylenie;
 S_k – skośność;
 θ_1 – średnie kwadratowe pochyczenie na kierunku x_1 ;
 θ_2 – średnie kwadratowe pochyczenie na kierunku x_2 ;
 S_{m1} – średni odstęp na kierunku x_1 ;
 S_{m2} – średni odstęp na kierunku x_2 .



Rysunek 2.4: Widok powierzchni piaskowanej nr 1: (a) zeskanowany obszar 6×6 mm i (b) podobszar 1.08×1.08 mm wybrany do obliczeń.

gdzie $|\Gamma_c| = \int_{\Gamma_c} d\Gamma$, wyznacza się wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu

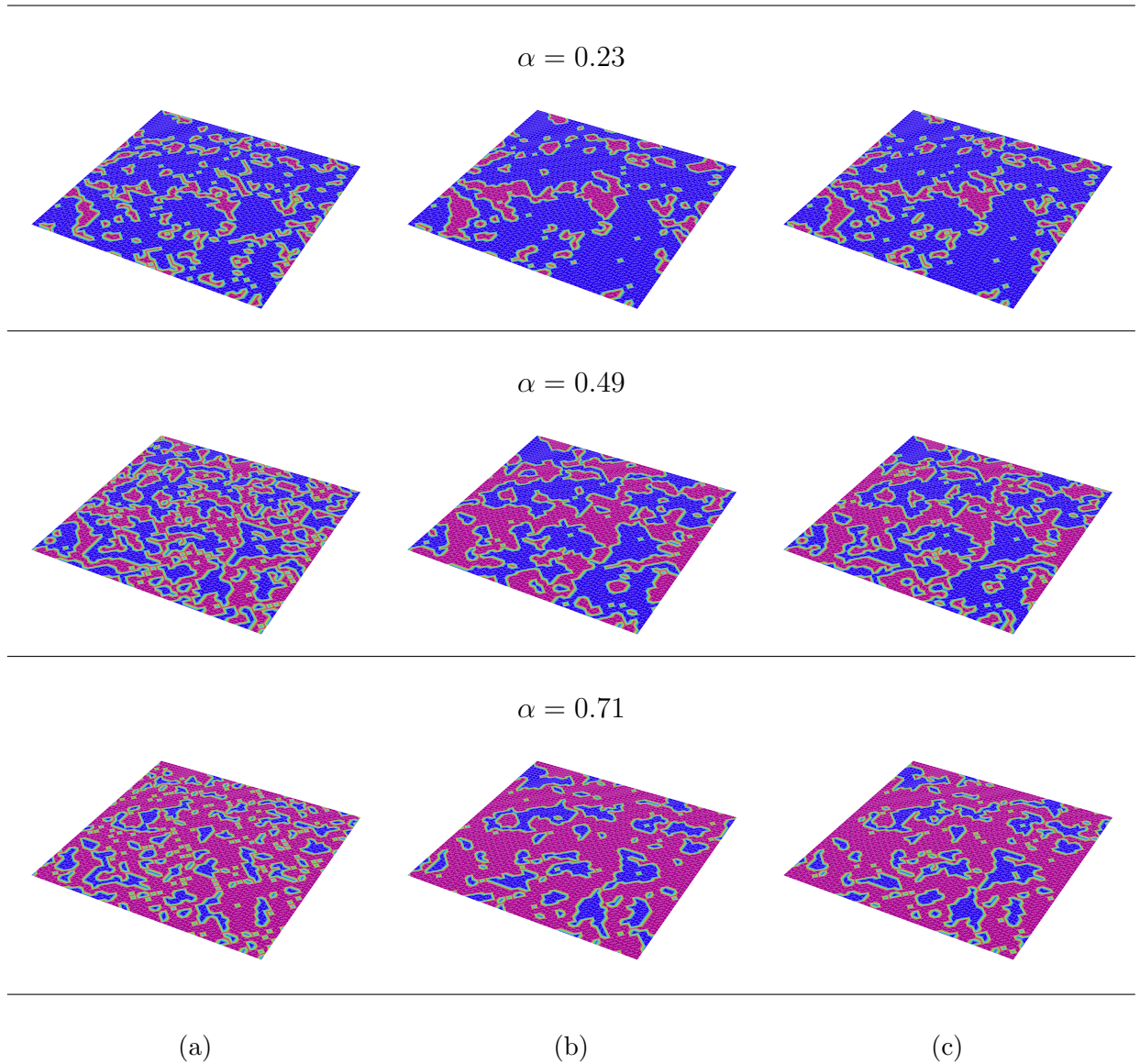
$$\alpha = \{I(x_1, x_2)\} = \frac{1}{A_n} \int I(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (2.9)$$

dla danego makroskopowego zbliżenia ciał, gdzie A_n oznacza nominalną powierzchnię kontaktu.

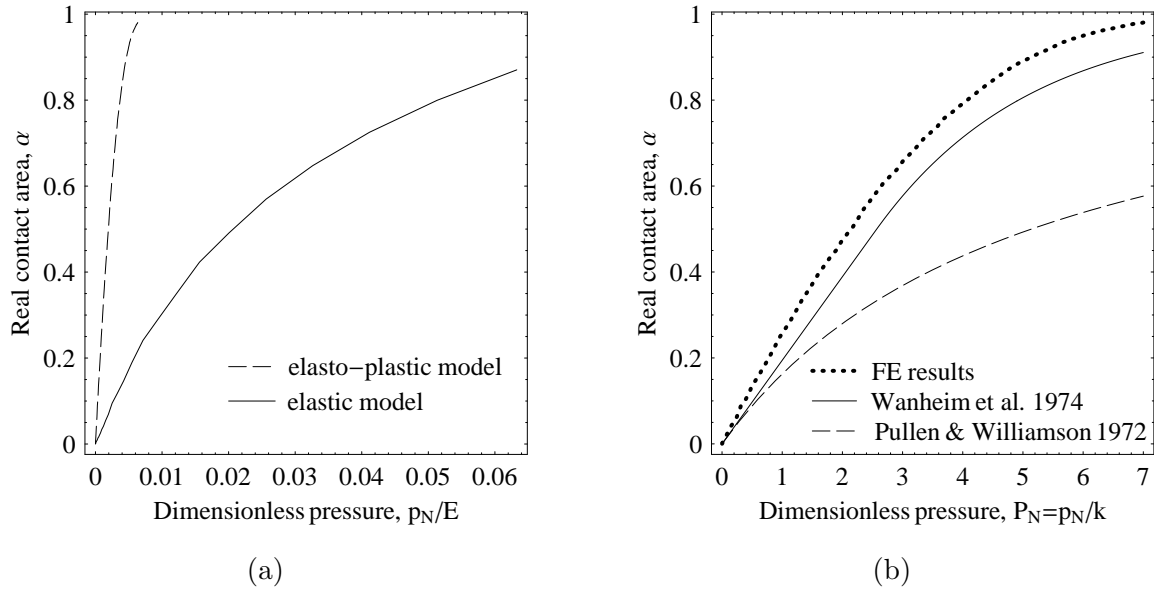
Drugi sposób wyznaczenia rozkładu obszarów rzeczywistego styku polega na spłaszczeniu nierówności przy wykorzystaniu metody elementów skończonych (patrz Stupkiewicz [94]). Rozpatrywany jest kontakt (bez tarcia) sztywnego, gładkiego i nieodkształcalnego ciała z ciałem chropowatym przedstawiony schematycznie na rysunku 2.3(b). Do opisu deformacji przyjęto model sprężysty lub sprężysto-plastyczny. Założono, że właściwości warstwy wierzchniej w pobliżu powierzchni kontaktu są takie same jak dla materiału wewnątrz ciała. Jest to silne założenie, gdyż np. twardość warstwy wierzchniej może, w zależności od obróbki powierzchniowej, kilkakrotnie przewyższać twardość materiału (Yovanovich [115]). Zbliżająca się płaska powierzchnia wchodzi w kontakt z poszczególnymi nierównościami powierzchni powodując ich spłaszczanie i tworzenie obszarów styku. Scałkowanie powierzchni tych obszarów w obrębie nominalnej powierzchni kontaktu pozwala wyznaczyć wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu w trakcie deformacji.

Porównanie zaproponowanych metod wyznaczenia rozkładu obszarów rzeczywistego styku podczas spłaszczania nierówności powierzchni wykonano na przykładzie powierzchni nr 1, tabela 2.1. Zeskanowany fragment (rysunek 2.4(a)) ma wymiary 6×6 mm przy rozdzielczości aparatury pomiarowej $2 \times 20 \mu\text{m}$. Wykorzystanie wszystkich punktów pomiarowych do obliczeń metodą elementów skończonych wymagałoby rozwiązania zagadnienia o dużej liczbie stopni swobody. Wybrano zatem podobszar o wymiarach 1.08×1.08 mm (czerwony kwadrat na rysunku 2.4(a)), którego widok pokazany jest na rysunku 2.4(b), zmniejszając równocześnie gęstość próbkowania w stosunku do rozdzielczości pomiarowej. Reprezentatywność tego obszaru ze względu na zmianę α w funkcji p_N pokazał Stupkiewicz [94], natomiast reprezentatywność ze względu na przepływ ciepła omówiono w rozdziale 5.3.

Na rysunku 2.5 zaznaczono kolorem czerwonym obszary rzeczywistego styku dla wybranych wartości α . Dla tych samych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu otrzymano różnice w rozkładach obszarów styku uzyskanych przez spłaszczanie nierówności z wykorzystaniem modelu sprężystego (rysunek 2.5(a)) i sprężysto-plastycznego (rysunek 2.5(b)). W wyniku geometrycznego ścinania rozkład obszarów rzeczywistego styku



Rysunek 2.5: Rozkład obszarów rzeczywistego styku (kolor czerwony) w funkcji α dla spłaszczania nierówności przy założeniu: (a) sprężystego modelu materiału, (b) sprężysto-plastycznego modelu materiału i (c) geometrycznego ścinania dla powierzchni piaskowanej nr 1.



Rysunek 2.6: Rzeczywista powierzchnia kontaktu w funkcji makroskopowego ciśnienia uzyskana przez spłaszczanie nierówności dla (a) sprężystego i sprężysto-plastycznego modelu materiału (rozwiązanie MES) i (b) modelu sprężysto-plastycznego (rozwiązanie MES) w porównaniu z przewidywaniami modelu Wanheima i in. [106] oraz Pullena i Williamsona [81].

(patrz rysunek 2.5(c)) jest bardzo zbliżony do otrzymanego przez spłaszczanie sprężysto-plastycznego materiału. Zatem w tym przypadku można zastąpić analizę mechaniczną prostym i łatwym w implementacji geometrycznym ścinaniem. Sposób uzyskania rozkładu obszarów rzeczywistego styku ma duży wpływ na wyniki analiz związanych z przepływem płynu między powierzchniami chropowatymi (Marciniszyn i Stupkiewicz [62]). Natomiast jego wpływ na wartość kontaktowej przewodności cieplnej został zbadany w rozdziale 5.5.

Zmiana rzeczywistej powierzchni kontaktu w funkcji makroskopowego ciśnienia dla spłaszczania nierówności opisanych modelem sprężystym i sprężysto-plastycznym jest pokazana na rysunku 2.6(a). Natomiast na rysunku 2.6(b) przedstawiono wyniki spłaszczania nierówności dla modelu sprężysto-plastycznego w porównaniu do znanych z literatury dwóch modeli teoretycznych. Linia ciągłą zaznaczono aproksymację rozwiązania metodą linii poślizgu (Wanheim i in. [106]) zaproponowaną przez Bay'a [13]. Wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu przy pominięciu tarcia wynosi w tym przypadku

$$\alpha = \begin{cases} P_N/(2 + \pi) & \text{dla } P_N \leq (2 + \pi)/2 \\ 1 - 0.5 \exp(1 - 2 P_N/(2 + \pi)) & \text{dla } P_N > (2 + \pi)/2 \end{cases}, \quad (2.10)$$

gdzie $P_N = p_N/k$ jest bezwymiarowym makroskopowym ciśnieniem, a k oznacza granicę plastyczności przy czystym ścinaniu. W zaproponowanym przez Wanheima i in. [106] podejściu wielkość α zmienia się proporcjonalnie wraz z obciążeniem dla wartości ciśnienia kontaktowego $P_N \leq (2 + \pi)/2$, a następnie dąży asymptotycznie do jedności. Zmiana linio- wa zachodzi do momentu, w którym pola deformacji sąsiadujących nierówności nie oddzia- ływują ze sobą. Uzyskane linie poślizgu dla $\alpha \leq 0.5$ odpowiadają rozwiązaniu Prandtla, a dla większych obciążeń są analogiczne do rozwiązania Hilla [37]. Linia kreskową zazna- czono rozwiązanie dla modelu Pullena i Williamsona [81] przyjmując w równaniu (2.2) wartość mikrotwardości $H_{\text{mic}} = (2 + \pi)k$.

Gdy na makroskopowej powierzchni kontaktu działa bezwymiarowe ciśnienie P_N wówczas średnie ciśnienie działające na nierównościach w kontakcie określone jest przez bezwymiarową efektywną twardość (Wilson i Sheu [109], Stupkiewicz i Mróz [95])

$$H = P_N/\alpha. \quad (2.11)$$

Dla geometrycznego ścinania można wyznaczyć zmianę α oraz rozkład obszarów rzeczywistego styku jedynie w funkcji zbliżenia płaskiej powierzchni. Ewentualnie, w połączeniu np. z modelem Wanheima i in. [106] lub Pullena i Williamsona [81] można uzyskać zmianę rzeczywistej powierzchni kontaktu w funkcji ciśnienia.

2.3. Rzeczywista powierzchnia kontaktu w procesach przeróbki plastycznej

Wysokie ciśnienia kontaktowe, makroskopowa deformacja materiału, wysoka różnica temperatur w procesach przeróbki na gorąco mają znaczący wpływ na wzajemne oddziaływanie ciał w obszarze kontaktu (Stupkiewicz i Mróz [96]). W takich warunkach nierówności powierzchni są znacząco spłaszczane i w efekcie rzeczywista powierzchnia kontaktu może osiągać wartości bliskie jedności.

W przeróbce plastycznej metali istnieją dwa główne czynniki, które mają wpływ na wzrost rzeczywistej powierzchni kontaktu (Sutcliffe [99]). Pierwszy z nich to makroskopowa deformacja materiału. Drugi stanowią wysokie naprężenia kontaktowe, które powodują wzajemne oddziaływanie pól deformacji poszczególnych nierówności (Wanheim i in. [106]).

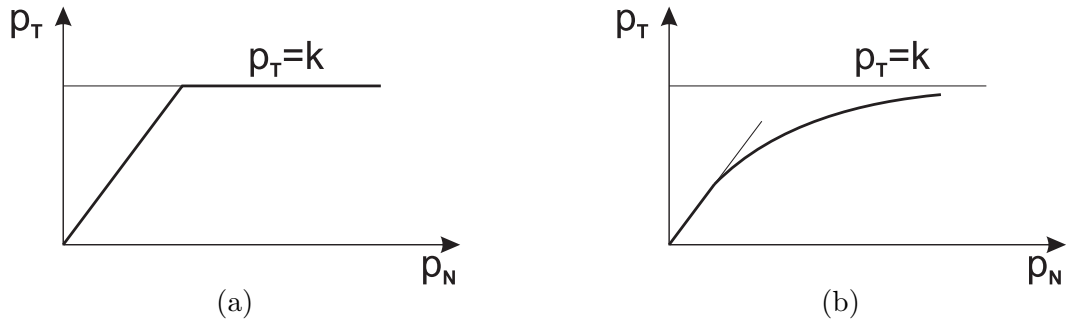
2.3.1. Makroskopowa deformacja materiału

Duże odkształcenia trwałe podczas plastycznego formowania metali wpływają na proces deformacji nierówności powierzchni. Jest to szczególnie widoczne w procesach kształtowania blach, gdzie dla względnie małych ciśnień uzyskuje się wysokie wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu (Mróz i Stupkiewicz [69]). W celu zbadania wzajemnych relacji wymienionych zjawisk prowadzone są badania eksperymentalne i teoretyczne. Jednym z podejść jest rozwiązanie zagadnienia wciskania stempla w półprzestrzeń. Przy założeniu małych kątów pochylenia nierówności, ciśnienie wymagane do wciśnięcia stempla w materiał jest równe ciśnieniu niezbędnemu do spłaszczenia nierówności.

Wykorzystując metodę linii poślizgu Sutcliffe [99] rozwiązał zagadnienie spłaszczania nierówności ułożonych poprzecznie do kierunku makroskopowego odkształcenia materiału. Potwierdził teoretycznie oraz eksperymentalnie wzrost rzeczywistej powierzchni kontaktu, przy stałym ciśnieniu makroskopowym, na skutek efektywnej deformacji plastycznej. Przyczyną takiego zachowania jest niejednorodne pole deformacji, które powoduje szybsze płynięcie materiału w sąsiedztwie obszarów rzeczywistego styku, w stosunku do obszarów materiału oddalonych od powierzchni kontaktu.

Wilson i Sheu [109] rozwiązywali zadanie wciskania periodycznego układu stempli w nieściśliwy materiał sztywno-plastyczny metodą górnej oceny. Wzrost makroskopowej prędkości odkształcenia powoduje monotoniczny spadek twardości, co ułatwia spłaszczanie nierówności powierzchni.

Korzekwa i in. [46] wykorzystali metodę elementów skończonych do modelowania spłaszczania nierówności. Podobnie jak w poprzednich pracach rozwiązano zadanie wciskania



Rysunek 2.7: Model tarcia: (a) Orowan [79] i (b) Shaw i in [92].

sztynnych, gładkich stempli (pominięto tarcie) badając wpływ schematu makroskopowego odkształcenia materiału na spłaszczanie nierówności.

2.3.2. Wpływ tarcia

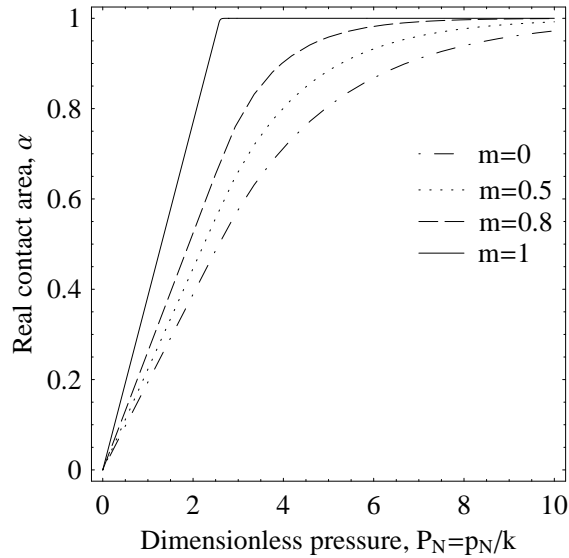
Modele tarcia Siły tarcia pomiędzy narzędziem, a przedmiotem obrabianym w procesach przeróbki plastycznej mają duży wpływ na wartość sił potrzebnych do przeprowadzenia procesu, sposób deformacji, właściwości wykonanych wyrobów oraz wynikową chropowatość powierzchni (Bay i in. [15]). Rozkład naprężeń i odkształceń w gotowym wyrobie i związane z nimi ewentualne uszkodzenia będą w dużej mierze zależą od tarcia. Opis mechanizmów decydujących o siłach stycznych w obszarze kontaktu jest konieczny, ale bardzo skomplikowany. Należy bowiem uwzględnić film olejowy, jego właściwości fizyczne i mechaniczne, odkształcenia lokalne warstwy wierzchniej oraz przyleganie w obszarach styku (Korzekwa i in. [46]).

Warunki kontaktu, jakie występują w procesach przeróbki plastycznej metali, różnią się znacząco od tych spotykanych np. w ruchomych częściach maszyn. Stosowanie w modelowaniu tych procesów klasycznego prawa tarcia Coulomba jest ograniczone ponieważ w tych warunkach współczynnik tarcia zależy od ciśnienia. Zastosowanie prawa Coulomba sugeruje występowanie bardzo wysokich naprężeń stycznych znacznie przekraczających granicę plastyczności przy czystym ścinaniu k . Orowan [79] zaproponował model, w którym naprężenie styczne dla małych ciśnień jest proporcjonalne do naprężeń normalnych, a dla ciśnień wysokich równa się granicy plastyczności dla czystego ścinania (rysunek 2.7(a)). Shaw i in. [92] w oparciu o teorię tarcia adhezyjnego Bowdena i Tabora [17] wprowadzili łagodne przejście naprężenia stycznego do wartości $p_T = k$ w warunkach wysokich ciśnień (rysunek 2.7(b)).

Mikromechaniczny model Wanheima i in. [106] wprowadza gładkie przejście pomiędzy stałym współczynnikiem tarcia dla małych ciśnień, a stałym lokalnym czynnikiem tarcia m dla ciśnień wysokich wykorzystując metodę linii poślizgu. W modelu przyjęto, że lokalne naprężenia ścinające na szczytach nierówności znajdujących się aktualnie w kontakcie są stałe i wynoszą $p_T^a = mk$. Zatem makroskopowe naprężenie styczne jest równe

$$p_T = p_T^a \alpha = m k \alpha, \quad (2.12)$$

gdzie wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu można wyznaczyć na podstawie funkcji zaproponowanej przez Bay'a [13]. Podobnie jak w przypadku zmiany rzeczywistej powierzchni kontaktu w funkcji ciśnienia (por. równanie (2.10)), bezwymiarowe makroskopowe naprężenie styczne $P_T = p_T/k$ zmienia się proporcjonalnie z makroskopowym



Rysunek 2.8: Zmiana rzeczywistej powierzchni kontaktu w funkcji bezwymiarowego ciśnienia kontaktowego (Wanheim i in. [106]).

ciśnieniem P_N do wartości $P_N = (2 + \pi)/2$. Następnie dąży asymptotycznie do wartości granicznej $p_T^a/k = m$.

Bay [13] uwzględnił dodatkowo zmianę kąta pochylenia nierówności. Jego wzrost powoduje zwiększenie tarcia przy tym samym ciśnieniu. Efekt ten jest obserwowany dla dużych wartości czynnika tarcia.

Model tarcia zaproponowany przez Mroza i Stupkiewicza [69] zakłada oddziaływanie nierówności w dwóch skalach. W skali makro uwzględnili spłaszczanie nierówności materiału obrabianego, natomiast w skali mikro – bruzdowanie (ang. *ploughing*) spłaszczanych nierówności powierzchni.

Wpływ tarcia na wartość α W przedstawionych w rozdziale 2.1 modelach przyjmowano, że odległości pomiędzy sąsiednimi nierównościami są na tyle duże, że nie oddziałują one ze sobą w czasie deformacji. Założenie to jest słuszne dla małych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu. W procesach przeróbki plastycznej naprężenia kontaktowe przyjmują z reguły wysokie wartości. W efekcie strefy odkształceń plastycznych od poszczególnych nierówności oddziałują ze sobą powodując wzrost efektywnej twardości.

Wpływ tarcia na zmianę rzeczywistej powierzchni kontaktu w funkcji makroskopowego ciśnienia kontaktowego dla modelu Wanheima i in. [106] pokazano na rysunku 2.8. Dla stałej wartości ciśnienia p_N wzrost wartości lokalnego czynnika tarcia m przyczynia się do zwiększenia rzeczywistej powierzchni kontaktu. Wzrost początkowej wartości kąta pochylenia nierówności powoduje uzyskanie większych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu oraz przesunięcie granicy proporcjonalności w stronę niższych ciśnień (Bay [13]).

Zmiana wartości parametru R_a w procesach plastycznego formowania metali została wyznaczona przez Bay'a i in. [15]. W początkowej fazie deformacji, dopóki pojedyncze nierówności nie oddziałują na sąsiednie, wpływ makroskopowego ciśnienia oraz tarcia jest pomijalny. Dalszy wzrost ciśnienia prowadzi do wzajemnego oddziaływania pól deformacji od poszczególnych nierówności powodując spadek wartości R_a do zera. Również naprężenia styczne przyspieszają spłaszczanie nierówności. Ich wzrost daje odpowiednio

mniejsze wartości R_a przy ustalonym ciśnieniu kontaktowym.

W warunkach smarowania rzeczywista powierzchnia kontaktu rośnie osiągając stan ustalony w trakcie ruchu względnego ciał przy stałym ciśnieniu (Wanheim i Bay [105]). W przypadku tarcia suchego nie obserwuje się wysycenia, ale dalszy liniowy wzrost.

Tarcie oraz makroskopowa deformacja Stupkiewicz i Mróz [95] zaproponowali fenomenologiczny model spłaszczania nierówności, który uwzględnia tarcie oraz makroskopowe odkształcenie materiału. Warstwa wierzchnia charakteryzująca się niejednorodnym polem deformacji wywołanym odkształceniami nierówności została zastąpiona warstwą jednorodną. Na podstawie zaproponowanych związków konstytutywnych dla warstwy ekwiwalentnej autorzy wyprowadzili zależności pomiędzy naprężeniami kontaktowymi, rzeczywistą powierzchnią kontaktu i makroskopowym odkształceniem plastycznym. Przewidywania modelu pokazują wzrost efektywnej twardości dla rosnącej powierzchni styku oraz jej spadek przy rosnącej makroskopowej prędkości odkształcenia plastycznego.

Stupkiewicz i Mróz [97] wykorzystali opracowane modele tarcia (Mróz i Stupkiewicz [69]) oraz makroskopowej deformacji materiału (Stupkiewicz i Mróz [95]) do rozwiązania zadania ściskania materiału w płaskim stanie odkształcenia pomiędzy walcowym stemplem, a płaską matrycą. Wpływ tarcia na uzyskane wyniki był znikomy. Natomiast pominięcie makroskopowej deformacji dało różne jakościowo i ilościowo wyniki.

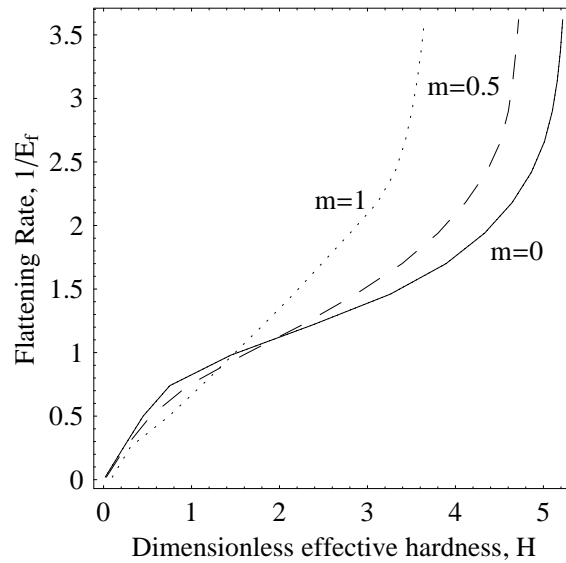
Wpływ tarcia oraz makroskopowego odkształcenia materiału na proces spłaszczania nierówności został również przeanalizowany przez autora niniejszej rozprawy. Wykorzystując metodę elementów skończonych rozwiązano zagadnienie wciskania sztywnego stempla w półprzestrzeń (por. Korzekwa i in. [46]), uwzględniając dodatkowo stałe naprężenie styczne działające pomiędzy stemplem, a materiałem. Założono, że warstwa wierzchnia poddana jest jednorodnemu makroskopowemu odkształceniu plastycznemu. Działające na powierzchni stemple powodują lokalne zaburzenia jednorodnego pola odkształceń (Wilson i Sheu [109], Korzekwa i in. [46]).

Na rysunku 2.9 przedstawiono zmianę bezwymiarowej prędkości spłaszczania nierówności $1/E_f$ w funkcji bezwymiarowej twardości H z zaznaczonym wpływem tarcia reprezentowanym lokalnym czynnikiem tarcia m . Wielkość $1/E_f$ oznacza stosunek prędkości spłaszczania nierówności do makroskopowej prędkości odkształcenia materiału. Ciśnienie P_N wynika z sił reakcji powstałych na skutek działania stempla. Gdy prędkość spłaszczania nierówności jest większa od prędkości odkształcenia materiału ($1/E_f > 1$) wzrost tarcia powoduje, że ten sam stopień spłaszczenia nierówności uzyskuje się dla mniejszej wartości ciśnienia kontaktowego. Spadek efektywnej twardości dla rosnącego czynnika tarcia przedstawia rysunek 2.10(a).

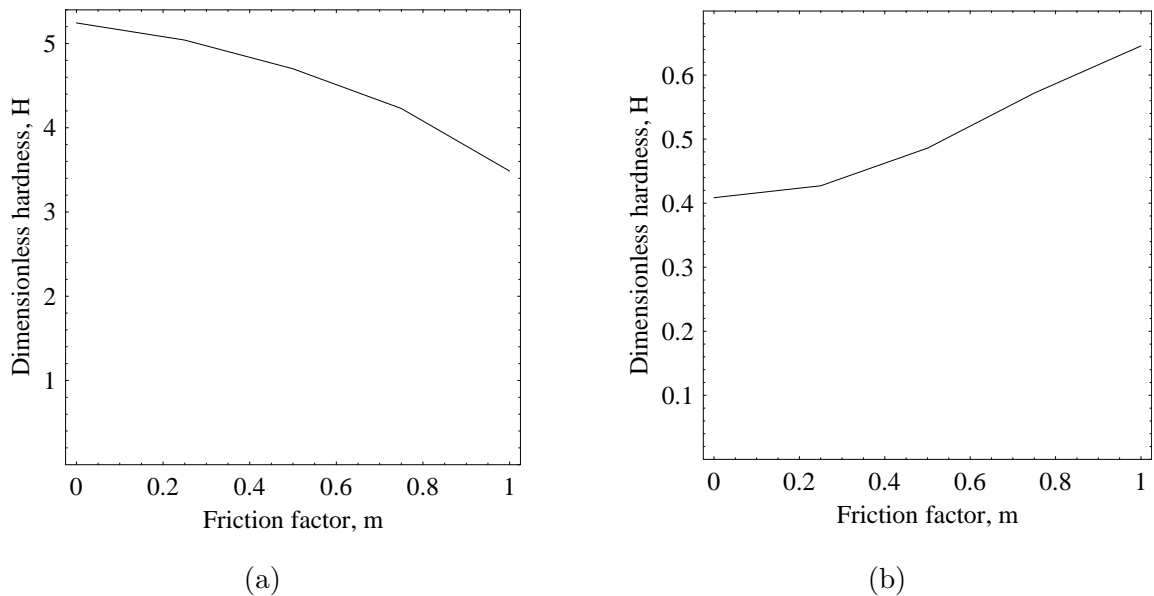
Efekt odwrotny do opisanego powyżej otrzymano dla bezwymiarowej prędkości spłaszczania nierówności $1/E_f < 1$ (por. rysunek 2.10(b)). W tym zakresie prędkości spłaszczania tarcie spowalnia, a nie przyspiesza jakby się mogło wydawać, spłaszczanie nierówności. Sformułowanie rozważanego zagadnienia wciskania stempli oraz inne wyniki przedstawiono w dodatku A.

2.4. Podsumowanie

Przedstawiono na podstawie literatury różne propozycje wyznaczania rozkładu obszarów rzeczywistego styku oraz wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu. Wymienione



Rysunek 2.9: Zmiana prędkości spłaszczania nierówności w funkcji bezwymiarowej twardości dla różnych naprężeń stycznych (m – lokalny czynnik tarcia, $n = 0.02$, $\alpha = 0.5$).



Rysunek 2.10: Bezwymiarowa twardość H w funkcji lokalnego czynnika tarcia m dla bezwymiarowej prędkości spłaszczania nierówności równej (a) $1/E_f = 3$ i (b) $1/E_f = 0.5$ ($n = 0.02$, $\alpha = 0.5$).

czynniki są istotne z punktu widzenia rozważań prowadzonych w dalszych rozdziałach dotyczących przepływu ciepła.

Modele rozwoju rzeczywistej powierzchni kontaktu w zakresie małych α , które nie uwzględniają wzajemnego oddziaływania nierówności w czasie deformacji, są z reguły wykorzystywane w pracach nad kontaktową przewodnością cieplną. Bazują na wielkościach wyznaczonych podczas pomiarów powierzchni. Parametry chropowatości, takie jak wysokość oraz gęstość wierzchołków czy kąt pochylenia nierówności, zależą od przyjętej rozdzielczości pomiarowej. Wyniki uzyskane z wykorzystaniem tych modeli będą zależały od przyjętego sposobu pomiaru chropowatości.

Nayak [70] pokazał, że nie można utożsamiać statystycznego opisu profilu powierzchni z opisem całej powierzchni. Rozbieżności pojawiają się w liczbie wierzchołków, wartościach krzywizn oraz kątach pochylenia nierówności. Zatem wyciąganie wniosków o charakterze powierzchni chropowatej z pomiarów pojedynczych profili może być obarczone dużym błędem (Nayak [72]).

Druga grupa omówionych modeli dotyczyła sposobów wyznaczania rzeczywistej powierzchni kontaktu w procesach przeróbki plastycznej. Spłaszczanie nierówności powierzchni następuje dużo łatwiej i szybciej gdy jednocześnie zachodzi makroskopowa deformacja materiału. Badania wpływu tarcia na spłaszczanie nierówności powierzchni w obecności makroskopowego odkształcenia dało zaskakujący wynik. W zakresie małych prędkości spłaszczania tarcie nie jest czynnikiem, który przyspiesza deformację nierówności. W celu wyjaśnienia tego efektu konieczne są dalsze badania.

Większość zaproponowanych rozwiązań przewiduje zmianę rzeczywistej powierzchni kontaktu do jedności. Jednak w rzeczywistości obecność smarów wypełniających doliny chropowatości hamuje wzrost α . W rozwiązaniu Kimury i Childsa [42] rzeczywista powierzchnia kontaktu osiąga pewną graniczną wartość mniejszą od jedności.

W tej części pracy przedstawiono również dwie metody otrzymywania rozkładu obszarów rzeczywistego styku dla rzeczywistych topografii powierzchni. Wykorzystano je w modelowaniu przewodzenia ciepła przez powierzchnie chropowate. Wyniki spłaszczania nierówności dla sprężysto-plastycznego modelu materiału nie różnią się znacząco od rozwiązania otrzymanego przez Wanheima i in. [106]. Ponadto otrzymany rozkład obszarów rzeczywistego styku dla powierzchni piaskowanej jest bardzo podobny do uzyskanego przez geometryczne ścinanie wierzchołków nierówności.

Należy podkreślić, że rzeczywista powierzchnia kontaktu nie określa jednoznacznie rozkładu obszarów styku. Dla tej samej wartości α smarowanie (Marciniszyn i Stupkiewicz [62]) czy przepływ ciepła przez nominalną powierzchnię kontaktu (patrz rozdział 5.5) mogą ulegać zmianie.

Rozdział 3

Przepływ ciepła przez powierzchnię kontaktu

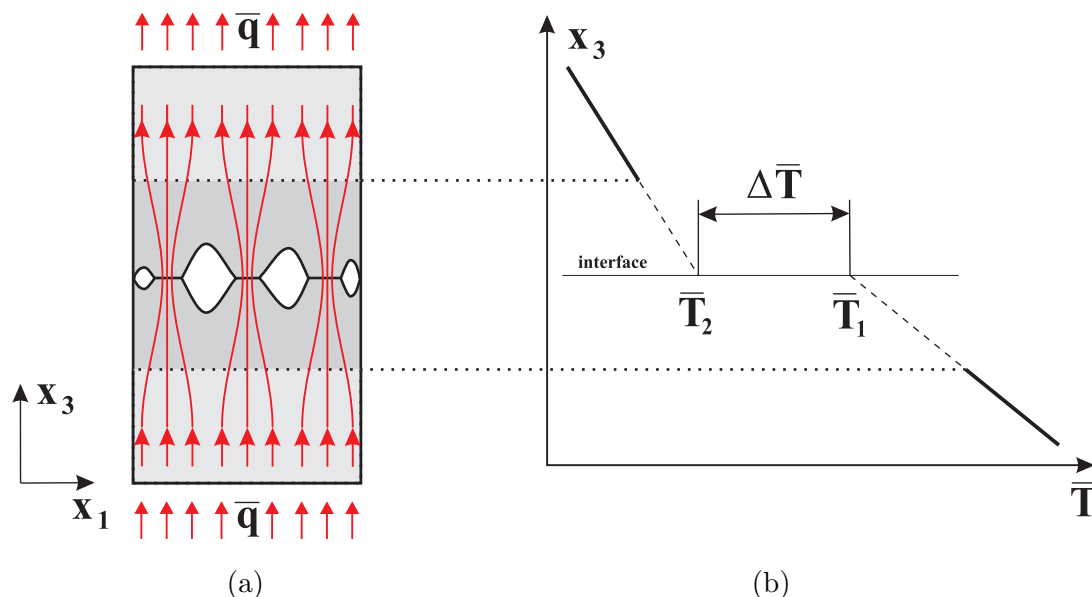
Niniejszy rozdział zawiera podstawowe informacje związane z przepływem ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie uzyskane na podstawie literatury. Dotyczą one prowadzonych doświadczeń oraz modelowania transportu ciepła, a przede wszystkim wyznaczania oporu na przepływ ciepła pomiędzy składowymi pary kontaktowej. Przedstawiono też ogólne równanie nieustalonego przepływu ciepła z warunkami początkowymi i brzegowymi.

3.1. Mechanizmy transportu ciepła

Wyróżnia się trzy mechanizmy odpowiedzialne za transport ciepła: przewodzenie, konwekcję i radiację. Niniejsza rozprawa dotyczy przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie, których powierzchnie są chropowate, a więc nie idealnie gładkie. W ogólnym przypadku transport ciepła z uwagi na złożoność kontaktu, rodzaj ośrodka znajdującego się w mikropustkach pomiędzy ciałami (ciecz, gaz i/lub ciało stałe) może zachodzić poprzez wszystkie wyżej wymienione mechanizmy.

Uzyskanie idealnie gładkich powierzchni jest niemożliwe i w efekcie bezpośredni kontakt ciał zachodzi na pewnej ograniczonej powierzchni tak jak to zostało omówione w rozdziale 2 i schematycznie pokazane na rysunku 1.1. Ponadto powierzchnie ciał mogą być pokryte warstwą tlenków i zanieczyszczeń, a przestrzenie pomiędzy nimi – wypełnione ciałem trzecim jak np. smar w przeróbce plastycznej, czy spoiwo w złączach. Ogólnie, przepływ ciepła następuje poprzez przewodzenie przez obszary rzeczywistego styku oraz materię wypełniającą puste przestrzenie pomiędzy ciałami w kontakcie. Jeśli jest nią gaz, wówczas reżim przewodzenia przez warstwę gazu zależy od liczby Knudseny i ma znaczenie dla względnie małych ciśnień kontaktowych lub gdy gaz jest dobrym przewodnikiem (Furmański i Wiśniewski [30]). W przypadku ruchu względnego rozpatrywanych powierzchni, płyn wypełniający pustki znajduje się w ruchu i wówczas pojawia się konwekcyjne unoszenie ciepła. Jeśli temperatury powierzchni obu ciał znacznie różnią się od siebie, a ciśnienie kontaktowe przyjmuje małe wartości należy uwzględnić trzeci mechanizm wymiany ciepła – radiację, w której do opisu strumienia ciepła wykorzystuje się prawo Stefana-Boltzmannia.

Tematyka pracy skupiona jest wokół zagadnień dotyczących procesów przeróbki plastycznej metali, dlatego opis przepływu ciepła pomiędzy ciałami można znacznie uprościć pomijając niektóre efekty. Na skutek niedużych rozmiarów pustek, konwekcyjny ruch cie-



Rysunek 3.1: Kontaktowy opór cieplny dla przewodzenia ciepła tylko przez obszary rzeczywistego styku: (a) schemat rozkładu linii strumienia ciepła dla ciał w kontakcie w skali mikro i (b) skok średniej (makroskopowej) temperatury na powierzchni kontaktu.

pła w płynie jest mocno ograniczony. Ponadto różnica temperatur ciał w kontakcie nie jest na tyle duża, aby strumień ciepła wywołany radiacją miał istotne znaczenie. Kolejnym czynnikiem wpływającym na uproszczenie opisu jest wartość przewodności cieplnej ciał stałych. Z reguły jest ona kilka rzędów wielkości większa od przewodności płynów czy gazów. Biorąc pod uwagę powyższe, opis transportu ciepła przez powierzchnię kontaktu dwóch ciał, która nie jest idealnie gładka, uwzględnia tylko przewodzenie przez obszary rzeczywistego styku¹ (Fenech i Rohsenow [27], ang. *constriction resistance*). Wówczas linie strumienia ciepła ulegają zawężeniu, co schematycznie pokazano na rysunku 3.1(a).

3.2. Podstawowe równania

Równanie nieustalonego przepływu ciepła ma postać (Carslaw i Jaeger [19])

$$\rho c \frac{DT}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{q} - \mathcal{Q} = 0, \quad (3.1)$$

gdzie T [K] oznacza temperaturę, DT/Dt – pochodną materialną temperatury, \mathcal{Q} [W/m³] – źródło ciepła, c [J/(kgK)] – ciepło właściwe, a ρ [kg/m³] – gęstość. Gęstość przewodzonego strumienia ciepła \mathbf{q} , zgodnie z prawem Fouriera, jest wprost proporcjonalna do gradientu temperatury

$$\mathbf{q} = -\mathbf{k} \cdot \nabla T. \quad (3.2)$$

Współczynnik proporcjonalności \mathbf{k} , nazywany przewodnością cieplną (współczynnikiem przewodzenia ciepła), dla ciał anizotropowych jest symetrycznym tensorem drugiego rzędu. W przypadku ogólnym wielkości \mathbf{k} , ρ i c są funkcjami położenia i temperatury, a \mathcal{Q} – położenia i czasu.

¹Mechanizm ten nie będzie dominował w przypadku małych ciśnień kontaktowych, gdy ciała w kontakcie są słabymi przewodnikami, a płyn wypełniający pustki charakteryzuje wysoka przewodność cieplna.

Zakładając, że rozpatrywane ciała są jednorodne, a ich właściwości jak również szybkość generowanego ciepła nie zależą od temperatury oraz rozwijając wyrażenie na pochodną materialną i wykorzystując równanie Fouriera (3.2), równanie nieustalonego przepływu ciepła (3.1) jest liniowe i ma postać

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c \mathbf{v} \cdot \nabla T - k \nabla^2 T - Q = 0. \quad (3.3)$$

Pierwszy człon równania (3.3) opisuje zmianę temperatury w czasie. W warunkach ustalonych przyjmuje wartość równą zero. Drugi człon związany jest z konwekcyjnym przepływem ciepła. Wielkość \mathbf{v} oznacza prędkość unoszenia. Trzeci człon określa transport ciepła poprzez przewodzenie.

W celu rozwiązania równania (3.3) w obszarze Ω ograniczonym powierzchnią $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$ należy założyć warunki początkowe i brzegowe. Stosowane są trzy rodzaje warunków brzegowych:

1. Warunek Dirichleta

$$T = T^\Gamma \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \Gamma_1, \quad (3.4)$$

gdzie $T^\Gamma(\mathbf{x})$ jest zadaną temperaturą na brzegu rozpatrywanego obszaru.

2. Warunek Neumanna

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = q^\Gamma \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \Gamma_2, \quad (3.5)$$

gdzie $q^\Gamma(\mathbf{x})$ oznacza zadany strumień ciepła przepływający przez powierzchnię Γ_2 ; szczególnym przypadkiem jest izolowany brzeg lub powierzchnia symetrii ciała, wówczas $q^\Gamma = 0$.

3. Warunek Robina

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \alpha^\Gamma (T_{\text{surf}} - T_\infty) \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \Gamma_3, \quad (3.6)$$

gdzie $\alpha^\Gamma(\mathbf{x})$ oznacza współczynnik przejmowania ciepła, T_{surf} – średnią temperaturę powierzchni, a T_∞ – temperaturę w znacznej odległości od rozpatrywanego brzegu.

W przypadku zagadnień zależnych od czasu należy dodatkowo zdefiniować warunek początkowy

$$T(\mathbf{x}, t_0) = T_0(\mathbf{x}) \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \Omega. \quad (3.7)$$

Wówczas wielkości T^Γ , q^Γ i α^Γ w powyższych równaniach mogą być funkcjami zależnymi od czasu.

Rozpatrując zagadnienia przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie w skali mikro należy założyć odpowiedni warunek brzegowy związany z przepływem ciepła w obrębie nominalnej powierzchni kontaktu. W zależności od sposobu transportu ciepła, lokalny strumień ciepła na rozpatrywanym brzegu kontaktowym Γ_c , zgodny z kierunkiem normalnej \mathbf{n} , można zapisać jako wariant warunku Robina dla:

- przewodzenia ciepła przez powierzchnię obszarów rzeczywistego styku

$$q_c^c = h_c \Delta T \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \Gamma_c, \quad (3.8)$$

gdzie ΔT oznacza różnicę lokalnych temperatur stykających się powierzchni;

- kontaktu ciała z cieczą

$$q_c^f = h_f \Delta T \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \Gamma_c^f, \quad (3.9)$$

gdzie ΔT oznacza różnicę średniej temperatury powierzchni ciała i temperatury cieczy², a h_f w zależności od zwrotu wektora strumienia ciepła (na zewnątrz lub do wewnątrz ciała) jest współczynnikiem odpowiednio przejmowania lub wnikania ciepła;

- przepływu na skutek radiacji

$$q_c^r = \varepsilon_{\text{eff}} \sigma^{\text{SB}} (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{dla } \mathbf{x} \in \Gamma_c^r, \quad (3.10)$$

gdzie ε_{eff} oznacza efektywną emisyjność powierzchni dwóch ciał pozostających w kontakcie, σ^{SB} to stała Stefana-Boltzmana, a T_i oznacza temperaturę powierzchni kontaktowej i -tego ciała.

W ogólnym przypadku przepływ ciepła przez rozpatrywaną powierzchnię $\Gamma_c = \Gamma_c^c \cup \Gamma_c^f \cup \Gamma_c^r$ jest skomplikowany, a wtedy do opisu strumienia ciepła trzeba wykorzystać warunki (3.8)–(3.10).

Zagadnienia przepływu ciepła rozpatruje się często w postaci bezwymiarowej. Wówczas stosuje się następujące wielkości bezwymiarowe:

$$\mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{L} \quad (3.11)$$

$$t^* = t \frac{\kappa}{L^2} \quad (3.12)$$

$$T^* = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \quad (3.13)$$

$$Q^* = Q \frac{L^2}{k(T_0 - T_\infty)} \quad (3.14)$$

$$v^* = v \frac{L}{\kappa} = \text{Pe} \quad (3.15)$$

Występujące w powyższych równaniach wielkości wymiarowe to długość charakterystyczna L [m], dyfuzyjność cieplna $\kappa = k/\rho c$ [m²/s] oraz temperatura początkowa T_0 [K]. Bezwymiarowa prędkość (3.15) nosi nazwę liczby Péclet.

Wykorzystując wielkości bezwymiarowe (3.11)–(3.15) równanie przepływu ciepła (3.3) można zapisać w postaci

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \mathbf{v}^* \cdot \nabla T^* - \nabla^2 T^* - Q^* = 0, \quad (3.16)$$

gdzie $\nabla(\cdot) = \partial(\cdot)/\partial \mathbf{x}^*$.

3.3. Kontaktowy opór cieplny

Badania doświadczalne przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie wskazują na obecność skokowej zmiany makroskopowej temperatury przy przejściu z jednego ciała do

²Temperatura mierzona w punkcie odległym od rozpatrywanej powierzchni ciała lub średnia temperatura cieczy.

drugiego (patrz rysunek 3.1(b)). W skali mikro kontakt ciał zachodzi na pojedynczych nierównościach³. Gdyby powierzchnie ciał były idealnie gładkie w obrębie powierzchni nominalnej i pozbawione wszelkich zanieczyszczeń wówczas w przyjętej skali obserwacji można by przyjąć ciągłość temperatury na powierzchni kontaktu. Natomiast wspomniana chropowatość powierzchni oraz różnice we właściwościach cieplnych i mechanicznych warstwy wierzchniej w stosunku do materiału wewnątrz ciała, powstałych np. w wyniku obróbki powierzchniowej czy obecnej warstwy tlenków, stanowią przyczynę obserwowanej w skali makro nieciągłości temperatury. Dla ustalonego przepływu ciepła obserwuje się również niejednorodny rozkład temperatury wewnątrz izotropowych ciał w pobliżu rozpatrywanej powierzchni. Szerokość tego obszaru (linia kropkowa na rysunku 3.1) zależy od wymienionych wyżej czynników.

Z obserwowanym makroskopowo skokiem temperatury na granicy styku ciał związane jest pojęcie kontaktowego oporu cieplnego R_c (ang. *thermal contact resistance*). Wielkość tą, podobnie jak opór na przepływ prądu elektrycznego⁴ (Kakaç i Yener [41]), definiuje się w następujący sposób

$$R_c = \frac{\bar{T}_1 - \bar{T}_2}{\bar{q}}, \quad (3.17)$$

gdzie \bar{T}_1 i \bar{T}_2 oznaczają wartości temperatury uzyskane w stanie ustalonym poprzez ekstrapolację (liniowych) profilów temperatury wewnątrz każdego z ciał (linia kreskowa na rysunku 3.1(b)) na makroskopową powierzchnię kontaktu (można je interpretować jako średnie temperatury powierzchni kontaktowych ciał), a \bar{q} to całkowity strumień ciepła przepływającego pomiędzy ciałami.

W literaturze funkcjonuje zamiennie pojęcie kontaktowej przewodności cieplnej (ang. *thermal contact conductance*), która zdefiniowana jest jako odwrotność kontaktowego oporu cieplnego

$$h_c = \frac{1}{R_c} = \frac{\bar{q}}{\Delta\bar{T}}. \quad (3.18)$$

Wiśniewski [110] badając wymianę ciepła przy periodycznym styku ciał stałych (ang. *periodic contact resistance*) nazywał wielkość h_c w powyższym równaniu efektywnym współczynnikiem wymiany ciepła. W niniejszej rozprawie rozważania dotyczące przepływu ciepła ograniczają się do zagadnień przewodzenia przez powierzchnię kontaktu. Dlatego wielkość zdefiniowana zależnością (3.18) będzie określana jako *efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła*.

Zmiana temperatury powoduje m.in. zmianę właściwości materiałów, wymiarów przedmiotów, parametrów procesów technologicznych, warunków kontaktowych (zmiana rzeczywistej powierzchni kontaktu oraz współczynnika tarcia), warunków smarowania (zmiana lepkości lub degradacja smaru). Kontrola temperatury ciał w kontakcie może odbywać się w sposób pośredni poprzez zmianę wartości kontaktowego oporu cieplnego, który decyduje o przepływie ciepła pomiędzy nimi. W zależności od zastosowań dąży się do poprawy odprowadzenia ciepła poprzez zmniejszenie wartości parametru R_c lub jak np. w przypadku izolatorów do jej zwiększenia. Głównym czynnikiem decydującym o wartości kontaktowego oporu cieplnego jest rzeczywista powierzchnia kontaktu (Kakaç i Yener [41]). Na

³W odpowiednio małej skali, ale jeszcze dla kontinuum, zmiana temperatury przy ustalonym przepływie ciepła zachodzi w sposób ciągły.

⁴Analogia w opisie przepływu prądu elektrycznego i ciepła przez powierzchnię kontaktu ciał: opór cieplny odpowiada oporowi elektrycznemu, różnica temperatur – różnicy potencjałów, strumień ciepła – gęstości strumienia prądu.

wartość R_c wpływa również rodzaj materii wypełniającej wolne przestrzenie między powierzchniami.

Elektronika (efektywne chłodzenie układów elektronicznych), cykliczny kontakt ciał (np. styk zaworów z gniazdami, kucie), ruchome połączenia części maszyn, osłony termiczne to tylko przykładowe obszary, w których wartość kontaktowego oporu cieplnego odgrywa kluczowe znaczenie. Problem przewodności cieplnej występuje również wewnątrz ciał o niejednorodnej strukturze, składających się z dwóch lub więcej komponentów (np. materiały porowate, kompozyty), gdzie opór na styku włókien z matrycą, ziaren, lamin może decydować o makroskopowych właściwościach materiału (Furmański i Wiśniewski [30]).

W procesach przeróbki plastycznej płynięcie metalu zależy w dużym stopniu od temperatury. Dokładna informacja o aktualnej wartości współczynnika R_c na etapie modelowania tych procesów może zapewnić lepszą kontrolę właściwości materiałowych oraz jakości powierzchni wyrobów. W zastosowaniach praktycznych, z uwagi na ograniczony zakres stosowalności istniejących modeli, przyjmuje się zwykle stałą wartość kontaktowego współczynnika oporu cieplnego, którą wyznacza się na podstawie eksperymentów w połączeniu z symulacjami (Micari i in. [63], Pietrzyk i Lenard [80]). Założenie to w odniesieniu do procesów kształtowania metali jest jednak dużym uproszczeniem (Lenard i Davies [53], Nshama i Jeswiet [76]).

Uwzględniając, że w ogólnym przypadku przepływ ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie odbywa się poprzez przewodzenie przez obszary rzeczywistego styku i płyn występujący pomiędzy powierzchniami ciał oraz radiację, efektywny kontaktowy opór cieplny można wyznaczyć z zależności (Wriggers [113])

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_{\text{kontakt}}} + \frac{1}{R_{\text{płyn}}} + \frac{1}{R_{\text{radiacja}}}. \quad (3.19)$$

Powyższa zależność jest prawdziwa gdy przewodność cieplna płynu jest dużo mniejsza niż kontaktujących się ciał oraz gdy rzeczywista powierzchnia kontaktu jest znacznie mniejsza od powierzchni nominalnej (Marchand i Raynaud [60]). W niniejszej pracy skoncentrowano się jedynie na pierwszym członie po prawej stronie równania (3.19), bo ma on decydujące znaczenie w przeróbce plastycznej.

3.4. Eksperymentalne i teoretyczne wyznaczanie R_c

Badania nad możliwością prawidłowego i dokładnego wyznaczenia wartości kontaktowego oporu cieplnego trwają od lat 30-tych ubiegłego stulecia i w pierwszym okresie prowadzone były na potrzeby kriogeniki (Yovanovich [115]). Kolejne lata przyniosły zainteresowanie tą tematyką przemysłu lotniczego, nuklearnego (wpływ wysokich temperatur oraz ciśnienia gazów wypełniających pustki pomiędzy ciałami, duże strumienie ciepła płynące od paliwa do zbiornika) i kosmicznego (połączenia w warunkach próżni; Clausing i Chao [23], Yovanovich i Fenech [117]). Rozwój elektroniki spowodował, że i tutaj pojawiła się chęć głębszego poznania przeszkód na jakie napotyka ciepło płynące od pracującego urządzenia do ośrodka chłodzącego. Budowa efektywniejszych systemów odprowadzających ciepło wymusza rozpoznanie mechanizmów wpływających na kontaktową przewodność cieplną. Dokładne poznanie i opis zjawisk towarzyszących przepływowi ciepła przez powierzchnię kontaktu staje się również istotne w zastosowaniach z zakresu nanotechnologii. Podsumowanie dotychczasowych osiągnięć związanych z badaniem przepływu ciepła

między ciałami w kontakcie można znaleźć m.in. w pracach Lamberta i Fletchera [48], Furmańskiego i Wiśniewskiego [30], Yovanovicha [115] oraz Bahramiego i in. [11].

3.4.1. Badania doświadczalne

Metodologia postępowania podczas wyznaczania wartości kontaktowego oporu cieplnego na drodze eksperymentalnej stosowana przez różnych badaczy jest bardzo podobna. Cylindryczne próbki umieszcza się w szczękach maszyny doprowadzając je do kontaktu poprzez wytworzenie zadanego ciśnienia. Ich powierzchnie są odpowiednio obrobione w celu uzyskania założonego stopnia chropowatości. Przepływ ciepła wymuszony jest różnicą temperatur zadanych na brzegach próbek umieszczonych w szczękach. W każdej z próbek wykonane są otwory w ustalonych odległościach od powierzchni kontaktu, w których umieszczone są termopary⁵. Doświadczenia wykonywane są w komorze próżniowej lub zestaw próbek izoluje się od otoczenia w taki sposób aby zapewnić jednowymiarowy przepływ ciepła. W trakcie badań mierzone jest ciśnienie kontaktowe i temperatura próbek w warunkach ustalonych. Uzyskane profile rozkładu temperatury w próbkach mają charakter zbliżony do przedstawionego na rysunku 3.1(b).

Sposób wyznaczenia kontaktowej przewodności cieplnej opisany przez Furmańskiego i Wiśniewskiego [30] różni się nieznacznie od przedstawionego powyżej. Próbka umieszczona jest pomiędzy narzędziami, w których zainstalowane są termopary, a następnie jest ona ściskana. Znajomość przewodności cieplnej materiału próbki oraz strumienia ciepła pozwala wyznaczyć spadek temperatury w próbce oraz wartość kontaktowego oporu, który stanowi wartość średnią dla dwóch powierzchni kontaktowych próbki. Dlatego te dwie powierzchnie pomiarowe powinny charakteryzować się tą samą chropowatością i stopniem zanieczyszczenia. Zalety takiego eksperymentu to m.in. pomiar kontaktowej przewodności dla plastycznej deformacji próbki, możliwość wielokrotnego wykorzystania termopar ponieważ nie ulegają zniszczeniu oraz możliwość wykonania pomiarów w stanie nieustalonym.

Thomas i Probert [101] podsumowali w 1966 roku badania eksperymentalne dotyczące przepływu ciepła pomiędzy ciałami pozostającymi w kontakcie. Podstawowy wniosek dotyczył drogi jaką pokonuje ciepło. Przy pominięciu radiacji ciepło płynie przez mikrokontakty i mikroszczeliny.

Czynniki mające wpływ na kontaktowy opór cieplny Jacobs i Starr [39] wyznaczyli doświadczalnie kontaktowy opór cieplny w próżni w temperaturze pokojowej (25°C) i temperaturze wrzenia azotu (-195°C) dla złota, srebra i miedzi. Ujemne temperatury powodowały wzrost oporu na przepływ ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie. Maksymalne obciążenie wynosiło 0.25MPa .

Bahrami i in. [8] uwzględnili wpływ falistości powierzchni wykorzystując w doświadczeniach próbki o sferycznej, gładkiej, polerowanej powierzchni. Uzyskane wyniki porównano z wynikami modelowania uwzględniającego chropowatości powierzchni w dwóch różnych skalach. Zakres stosowanych ciśnień kontaktowych był mały i nie przekraczał 20MPa .

Cykliczne obciążanie, powodując sprężysto-plastyczne deformacje nierówności powierzchni, prowadzi do zmniejszania się kontaktowej oporności w czasie początkowych cykli, a następnie jej wartość stabilizuje się (Wiśniewski i Furmański [111], Li i in. [55]). Ma to

⁵Termopary są łatwe w użyciu, jednak z uwagi na swe skończone wymiary mierzą temperaturę ciała, a nie powierzchni w kontakcie. Ponadto umieszczanie ich wewnątrz próbek zaburza przepływ ciepła.

bezpośredni związek ze wzrostem rzeczywistej powierzchni kontaktu. Efekt ten, wyraźniejszy dla powierzchni o większej chropowatości, można wykorzystać do poprawy kontaktowej przewodności poprzez początkowe przeciążenie złącza, a następnie jego odciążenie do zadanego ciśnienia roboczego.

Zmiana wartości kontaktowej przewodności cieplnej, gdy dokładna obróbka powierzchni jest nieopłacalna, odbywa się poprzez wykorzystanie materiałów pośrednich (smary, folie metaliczne, polimery, ceramika) pomiędzy powierzchniami ciał w kontakcie. Folie metaliczne wykonane z indu, ołowiu, miedzi, cyny, aluminium, złota i srebra zwykle polepszają kontaktową przewodność (Furmański i Wiśniewski [30]). Yovanovich [115] przeprowadził badania, w których wykazał, że istnieje optymalna grubość folii, dla której kontaktowy opór cieplny przyjmuje najmniejsze wartości w danym złączu.

Warstwy niemetaliczne (np. tlenki) z reguły pogarszają warunki przepływu ciepła pomiędzy ciałami. Clausing i Chao [23] przebadali czyste oraz pokryte warstwą tlenku próbki wykonane z magnezu. Zaobserwowano, że kontaktowa oporność cieplna była o rząd wielkości większa dla powierzchni próbek pokrytych tlenkiem. Jest to dowód na to, jak obecność trzeciego ciała (np. smarów, past, zanieczyszczeń powierzchni) może wpływać na rozkład temperatury kontaktujących się ciał. Natomiast Madhusudana [57] zauważył, że cienka warstwa tlenków na chropowatej powierzchni, może przyczynić się do jej wygładzenia – zwiększenia rzeczywistej powierzchni kontaktu – i w efekcie polepszyć kontaktową przewodność.

Dla pary kontaktowej złożonej z aluminium i stali Rogers [83] zaobserwował zmianę kontaktowego oporu cieplnego w zależności od kierunku przepływu ciepła. Williams [107] przypisał występowanie takiej zależności zanieczyszczeniom obecnym na powierzchni styku. Doświadczenia⁶ wykonane przez Clausinga [22] na parach kontaktowych złożonych z różnych materiałów również potwierdziły zależność kontaktowej przewodności od kierunku strumienia ciepła, od którego w bezpośredni sposób zależy wartość lokalnej temperatury. Wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu zmieniała się w zależności od kierunku gradientu temperatury ze względu na różnice w rozszerzalności cieplnej próbek. Efekt sprzężeń termomechanicznych, który nie jest uwzględniany w niniejszej rozprawie, przestawał mieć znaczenie dla małych wartości strumienia ciepła. Thomas i Probert [102] uzyskali zmianę kontaktowej przewodności cieplnej w zależności od kierunku strumienia ciepła dla pary kontaktowej złożonej z tych samych materiałów. Zatem nie tylko rozszerzalność cieplna decyduje o tym efekcie.

Pomiar R_c w procesach kształtowania metali Pomiar kontaktowej przewodności cieplnej w procesach przeróbki plastycznej napotykają na szereg problemów natury technicznej z uwagi na złożoność zjawisk tam zachodzących. Wykorzystywanie termopar wiąże się z zaburzeniem geometrii narzędzi, a tym samym pola temperatury. Ponadto używana aparatura musi być dostosowana do szybkich zmian wielkości mierzonych. Malinowski i in. [59] zmierzili zmianę kontaktowej przewodności cieplnej w funkcji początkowej temperatury matrycy, ciśnienia kontaktowego oraz czasu pozostawiania ciał w kontakcie. Zaproponowali również zależność pozwalającą wyznaczyć współczynnik przewodności w funkcji tych trzech parametrów. Maksymalne zastosowane ciśnienie kontaktowe wynosiło 90MPa.

Skuteczność i poprawność modelowania procesów przeróbki plastycznej na gorąco zależy od właściwego opisu warunków brzegowych, a więc również właściwego określenia kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła. Lenard i Davies [53] wykonali test wal-

⁶Maksymalna wartość zastosowanego ciśnienia kontaktowego wynosiła 1MPa.

cowania na gorąco oraz ściskania w celu wyznaczenia współczynnika oporu. Stwierdzono, że właściwości powierzchni kontaktowej (obecność tlenków, smaru, itp.) mają o wiele większy wpływ na wartość strumienia ciepła niż parametry procesu walcowania (redukcja grubości, temperatura, wejściowa grubość blachy, prędkość).

Bariani i in. [12] przedstawili badania doświadczalne i wyniki analiz numerycznych dotyczących kucia na gorąco. Pokazali jak zmienia się wartość kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w określonych obszarach matrycy w czasie trwania procesu.

Sadok i in. [85] przedstawili przegląd wyników prac dotyczących eksperymentalnych pomiarów kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w procesach przeróbki plastycznej (walcowanie na zimno, na gorąco, ściskanie). Szerokie spektrum uzyskiwanych wartości świadczy o znacznej liczbie parametrów, które mają wpływ na kontaktowy opór cieplny.

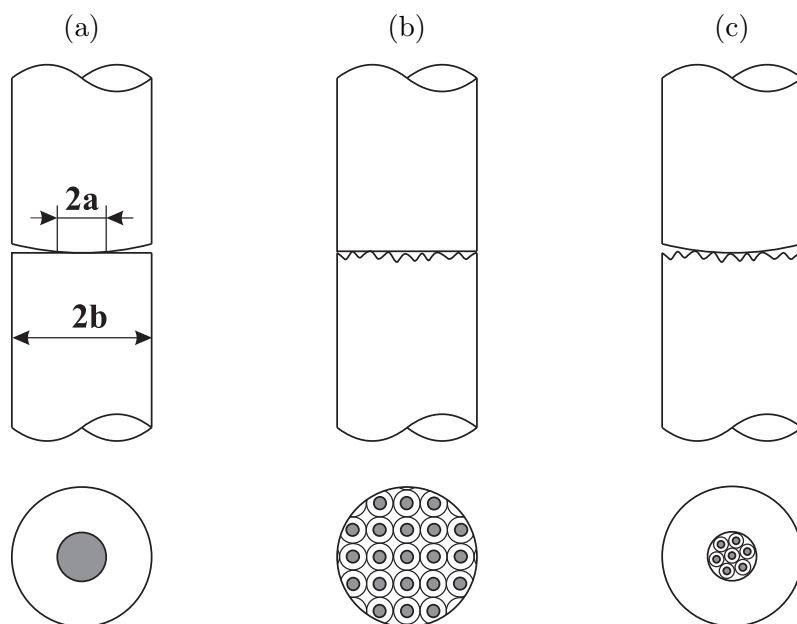
3.4.2. Wybrane modele

Istnieje liczna grupa modeli umożliwiających wyznaczenie kontaktowego oporu cieplnego, które powstały w oparciu o następujące założenia:

1. rozpatrywane ciała są jednorodne i izotropowe;
2. wymiary ciał oraz makroskopowej powierzchni kontaktu są znacznie większe od wymiaru falistości i chropowatości powierzchni;
3. powierzchnie kontaktowe są pozbawione zanieczyszczeń;
4. pominięte są naprężenia styczne w obszarach rzeczywistego styku;
5. lokalna temperatura jest ciągła w obszarach rzeczywistego styku ciał;
6. transport ciepła odbywa się na drodze przewodzenia przez obszary rzeczywistego styku (pominięta jest obecność gazów pomiędzy powierzchniami) i ewentualnie płyn wypełniający wolne przestrzenie;
7. obszary rzeczywistego styku modelowane są w kształcie kół w płaszczyźnie kontaktu⁷, a z każdym z nich skojarzony jest cylindryczny kanał, którym płynie ciepło;
8. wszystkie obszary styku w obrębie nominalnej powierzchni kontaktu posiadają taką samą temperaturę (ang. *isothermal microcontacts*, Cooper i in. [24]).

Na rysunku 3.2 pokazano podział modeli kontaktowego oporu cieplnego ze względu na geometrię kontaktu ciał zaproponowany przez Yovanovicha [115]. Podział ten jest podstawą wieloskalowego modelowania oporu cieplnego. Model przedstawiony na rysunku 3.2(a) jest wykorzystany do opisu kontaktowego oporu dla pojedynczego obszaru styku, co może również odpowiadać kontaktowi powierzchni gładkich i niedopasowanych (ang. *non-conforming smooth surfaces*). Kontakt dwóch nominalnie gładkich, płaskich powierzchni

⁷Bahrami [7] powołuje się na pracę Yovanovicha [116], w której wyznaczono kontaktowy opór cieplny dla obszarów styku o dowolnym kształcie. Znalaziono wymiar charakterystyczny równy pierwiastkowi kwadratowemu pola pojedynczego obszaru styku. Stwierdzono, że geometria obszarów rzeczywistego styku ma drugorzędne znaczenie i można je modelować w kształcie kół przy zachowaniu wartości powierzchni. Są prace, w których zakłada się inne kształty obszarów rzeczywistego styku (Laraqi [50], Rostami i in. [84], Salti i Laraqi [87], Vick i Furey [104], Zhang i in. [119]).



Rysunek 3.2: Modele kontaktu dwóch ciał o powierzchniach: (a) gładkich i niedopasowanych, (b) chropowatych i dopasowanych oraz (c) chropowatych i niedopasowanych (za Yovanovichem [115]).

(ang. *conforming nominally flat rough surfaces*), pokazany na rysunku 3.2(b), jest zamodelowany przy pomocy pojedynczych obszarów styku rozłożonych na całej powierzchni nominalnej. Uwzględnienie występowania nierówności w dwóch skalach, co może odpowiadać kontaktowi powierzchni chropowatych i niedopasowanych (ang. *nonconforming rough surfaces*), pokazano na rysunku 3.2(c). W tym przypadku obszary styku odpowiadające pojedynczym nierównościami w kontakcie (mikroopór) są rozłożone jedynie w obrębie obszarów wynikających z kontaktu większych nierówności w skali makro (makroopór).

Clausing i Chao [23] zaproponowali wykorzystanie rozwiązania dla pojedynczego źródła ciepła na półprzestrzeni do określenia kontaktowego oporu dla pojedynczej nierówności, rysunek 3.2(a). Podejście takie jest słuszne dla obszarów rzeczywistego styku, których wielkość jest dużo mniejsza od odległości między nimi. Rozwiązanie stanu ustalonego dla kolistego źródła ciepła o promieniu a na półprzestrzeni o przewodności cieplnej k zostało podane przez Carslawa i Jaegera [19] dla dwóch typów warunków brzegowych. Kontaktowy opór cieplny dla przepływu ciepła wymuszonego stałym strumieniem wynosi

$$R^q = \frac{8}{3\pi^2 k a}, \quad (3.20)$$

natomiast dla izotermicznego warunku brzegowego ma postać

$$R^T = \frac{1}{4ka}. \quad (3.21)$$

Różnica wartości oporu w zależności od przyjętych warunków brzegowych wynosi około 8%.

Wzrost ciśnienia kontaktowego prowadzi do zwiększenia liczby obszarów rzeczywistego styku oraz ich wielkości. W celu uwzględnienia wzajemnych oddziaływań wprowadzono bezwymiarową funkcję $\psi(\varepsilon)$, gdzie $\varepsilon = a/b$, czyli $\alpha = \varepsilon^2$. Wówczas wartość kontaktowego

oporu cieplnego można przedstawić jako

$$R_c = \frac{\psi(\varepsilon)}{4k_1a} + \frac{\psi(\varepsilon)}{4k_2a} = \frac{\psi(\varepsilon)}{2k_e a}, \quad (3.22)$$

gdzie $k_e = 2k_1k_2/(k_1+k_2)$ jest średnią harmoniczną przewodnością cieplną. Postać funkcji $\psi(\varepsilon)$ została wyznaczona m.in. przez Coopera i in. [24], Gibsona [31], Negusa i Yovanovicha [73], Mikića i Rohsenowa [67] oraz Roessa [82]. Porównanie wyników otrzymanych przez wymienionych autorów wskazuje na bardzo dobrą zgodność dla $\varepsilon < 0.3$, odpowiadającemu rzeczywistej powierzchni kontaktu $\alpha < 0.09$, co stanowi typowy zakres zainteresowań w rozważaniach na temat kontaktowego oporu cieplnego (Bahrami [7]). W przypadku granicznym gdy ε dąży do zera, wartość funkcji $\psi(\varepsilon)$ dąży do jedności, co odpowiada rozwiązaniu dla pojedynczego źródła ciepła na półprzestrzeni.

Zgodnie z modelem Coopera i in. [24] kontaktowa przewodność cieplna dla pojedynczego kolistego obszaru styku przedstawionego schematycznie na rysunku 3.2(a) wynosi

$$h_c^{\text{single}} = \frac{2k_e a}{\pi b^2 \psi(\varepsilon)}. \quad (3.23)$$

Funkcja ψ została określona równaniem

$$\psi \approx (1 - a/b)^{1.5} = (1 - \sqrt{\alpha})^{1.5}. \quad (3.24)$$

Dla $\alpha = 1$ nie ma kontaktowego oporu na przepływ ciepła, co wynika z założenia, że temperatury powierzchni kontaktujących się ciał są sobie równe w obszarach rzeczywistego styku. Gdy środek rozpatrywanego obszaru styku nie pokrywa się z osią symetrii hipotetycznego cylindra podana jest empiryczna zależność na zwiększoną kontaktową oporność cieplną wynikającą z mimośrodowości. Dla wielu pojedynczych obszarów rzeczywistego styku rozłożonych na nominalnej powierzchni kontaktu (rysunek 3.2(b)) Cooper i in. [24] wyprowadzili zależność na zmianę kontaktowej przewodności w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu α opisanej równaniem (2.1). Wykorzystując dane doświadczalne otrzymane rozwiązanie aproksymowali zależnością

$$h_c^C = 1.45 \frac{k_e}{\sigma / \tan \theta} \left(\frac{p_N}{H_{\text{mic}}} \right)^{0.985}. \quad (3.25)$$

Analizując przepływ ciepła dla ciał o nominalnie płaskich chropowatych powierzchniach Mikić [66] zaproponował funkcje określające kontaktową przewodność cieplną dla trzech przypadków deformacji materiału. Dla modelu plastycznego uzyskał rozwiązanie analogiczne do przedstawionego powyżej

$$h_c^{\text{p1}} = 1.13 \frac{k_e}{\sigma / \tan \theta} \left(\frac{p_N}{H_{\text{mic}}} \right)^{0.94}. \quad (3.26)$$

Uwzględniając zmianę rzeczywistej powierzchni kontaktu w czasie obciążenia w postaci (2.2), wyrażenie na kontaktową przewodność cieplną ma postać

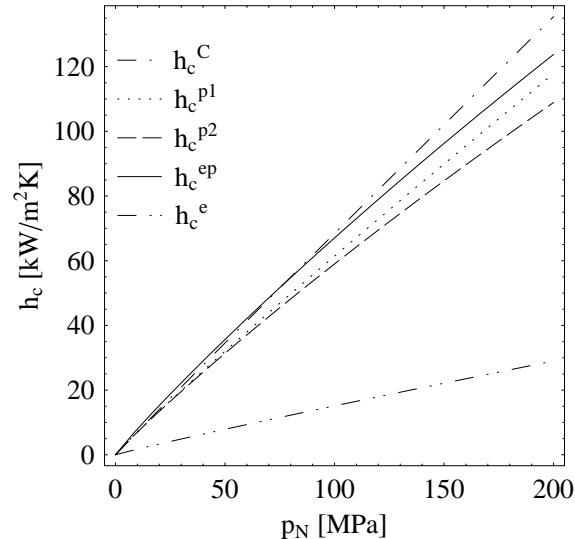
$$h_c^{\text{p2}} = 1.13 \frac{k_e}{\sigma / \tan \theta} \left(\frac{p_N}{H_{\text{mic}} + p_N} \right)^{0.94}. \quad (3.27)$$

Taka modyfikacja powoduje zmniejszenie wartości przewodności dla wysokich obciążeń w porównaniu z równaniem (3.26). W przypadku sprężystego odkształcenia podłoża oraz plastycznej deformacji nierówności wartość kontaktowej przewodności cieplnej wynosi

$$h_c^{\text{ep}} = h_c^{\text{p2}} (1 + 0.6\psi^M), \quad (3.28)$$

Tabela 3.1: Wartości parametrów wykorzystane do porównania modeli (3.25)–(3.29) przedstawionego na rysunku 3.3.

parametr	σ [μm]	θ [deg]	k_e [W/mK]	H_{mic} [GPa]	E' [GPa]
wartość	4.91	5	58	2.3	115



Rysunek 3.3: Zmiana kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji makroskopowego ciśnienia dla modeli (3.25)–(3.29).

gdzie ψ^M oznacza indeks plastyczności zdefiniowany równaniem (2.6). W przypadku sprężystego odkształcenia podłoża oraz nierówności powierzchni współczynnik kontaktowej przewodności cieplnej jest opisany zależnością

$$h_c^e = 1.55 \frac{k_e}{\sigma / \tan \theta} \left(\frac{p_N / \sqrt{2}}{E' \tan \theta} \right)^{0.94}. \quad (3.29)$$

Porównanie przedstawionych modeli przedstawiono na rysunku 3.3. Wartości parametrów przyjęto zgodnie z tabelą 3.1. Równania (3.25)–(3.29) zostały uzyskane poprzez aproksymację rozważań teoretycznych z wykorzystaniem wyników doświadczalnych.

Yovanovich i Fenech [117] zastosowali sprężysto-plastyczny model spłaszczania nierówności powierzchni ponieważ założenie wyłącznie plastycznego lub sprężystego schematu deformacji dawało niezadowalającą zgodność przewidywań modelu z wynikami badań.

Używanie w modelowaniu kontaktowej przewodności cieplnej średniego pochylenia nierówności θ jest dyskusyjne, bowiem wartość tego parametru silnie zależy od rozdzielczości aparatury pomiarowej. Majumdar i Tien [58] uzależnili kontaktowy opór od wymiaru fraktalnego powierzchni. Założyli, że każdy opór składa się z szeregu oporów wywołanych mniejszymi nierównościami, które są osadzone na większych. Opory te działają równolegle zatem przepływ ciepła napotyka na skomplikowany schemat połączonych oporów.

Prace nad wyznaczeniem kontaktowego oporu cieplnego, w których uwzględnia się występowanie nierówności powierzchni w kilku skalach, były prowadzone m.in. przez Clausinga i Chao [23], Yovanovicha [114], Bahramiego i in. [8, 10] oraz Jacksona i in. [38].

Wybrane czynniki mające wpływ na wartość kontaktowego oporu Rostami ze współpracownikami [84], stosując model przepływu ciepła o geometrii analogicznej do zwężki w przypadku przepływu płynu, zbadał wpływ kształtu powierzchni mikropustki (stożek, wycinek okręgu), rzeczywistej powierzchni kontaktu oraz różnych warunków brzegowych (kombinacje warunków (3.4) i (3.5) dla rozpatrywanej komórki na płaszczyznach prostopadłych do kierunku strumienia ciepła daleko od powierzchni kontaktu) na wartość kontaktowej przewodności cieplnej. Wpływ warunków brzegowych na wartość kontaktowej przewodności cieplnej występował jedynie dla kąta pochylenia nierówności równego zero. Wpływ kształtu powierzchni swobodnej (nie będącej w danej chwili w kontakcie) obserwowany jest dla $\alpha < 0.25$. Opór zwiększa się wraz ze wzrostem kąta nachylenia stożka osiągając maksimum dla powierzchni w kształcie półkola.

Analityczny model kontaktowego oporu cieplnego zaproponował Laraqi [50]. Nierówności powierzchni reprezentowane są przez źródła ciepła (prostokątne lub kwadratowe) równomiernie rozłożone na płaszczyźnie kontaktowej. Przewidywana wartość oporu spada wraz ze wzrostem rzeczywistej powierzchni kontaktu i prędkości względnej. Podobny wpływ prędkości uzyskali Salti i Laraqi [87].

Bahrami i in. [10] pokazali, że istnieje chropowatość powierzchni, dla której kontaktowy opór cieplny jest najmniejszy dla ustalonej geometrii i warunków obciążenia.

Fuller i Marotta [29] zaproponowali analityczny model wyznaczenia przewodności cieplnej złącza, w którym pomiędzy metalami znajduje się warstwa polimeru. Wykorzystanie klasycznych modeli do opisu przepływu ciepła pomiędzy polimerem, a metalem nie jest możliwe ze względu na duże wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu oraz znaczące różnice we właściwościach ciał. W zakresie małych nacisków kontaktowych wykorzystali modele Coopera i in. [24] oraz Mikića [66]. W przypadku większych obciążeń pominieli opór na przepływ ciepła pomiędzy polimerem, a metalem i przyjęli, że w rozpatrywanym złączu opór na przepływ ciepła wynika z całej warstwy polimeru.

3.5. Podsumowanie

Przedstawione modele wyznaczania kontaktowej przewodności cieplnej bazują na opisanych w rozdziale 2.1 metodach wyznaczania rzeczywistej powierzchni kontaktu. Ogólny wniosek wynikający z prac doświadczalnych oraz teoretycznych jest taki, że wartość kontaktowego oporu na przepływ ciepła zmniejsza się wraz ze wzrostem ciśnienia kontaktowego.

Złożoność zjawisk zachodzących w strefie kontaktu sprawia trudności w jednoczesnym zbadaniu czynników, które decydują o wartości współczynnika R_c , głównie ze względu na ich liczbę i różnorodność. Pociąga to za sobą trudności w opisie rozważanych zagadnień. Opracowane modele kontaktowego oporu cieplnego dotyczą głównie powierzchni scharakteryzowanych rozkładem Gaussa. Ich znaczna część bazuje na propozycji Coopera i in. [24]. Część geometryczna i cieplna tego modelu pozostały praktycznie niezmienione. Część mechaniczna była modyfikowana celem lepszego odwzorowania rzeczywistości.

Stosowane modele termomechaniczne wykorzystują do opisu warunków kontaktowych związanych z przewodzeniem ciepła w obszarach rzeczywistego styku proste modele, bazujące np. na rozwiązaniu Songa i Yovanovicha [93] (Wriggers [113]).

Ciągle prowadzone są prace, których celem jest dokładniejsze określenie liczby i rozmiaru obszarów rzeczywistego styku dla różnych rodzajów chropowatości przy zachowaniu podstawowych założeń przedstawionych w rozdziale 3.4.2 (patrz Ciavarella i in. [21], Se-

vostianov i Kachanov [91]).

W oparciu o prace doświadczalne, analityczne i numeryczne nie udało się jak dotąd zaproponować uniwersalnego modelu pozwalającego wyznaczyć kontaktową przewodność cieplną dla dowolnej geometrii kontaktu ciał i schematu obciążenia. Większość istniejących modeli umożliwia wyznaczenie kontaktowego oporu tylko dla małych rzeczywistych powierzchni kontaktu. Zatem ich wykorzystanie jest ograniczone do zagadnień, w których wartość ciśnienia kontaktowego jest stosunkowo niewielka. Jednak istnieją obszary techniki, w których rzeczywista powierzchnia kontaktu zmienia się od zera do jedności, a pomimo tego w modelowaniu przyjmuje się stałą wartość współczynnika h_c . Dzieje się tak na skutek braku odpowiednich modeli dla tego rodzaju zagadnień (modelowanie procesów przeróbki plastycznej metali lub połączeń metal – polimer, np. uszczelki siłowników hydraulicznych). Ze znanych autorowi prac jedynie Wilson i in. [108] zaproponowali metodę określenia kontaktowej przewodności cieplnej w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu. Ten model jest szerzej omówiony w rozdziale 4.4.2 ze względu na porównanie z wynikami modelowania przedstawionego w niniejszej rozprawie.

Rozdział 4

Dwuskalowy model przewodzenia ciepła

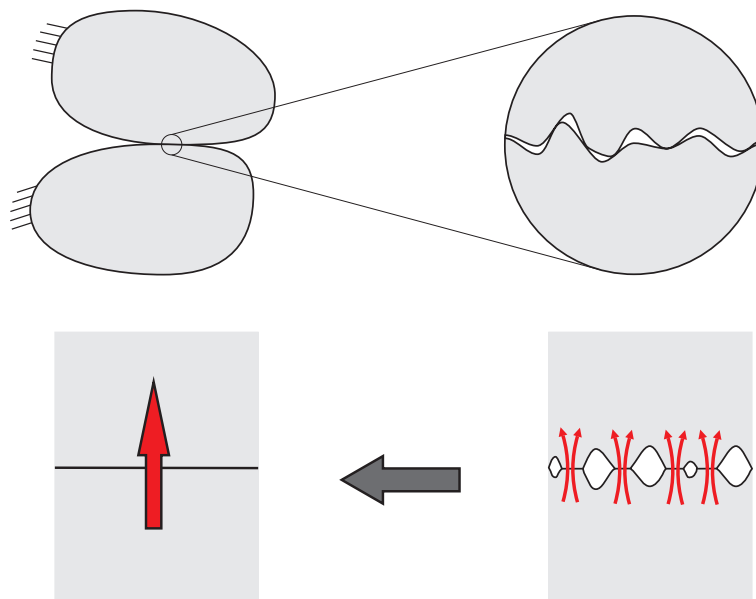
Zaproponowano model przewodzenia ciepła przez powierzchnię kontaktu ciał chropowatych. Pozwala on wyznaczyć makroskopowy przepływ ciepła w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu. Uzyskane wyniki obliczeń MES aproksymowano funkcją analityczną. Porównanie ze znanymi modelami oraz wynikami doświadczalnymi dało zadowalającą zgodność.

4.1. Sformułowanie zadania

Schemat analizowanego zagadnienia jest pokazany na rysunku 4.1. Nieruchome ciała stykają się chropowatymi powierzchniami. Założono, że różnica temperatur rozpatrywanych powierzchni jest stosunkowo mała. Pomija się obecność płynu, ciał trzecich oraz gazu pomiędzy ciałami. W związku z powyższym przyjęto, że przepływ ciepła zachodzi wyłącznie na drodze przewodzenia przez nierówności znajdujące się w kontakcie.

Stupkiewicz [94] analizował mechaniczne oddziaływania powierzchni chropowatych. W niniejszej rozprawie zastosowano podobne podejście do zagadnień przepływu ciepła. W przypadku kontaktu ciał chropowatych, wymiar charakterystyczny chropowatości jest zwykle mniejszy od wymiaru ciał. Stąd rozważania przepływu ciepła można prowadzić na dwóch poziomach obserwacji (patrz Stupkiewicz [94]). W skali mikro uwzględnia się przewodzenie ciepła jedynie w obszarach rzeczywistego styku ciał. W efekcie rozkład temperatury oraz strumienia ciepła w warstwie wierzchniej jest niejednorodny. Wraz z oddalaniem się od powierzchni kontaktu wszelkie niejednorodności zanikają i pola rozpatrywanych wielkości stają się jednorodne. Przyjęto, że lokalny strumień ciepła pomiędzy nierównościami w kontakcie zależy od różnicy lokalnych temperatur ciał w obszarach rzeczywistego styku oraz od lokalnego kontaktowego oporu cieplnego. Opór ten może wynikać np. z zanieczyszczenia powierzchni oraz nierówności wyższego rzędu. W skali makro obserwuje się skok średniej temperatury na styku dwóch ciał. Jest on związany z makroskopowym kontaktowym oporem cieplnym. Jego wartość wynika z ograniczonej powierzchni kontaktu (rzeczywista powierzchnia kontaktu jest mniejsza od powierzchni nominalnej) oraz z oporu cieplnego w obszarach rzeczywistego styku.

Analizując ustalony przepływ ciepła na poziomie pojedynczych nierówności rozwiązano problem brzegowy otrzymując rozkład wielkości lokalnych. Posłużyły one do wyznaczenia efektywnej kontaktowej przewodności cieplnej.



Rysunek 4.1: Schemat przepływu ciepła dla dwóch ciał w kontakcie.

4.2. Mikroskopowy problem brzegowy

Zagadnienie przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie zostało sprowadzone do analizy dwóch półprzestrzeni ($x_3 \leq 0$ i $x_3 \geq 0$) przedstawionych schematycznie na rysunku 4.2. Reprezentują one warstwy graniczne ciał w pobliżu powierzchni kontaktu.

Przyjmując, że kontakt ciał zachodzi w płaszczyźnie (x_1, x_2) wprowadzono element powierzchni Γ_c należący do tej płaszczyzny, który można traktować jako element reprezentatywny. Każda funkcja $f(\boldsymbol{\eta})$, gdzie $\boldsymbol{\eta} = (x_1, x_2)$ oznacza położenie w płaszczyźnie (x_1, x_2) , jest periodyczna w obrębie elementu Γ_c , gdy

$$f(\boldsymbol{\eta}^+) = f(\boldsymbol{\eta}^-), \quad (4.1)$$

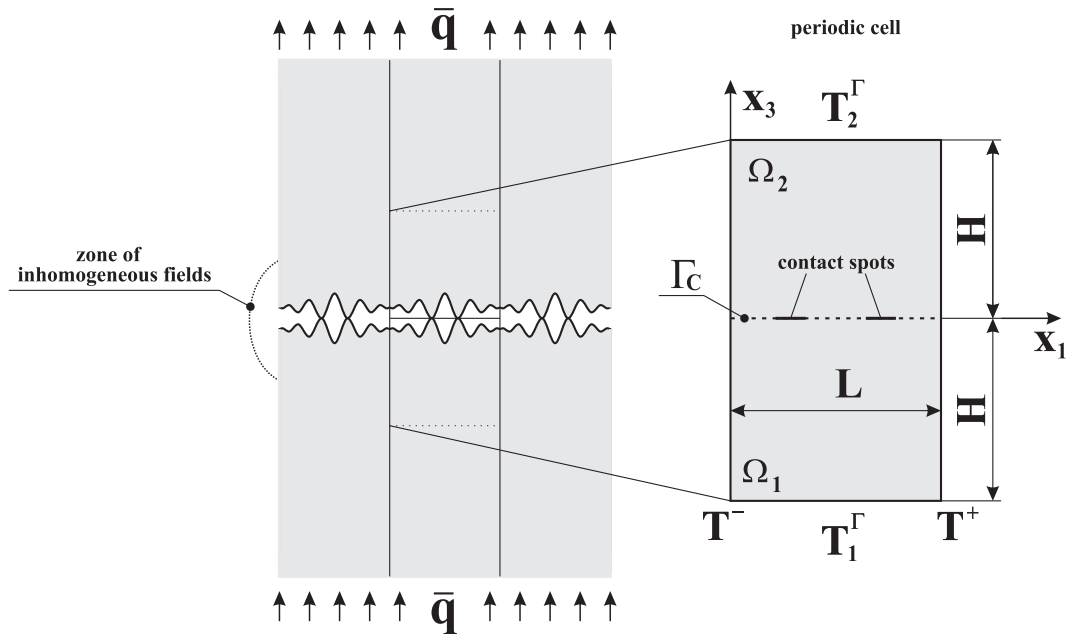
a $\boldsymbol{\eta}^+$ i $\boldsymbol{\eta}^-$ są odpowiadającymi sobie punktami na dwóch przeciwległych brzegach elementu Γ_c .

W obrębie elementu Γ_c wprowadzono funkcję $h_c = h_c(\boldsymbol{\eta})$. Określa ona rozkład kontaktowego oporu cieplnego, który związany jest z rozkładem obszarów rzeczywistego styku w następujący sposób

$$h_c = I(\boldsymbol{\eta}) h_{\text{loc}}, \quad (4.2)$$

gdzie $h_{\text{loc}} \geq 0$ oznacza lokalny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła, a funkcja $I(\boldsymbol{\eta})$ zdefiniowana zależnością (2.7), wskazuje czy w punkcie o współrzędnych $\boldsymbol{\eta}$ zachodzi kontakt ($I(\boldsymbol{\eta}) = 1$) czy separacja ($I(\boldsymbol{\eta}) = 0$) w skali mikro. Wielkość h_{loc} jest parametrem zaproponowanego modelu, który przyjmuje takie same wartości we wszystkich punktach rzeczywistego styku na powierzchni Γ_c . Fizycznie może on oznaczać kontaktowy opór cieplny związany z nierównościami wyższego rzędu, obecnością granicznych warstw smaru¹, tlenków i różnego rodzaju zanieczyszczeń. W obszarach rzeczywistego styku $h_c = h_{\text{loc}}$, a poza nimi wartość parametru h_c jest równa zero. Dla $h_{\text{loc}} = 0$ nie występuje przepływ

¹Obecność trzeciego ciała niekoniecznie musi powodować zwiększenie kontaktowej oporności (Clausing i Chao [23]). Gdy np. smar o dobrej przewodności wypełni szczelnie mikropustki, powodując zwiększenie rzeczywistej powierzchni kontaktu, opór na przepływ ciepła przez powierzchnię chropowatą będzie zmniejszony.



Rysunek 4.2: Schemat wyboru komórki periodycznej zastosowanej w obliczeniach.

ciepła przez powierzchnię w danym punkcie, natomiast $h_{loc} \rightarrow \infty$ oznacza równość temperatur kontaktujących się powierzchni.

Jeśli funkcja h_c ma spełniać warunek (4.1), to zmiana chropowatości w obrębie przyjętego do obliczeń podobszaru zeskanowanej powierzchni musi mieć charakter periodyczny. W tym celu brzegi każdego podobszaru zostały zmodyfikowane (patrz Stupkiewicz [94]) na etapie wyznaczania rozkładu obszarów rzeczywistego styku, dając w efekcie periodyczny element powierzchni chropowatej. Dla zadanej chropowatości, wymiar komórki L należy dobrać tak, aby zapewnić reprezentatywność wybranego podobszaru.

Wybrany element powierzchni Γ_c , który odpowiada podobszarowi powierzchni chropowatej, wyznacza w każdej półprzestrzeni dwa półnieskończone słupki. W wyniku założenia (4.1) temperatura w każdym z nich zmienia się periodycznie według zależności

$$T(\mathbf{x}^+) = T(\mathbf{x}^-), \quad (4.3)$$

gdzie $\mathbf{x}^+ = (\boldsymbol{\eta}^+, x_3)$ i $\mathbf{x}^- = (\boldsymbol{\eta}^-, x_3)$.

Daleko od powierzchni kontaktu Γ_c przyjmuje się, że rozkład strumienia ciepła jest jednorodny

$$\mathbf{q} = \bar{q} \mathbf{n} \quad \text{dla} \quad x_3 \rightarrow \pm\infty, \quad (4.4)$$

gdzie \bar{q} jest makroskopowym strumieniem ciepła, a \mathbf{n} oznacza normalną do powierzchni Γ_c skierowaną zgodnie z kierunkiem x_3 . W obliczeniach przyjmuje się skończoną wysokość słupka i wówczas $-H \leq x_3 \leq H$. Wielkość H musi być na tyle duża, żeby z dobrym przybliżeniem spełnić warunek (4.4) jednorodnego rozkładu strumienia ciepła i nie zaburzać wyników. Przyjęcie wysokości słupka $H = L$ powinno być wystarczające (patrz Sanchez-Palencia [88], Stupkiewicz [94]).

Uzyskano komórkę periodyczną o wymiarach $L \times L \times 2H$, przeciętą powierzchnią Γ_c (patrz rysunek 4.2), na której założony jest rozkład h_c zgodnie z równaniem (4.2). Rozkład ten zależy od aktualnego stopnia spłaszczenia nierówności powierzchni. Wyznaczenie $I(\boldsymbol{\eta})$ zostało omówione w rozdziale 2.2. Mikroskopowy problem brzegowy dla ustalonego

przepływu ciepła ma postać

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot \mathbf{q}_i = 0, & \mathbf{x} \in \Omega_i, \quad i = 1, 2 \\ \mathbf{q}_i = -k_i \nabla T_i, & \mathbf{x} \in \Omega_i, \quad i = 1, 2 \\ T_1 = T_1^\Gamma, & x_3 = -H \\ T_2 = T_2^\Gamma, & x_3 = H \\ q_c = h_c (T_{c1} - T_{c2}), & x_3 = 0 \\ T(\mathbf{x}^+) = T(\mathbf{x}^-) \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Przepływ ciepła jest wymuszony za pomocą warunków brzegowych (4.5)₃ i (4.5)₄, gdzie $T_1^\Gamma \neq T_2^\Gamma$ są ustalonymi wartościami temperatury. Lokalny strumień ciepła q_c (4.5)₅ płynącego przez powierzchnię kontaktu Γ_c jest proporcjonalny do różnicy lokalnych temperatur T_{c1} i T_{c2} powierzchni kontaktowych ciał.

W oparciu o rozwiązanie zagadnienia ustalonego przepływu ciepła (4.5) dla komórki periodycznej otrzymuje się rozkład lokalnej wartości strumienia ciepła $\mathbf{q}_i(\mathbf{x})$ oraz rozkład lokalnej temperatury $T_i(\mathbf{x})$. W szczególności uzyskuje się wartości lokalne strumienia ciepła $q_c(\boldsymbol{\eta})$ płynącego przez powierzchnię Γ_c oraz temperatury $T_{ci}(\boldsymbol{\eta})$ powierzchni kontaktowych ciał. Uśredniając otrzymane wielkości na powierzchni Γ_c zgodnie z regułą (2.8) otrzymuje się makroskopowy strumień ciepła płynący przez powierzchnię Γ_c oraz średnią temperaturę powierzchni kontaktowych ciał

$$\bar{q}_c = \langle q_c \rangle, \quad \bar{T}_{ci} = \langle T_{ci} \rangle. \quad (4.6)$$

Wielkości makroskopowe określone równaniami (4.6) wykorzystuje się do wyznaczenia *efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła* określającego efektywne właściwości przewodzenia ciepła przez powierzchnię chropowatą

$$h_{\text{eff}} = \frac{\bar{q}_c}{\bar{T}_{c1} - \bar{T}_{c2}}. \quad (4.7)$$

Jest to podstawowy wynik jaki uzyskuje się w ramach wykonanej analizy przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie. Wartość h_{eff} zależy od $I(\boldsymbol{\eta})$, która z kolei zależy od chropowatości i stopnia jej spłaszczenia, oraz od lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła. Postać bezwymiarowa współczynnika h_{loc} wykorzystana m.in. do prezentacji obliczeń wynosi

$$h_{\text{loc}}^* = h_{\text{loc}} \frac{L}{k_e}, \quad (4.8)$$

gdzie

$$k_e = \frac{2k_1k_2}{k_1 + k_2} \quad (4.9)$$

oznacza efektywną przewodność cieplną (Cooper i in. [24]), k_i – przewodności cieplne ciał w kontakcie, a L jest wymiarem charakterystycznym.

4.3. Obliczenia metodą elementów skończonych

4.3.1. Implementacja modelu

Punktem wyjścia do zastosowania MES jest równanie przepływu ciepła (3.3). Każdy człon tego równania jest mnożony przez funkcję próbkową δT , a następnie scałkowany

w obszarze Ω

$$\int_{\Omega} \delta T \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c \mathbf{v} \cdot \nabla T - k \nabla^2 T - \mathcal{Q} \right) d\Omega = 0. \quad (4.10)$$

Funkcja δT jest ciągła i różniczkowalna w obszarze Ω oraz $\delta T = 0$ na brzegu, na którym zadany jest warunek Dirichleta (3.4). Wykorzystując twierdzenie Gaussa-Ostrogradzkiego otrzymuje się postać słabą równania przepływu ciepła

$$\int_{\Omega} \left(\delta T \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c \mathbf{v} \cdot \nabla T - \mathcal{Q} \right) + k \nabla \delta T \cdot \nabla T \right) d\Omega - \int_{\Gamma_c} \delta T q_c d\Gamma = 0, \quad (4.11)$$

gdzie q_c oznacza strumień ciepła przepływającego przez nominalną powierzchnię kontaktu ciał opisany zależnością (4.5)₅. Wykorzystując równanie (4.2) postać słabą równania przepływu ciepła dla dwóch ciał w kontakcie można zapisać jako

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_i} \left(\delta T_i \left(\rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} + \rho_i c_i \mathbf{v}_i \cdot \nabla T_i - \mathcal{Q}_i \right) + k_i \nabla \delta T_i \cdot \nabla T_i \right) d\Omega = \\ = h_{\text{loc}} \int_{\Gamma_c} I(\boldsymbol{\eta}) \Delta \delta T \Delta T_c d\Gamma, \end{aligned} \quad (4.12)$$

gdzie ΔT_c oznacza różnicę lokalnych temperatur powierzchni kontaktowych ciał, a $\Delta \delta T$ – różnicę funkcji próbkowych.

W przypadku ogólnym rozwiązanie postawionego problemu zależy od bezwymiarowej prędkości (3.15), bezwymiarowego lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła (4.8) oraz źródła ciepła (3.14). Po uwzględnieniu założeń przedstawionych w rozdziale 4.1 postać słabą równania przepływu ciepła można zapisać jako

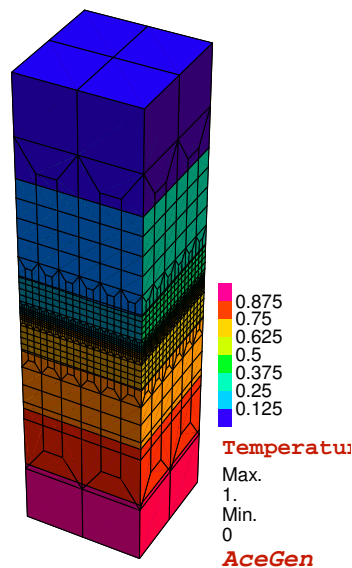
$$\sum_{i=1}^2 \int_{\Omega_i} k_i \nabla \delta T_i \cdot \nabla T_i d\Omega = h_{\text{loc}} \int_{\Gamma_c} I(\boldsymbol{\eta}) \Delta \delta T \Delta T_c d\Gamma. \quad (4.13)$$

4.3.2. Schemat obliczeń

Dyskretyzację komórki periodycznej dla przypadku 3D wykonano z zastosowaniem ośmiowęzłowych elementów z trzyliniową interpolacją temperatury. Gęstość siatki dla każdego z ciał zwiększa się przy powierzchni kontaktu ($x_3 = 0$), co pokazano na rysunku 4.3. Na powierzchni Γ_c zastosowano elementy czterowęzłowe odpowiedzialne za opis przewodzenia ciepła między ciałami. W obliczeniach przyjęto $H = 2L$. Siatka MES ma 32692 elementy i 32688 niewiadomych wielkości węzłowych.

Dla ustalonych wartości przewodności cieplnej ciał k_i , lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc} oraz temperatur T_1^{Γ} i T_2^{Γ} określonych na brzegach komórki, wyznaczenie h_{eff} odbywa się w następujących krokach:

1. wyznaczenie rozkładu obszarów rzeczywistego styku $I(\boldsymbol{\eta})$ dla rzeczywistej powierzchni kontaktu $0 \leq \alpha \leq 1$ przez spłaszczanie lub ścinanie nierówności (patrz rozdział 2.2);
2. rozwiązanie mikroskopowego zagadnienia brzegowego (4.5) dla każdego rozkładu obszarów rzeczywistego styku uzyskanego w poprzednim kroku;
3. wyznaczenie średniego strumienia (4.6)₁ i średnich temperatur powierzchni kontaktowych ciał (4.6)₂;
4. wyznaczenie efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła z zależności (4.7).



Rysunek 4.3: Widok komórki periodycznej zastosowanej w obliczeniach z zaznaczonym przykładowym polem temperatury.

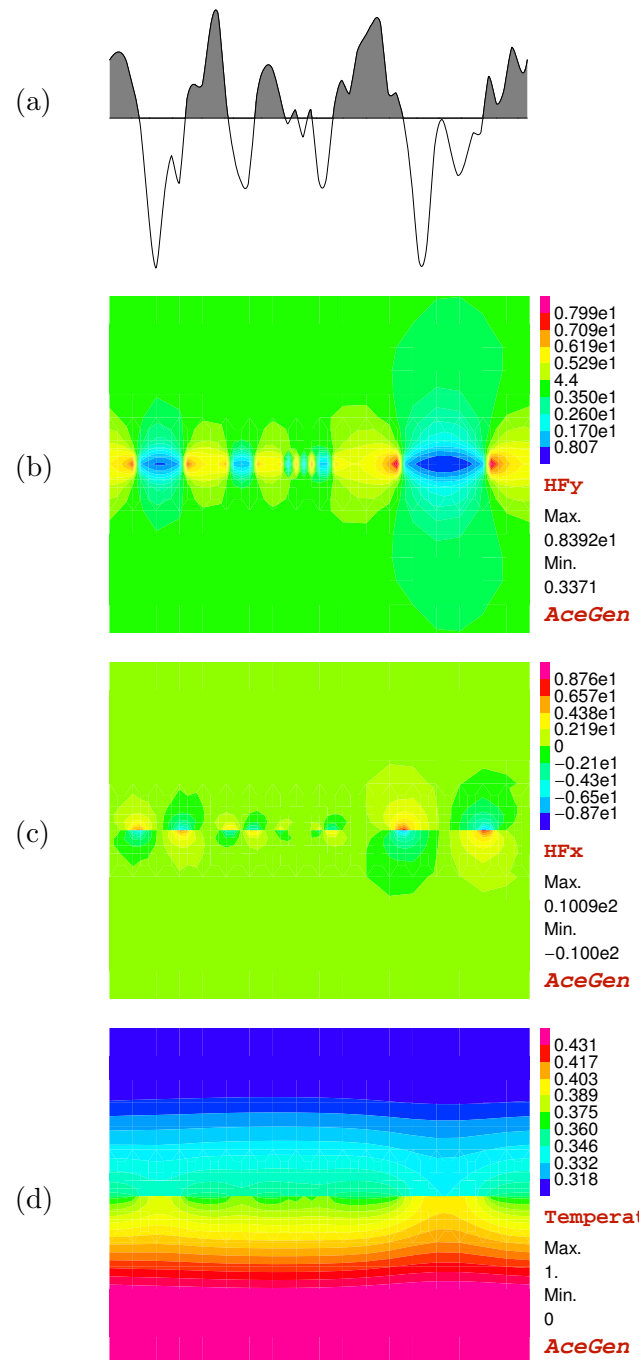
4.3.3. Wyniki obliczeń

Przedstawione poniżej przykładowe wyniki obliczeń zostały wykonane dla powierzchni piaskowanej nr 1 (patrz tabela 2.1). Rozkład obszarów rzeczywistego styku uzyskano przez geometryczne ścinanie.

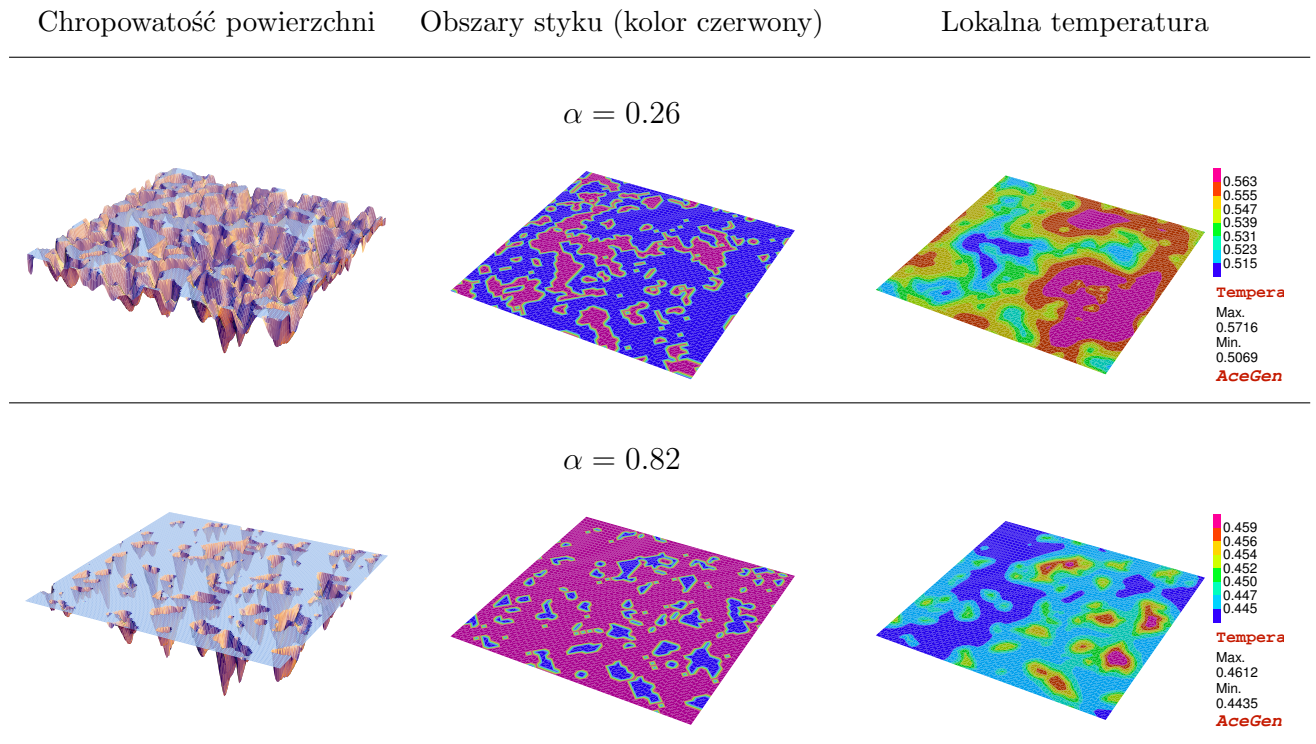
W celu ilustracji przeprowadzono analizę 2D dla wybranego profilu powierzchni chropowatej pokazanego na rysunku 4.4(a). Odcięte szczyty nierówności zaznaczono kolorem szarym. Dla wyznaczonego w ten sposób rozkładu obszarów rzeczywistego styku pokazano rozkład lokalnego strumienia ciepła wzdłuż normalnej do powierzchni kontaktu (rysunek 4.4(b)), rozkład lokalnego strumienia ciepła na kierunku x_1 (rysunek 4.4(c)) oraz rozkład lokalnej temperatury (rysunek 4.4(c)). Wymienione wielkości w obszarze blisko powierzchni kontaktu są niejednorodne na skutek niejednorodności kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_c (dla $0 < \alpha < 1$). Wraz z oddalaniem się od powierzchni kontaktu rozkłady strumienia ciepła i temperatury stają się jednorodne.

Przykładowe rozkłady obszarów rzeczywistego styku oraz lokalnej temperatury na powierzchni kontaktowej dolnego ciała dla dwóch wybranych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu przedstawione są na rysunku 4.5. Dla dużych wartości α pola temperatury wokół poszczególnych obszarów styku oddziałują ze sobą, nie są jednorodne i równe sobie, co wyklucza klasyczne modele dla małych wartości α (por. założenie 8, rozdział 3.4.2).

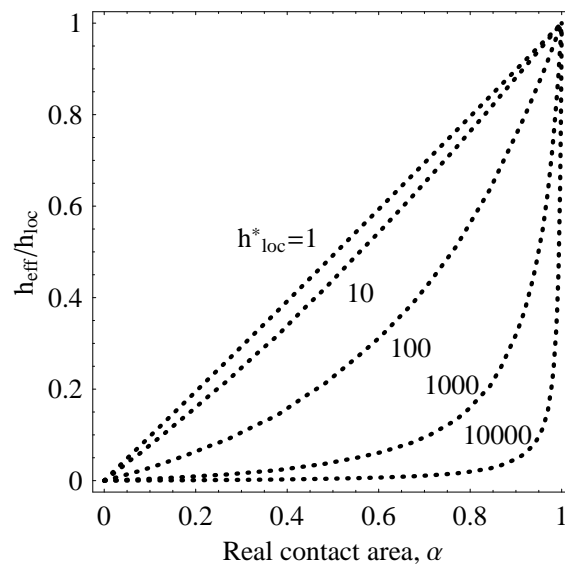
Postępując zgodnie z zaproponowanym powyżej schematem obliczeń wyznaczono zmianę efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła. Jego postać znormalizowana $\bar{h}_{\text{eff}} = h_{\text{eff}}/h_{\text{loc}}$ pokazana jest w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu na rysunku 4.6. Poszczególne krzywe zostały wykreślone dla różnych wartości h_{loc}^* . Postać bezwymiarową lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła uzyskano dla wartości długości charakterystycznej równej wymiarowi komórki periodycznej L (patrz rysunek 4.2). Rozważania dotyczące długości charakterystycznej dla zagadnień przepływu ciepła przez powierzchnie chropowate przedstawione są w rozdziale 6.



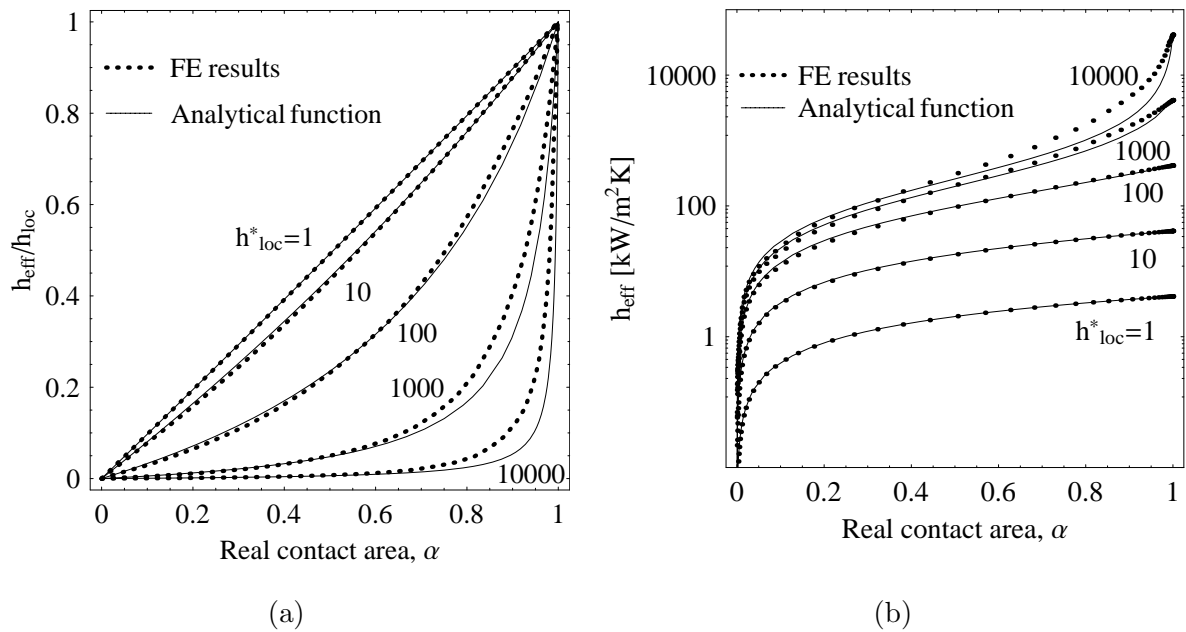
Rysunek 4.4: Przykładowe wyniki obliczeń MES: (a) pojedynczy profil, (b) lokalny strumień ciepła na kierunku x_3 w pobliżu powierzchni kontaktu, (c) lokalny strumień ciepła na kierunku x_1 w pobliżu powierzchni kontaktu i (d) rozkład lokalnej temperatury w warstwie przypowierzchniowej ($\alpha = 0.56$, $h_{loc}^* = 100$).



Rysunek 4.5: Rozkład obszarów rzeczywistego styku oraz pole lokalnej temperatury na nominalnej powierzchni kontaktowej dolnego ciała ($h_{loc}^* = 100$).



Rysunek 4.6: Znormalizowany efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła $\bar{h}_{eff} = h_{eff}/h_{loc}$ w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu α .



Rysunek 4.7: Aproksymacja wyników obliczeń funkcją analityczną: (a) $\bar{h}_{\text{eff}} = h_{\text{eff}}/h_{\text{loc}}$ w funkcji α i (b) h_{eff} w funkcji α .

Wartość współczynnika \bar{h}_{eff} zmienia się wraz ze zmianą rzeczywistej powierzchni kontaktu. Przyjmowanie w obliczeniach stałej wartości tego współczynnika jest mocno upraszczającym założeniem szczególnie w symulacjach procesów przeróbki plastycznej, gdzie rzeczywista powierzchnia kontaktu zmienia się w szerokim zakresie. Drugim czynnikiem decydującym o wartości makroskopowej przewodności cieplnej jest opór kontaktowy h_{loc} w obszarach rzeczywistego styku. Gdy przyjmuje on duże wartości (h_{loc} dąży do zera) \bar{h}_{eff} zmienia się proporcjonalnie wraz ze zmianą rzeczywistej powierzchni kontaktu. W przeciwnym przypadku zależność \bar{h}_{eff} od α przestaje być liniowa.

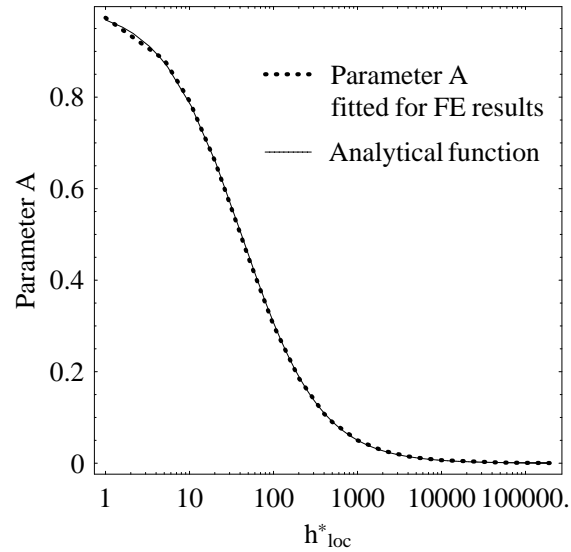
4.3.4. Aproksymacja wyników

Znormalizowany efektywny współczynnik przewodzenia ciepła \bar{h}_{eff} zmienia się w zakresie wartości od zera do jedności podobnie jak rzeczywista powierzchnia kontaktu α . Znalaziono funkcję analityczną

$$\frac{h_{\text{eff}}}{h_{\text{loc}}} = \frac{A\alpha}{1 - (1 - A)\alpha}, \quad (4.14)$$

która pozwala wyznaczyć wartość \bar{h}_{eff} w całym zakresie α oraz h_{loc}^* , co pokazano linią ciągłą na rysunku 4.7. Zmiana wartości tylko jednego parametru $0 \leq A \leq 1$ funkcji (4.14) umożliwia w miarę dokładne odwzorowanie wyników obliczeń MES. Oczywiście jest to tylko przybliżenie i istnieje błąd aproksymacji, który zwiększa się gdy α dąży do jedności, a h_{loc}^* do nieskończoności.

Parametr A przyjmuje wartości skorelowane z wartościami bezwymiarowego lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc}^* . Na podstawie wyników obliczeń oraz zaproponowanej funkcji (4.14) znalaziono wartości parametru A wykorzystując funkcję FindMinimum[] w programie *Mathematica*. Na rysunku 4.8 pokazano linią kropkową



Rysunek 4.8: Zależność pomiędzy parametrem A w równaniu (4.14), a współczynnikiem h_{loc}^* .

zmianę A w funkcji h_{loc}^* . Na podstawie zależności tych dwóch wielkości znaleziono funkcję

$$A = \frac{1}{1 + (b h_{loc}^*)^\beta} \quad (4.15)$$

zaznaczoną linią ciągłą dla znalezionych wartości parametrów $b = 0.024$ i $\beta = 0.93$ przy użyciu funkcji `NonLinearRegress[]` w programie *Mathematica*.

Parametry b i β są ściśle związane z analizowaną powierzchnią. W zaproponowanym podejściu charakteryzują one powierzchnię chropowatą pod kątem jej efektywnych właściwości dla kontaktowego przewodzenia ciepła. Ich znajomość pozwala wyznaczyć makroskopowy współczynnik h_{eff} w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu α oraz lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc} dla zadanej powierzchni, patrz równanie (4.14) i (4.15).

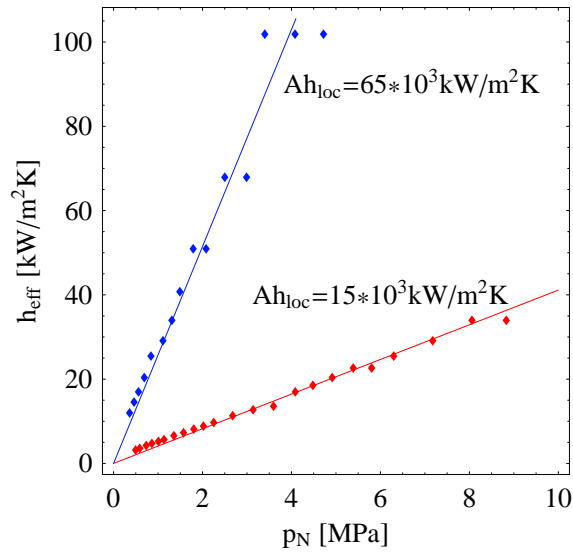
4.4. Weryfikacja zaproponowanego modelu

Opracowany dwuskalowy model przewodzenia ciepła przez powierzchnie chropowate ma mieć zastosowanie w procesach, w których rzeczywista powierzchnia kontaktu zmienia się w szerokich granicach. Niestety brak danych doświadczalnych uniemożliwia jego dokładne sprawdzenie. Porównanie z wynikami eksperymentalnymi i z większością dostępnych modeli teoretycznych można wykonać jedynie dla wartości α bliskich zera.

4.4.1. Porównanie wyników dla małych wartości α

Małe wartości ciśnień kontaktowych stosowanych w doświadczeniach² powodują, że uzyskiwane wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu są stosunkowo małe. Wykorzy-

²Wartości ciśnień kontaktowych nie przekraczają 100 MPa, a zazwyczaj są mniejsze od 10 MPa (Yovanovich [115]).



Rysunek 4.9: Zmiana efektywnej kontaktowej przewodności cieplnej w funkcji nacisków kontaktowych; punkty – dane doświadczalne (patrz tabela 4.1), linie – aproksymacja zgodnie z równaniem (4.17).

stując równanie (4.14) opisujące przepływ ciepła przez powierzchnię chropowatą wyznaczono pochodną efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła dla małych wartości α

$$\left. \frac{\partial \bar{h}_{\text{eff}}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} = A. \quad (4.16)$$

Stąd efektywne przewodzenie ciepła w przypadku małych rzeczywistych powierzchni kontaktu można przybliżyć zależnością liniową

$$h_{\text{eff}} = Ah_{\text{loc}} \alpha, \quad (4.17)$$

gdzie dla zadanej powierzchni wielkość A jest określona równaniem (4.15).

Wyniki eksperymentów przedstawione m.in. przez Jacobsa i Starra [39], Bahramiego³ [7] oraz Yüncü [118] pokazują zmianę efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji nacisków kontaktowych. W celu wykonania porównania z przewidywaniami zaproponowanego modelu przyjęto, że rzeczywista powierzchnia kontaktu zmienia się proporcjonalnie wraz z obciążeniem (por. zależność (2.1)). Zastosowanie innych modeli spłaszczania nierówności daje zbliżone wyniki w zakresie rozpatrywanych nacisków (patrz rysunek 3.3).

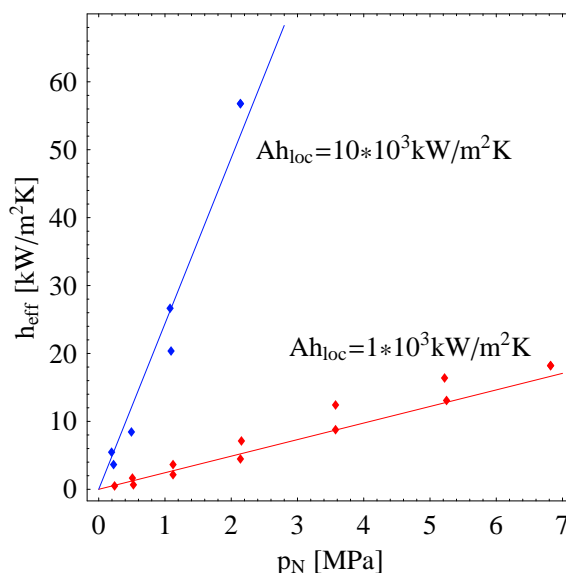
Przykładowe porównanie wyników jest przedstawione na rysunku 4.9. Spośród wielu dostępnych danych ograniczono się tylko do dwóch eksperymentów żeby zachować przejrzystość. Punkty odpowiadają wynikom doświadczeń dla powierzchni scharakteryzowanych w tabeli 4.1 (por. Bahrami [7]). Aproksymowano je liniami prostymi dopasowując wartość iloczynu Ah_{loc} .

Clausing i Chao [23] badali m.in. próbki wykonane z magnezu. Część z nich składowano około miesiąca na powietrzu. Po tym czasie ich powierzchnie pokryła warstwa tlenku. Wartość kontaktowej przewodności cieplnej uzyskana dla tych próbek pokazana

³Bahrami przedstawił zestawienie wyników doświadczeń wykonanych przez różnych badaczy.

Tabela 4.1: Parametry powierzchni wybranych do porównania z przewidywaniami opracowanego modelu.

Nr	Kolor na wykresie	σ [μm]	θ [deg]	H_{mic} [MPa]	model
1	czerwony	0.90	6.3	3648	Hegazy [36]
2	niebieski	0.87	2.9	2525	Nho [74]



Rysunek 4.10: Zmiana efektywnej kontaktowej przewodności cieplnej w funkcji nacisków kontaktowych dla próbek wykonanych z magnezu (Clausinga i Chao [23]): punkty czerwone – powierzchnia próbek pokryta tlenkiem, punkty niebieskie – oczyszczona powierzchnia próbek, linie ciągłe – aproksymacja przy pomocy zależności (4.17).

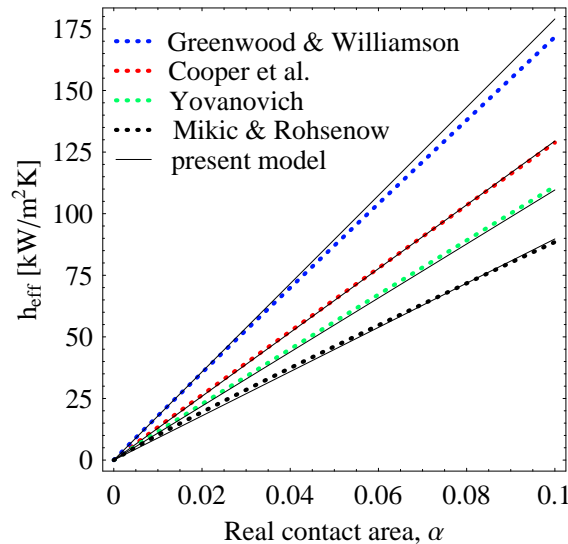
jest czerwonymi punktami na rysunku 4.10. Następnie usunięto warstwę tlenku nie zmieniając topografii powierzchni. Otrzymane wyniki pomiaru zaznaczono na rysunku 4.10 punktami koloru niebieskiego. Aproksymowano je, podobnie jak poprzednio, liniami prostymi. Z uwagi na fakt, że badane próbki miały bardzo podobną chropowatość powierzchni można przyjąć, że wartości parametrów b i β w równaniu (4.15) są stałe. Zatem w obu przypadkach różnica wartości iloczynu Ah_{loc} wynika głównie z różnicy wartości lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła. W przytoczonym przykładzie wartość Ah_{loc} jest około dziesięciokrotnie wyższa dla próbek, których powierzchnie nie były pokryte warstwą tlenku. Oznacza to, że wartość h_{loc} dla tych próbek jest nie mniej niż 10 razy większa w stosunku do próbek z warstwą tlenku. Potwierdza to sens fizyczny fenomenologicznego współczynnika h_{loc} , który określa opór na przepływ ciepła.

Większość teoretycznych modeli dotyczących wyznaczania kontaktowego oporu na przepływ ciepła ma ograniczone zastosowanie do małych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu. W tym zakresie obserwuje się prawie liniową zmianę współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji ciśnienia kontaktowego. Niektóre ze znanych modeli dają się zapisać w ogólnej postaci zależnością

$$h_{\text{eff}} = a_1 \frac{k_e}{\sigma / \tan \theta} \left(\frac{p_N}{H_{\text{mic}}} \right)^{a_2}, \quad (4.18)$$

Tabela 4.2: Wartości współczynników równania (4.18) oraz zależności (4.17).

model	a_1	a_2	h_{loc} [kW/m ² K]	A
Greenwood i Williamson [34]	1.91	0.98	$1.8 \cdot 10^3$	0.9946
Cooper i in. [24]	1.45	0.985	$1.3 \cdot 10^3$	0.9960
Yovanovich [114]	1.25	0.985	$1.1 \cdot 10^3$	0.9965
Mikić i Rohsenow [67]	0.9	0.941	$0.9 \cdot 10^3$	0.9971

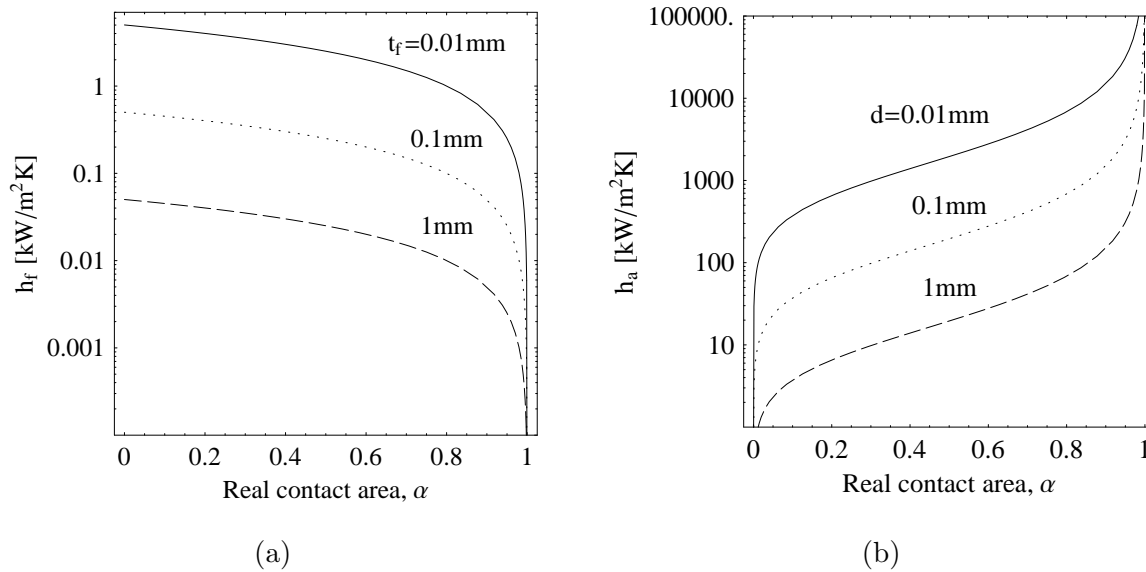


Rysunek 4.11: Porównanie przewidywań modeli, wybranych na podstawie literatury, z wynikami modelu zaproponowanego w niniejszej rozprawie.

gdzie empiryczne wartości parametrów a_1 i a_2 zebrane są w tabeli 4.2. Zmiana wielkości h_{eff} dla powierzchni piaskowanej nr 1 (patrz tabela 2.1) z wykorzystaniem wybranych modeli przedstawiona jest liniami kropkowymi na rysunku 4.11. W obliczeniach przyjęto efektywny współczynnik przewodności cieplnej $k_e = 20 \text{ W/mK}$, σ równe S_q , a kąt θ jako średnią arytmetyczną kątów θ_1 i θ_2 . Ponadto przyjęto, że zmiana rzeczywistej powierzchni kontaktu odbywa się zgodnie z zależnością (2.1). Liniami ciągłymi zaznaczono liniowe przybliżenie według zależności (4.17). Dla wartości $b = 0.024$ i $\beta = 0.93$ wyznaczonych dla rozpatrywanej powierzchni dobrano wartości parametru h_{loc} (patrz tabela 4.2), które pozwoliły uzyskać zadowalające dopasowanie wartości h_{eff} dla każdego modelu. Na ich podstawie wyznaczono wartości parametru A zgodnie z równaniem (4.15) zestawione również w tabeli 4.2. Pokazano w ten sposób, że zaproponowany model pomimo innego przeznaczenia, pozwala uzyskać zbliżone wyniki do wyników uzyskiwanych z wykorzystaniem modeli znanych z literatury.

4.4.2. Porównanie z modelem WSL

Model opracowany przez Wilsona i in. [108] (model WSL) pozwala, jako jeden z nielicznych, oszacować wartość efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła dla zmiennej w szerokim zakresie rzeczywistej powierzchni kontaktu. Został on przez autorów zastosowany do symulacji procesów kucia na gorąco z wykorzystaniem MES.



Rysunek 4.12: Zmiana kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu dla przepływu ciepła przez (a) film olejowy wypełniający pustki i (b) nierówności w kontakcie (Wilson i in. [108]).

Autorzy założyli, że przepływ ciepła odbywa się przez mikronierówności znajdujące się aktualnie w kontakcie, h_a oraz film olejowy wypełniający puste przestrzenie między powierzchniami ciał, h_f . Całkowity kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła wynosi

$$h_t = h_a + h_f, \quad (4.19)$$

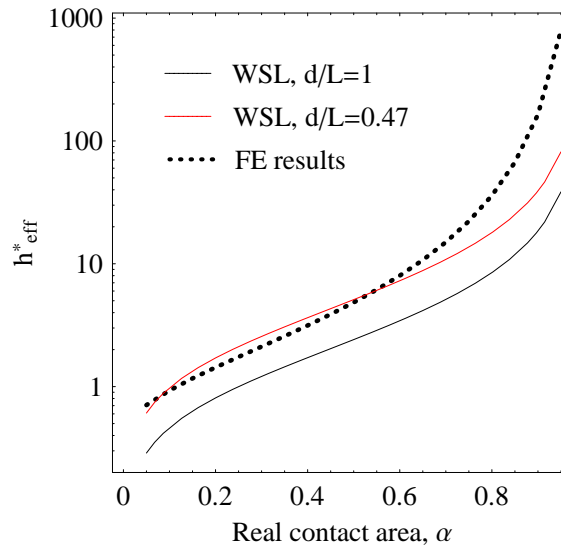
gdzie

$$h_a = \frac{1}{d} \frac{\sqrt{\alpha}}{(1 - \sqrt{\alpha})} k_e, \quad h_f = \frac{1 - \alpha}{t_f} \frac{k_f}{1 - k_f/k_e}. \quad (4.20)$$

Wielkości k_e i k_f w równaniach (4.20) oznaczają odpowiednio efektywną przewodność cieplną ciał i przewodność cieplną filmu olejowego (autorzy przyjęli $k_e = 16 \text{ W/mK}$ i $k_f = 0.05 \text{ W/mK}$). Parametrami modelu są grubość warstwy smaru t_f oraz odległość d od powierzchni w głąb materiału, powyżej której przepływ ciepła jest jednorodny, a strumień ciepła ma jedynie składową normalną do powierzchni. Założono, że wartość parametru d równa jest odległości pomiędzy nierównościami. Obszary rzeczywistego styku są kołami o zadanym promieniu. Wpływ parametrów modelu na poszczególne składowe kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_t pokazany jest na rysunku 4.12. Wraz ze zmniejszaniem się grubości warstwy smaru wartość współczynnika h_f zwiększa się, rysunek 4.12(a). Jego wpływ na wartość h_t ma znaczenie jedynie w przypadkach smarowania granicznego gdy grubość warstwy smaru t_f dąży do zera, a smar posiada wysoką przewodność cieplną.

Z uwagi na małą wartość współczynnika przewodności cieplnej smaru, porównanie z modelem WSL zostało ograniczone do przepływu ciepła wyłącznie przez obszary rzeczywistego styku, tzn. przy założeniu, że $h_t = h_a$, rysunek 4.12(b). W tym celu wykonano obliczenia przepływu ciepła przez nierówność klinową pomijając skok lokalnej temperatury w obszarze rzeczywistego styku⁴. Odpowiada to wartości $h_{loc} = \infty$. Uzyskane wyniki w

⁴Wilson i in. [108] również przyjęli takie założenie.



Rysunek 4.13: Porównanie z modelem WSL na podstawie zmian bezwymiarowego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu.

odniesieniu do przewidywań modelu WSL pokazano na rysunku 4.13. Przyjmując, że wielkość d odpowiada średniej odległości pomiędzy nierównościami w kontakcie (por. Wilson i in. [108]), uzyskano mniejsze wartości h_{eff}^* w porównaniu do obliczeń MES (czarna linia dla $d/L = 1$) w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu. Dopasowując rozwiązanie zaproponowane przez Wilsona i in. [108] do wyników obliczeń znaleziono wartość $d = 0.47L$, dla której zadowalającą zgodność wyników dla porównywanych modeli otrzymano dla $\alpha < 0.6$ (ciągła czerwona linia na rysunku 4.13).

4.5. Podsumowanie

Zaproponowano model przepływu ciepła przez powierzchnię kontaktu ciał chropowatych. Postulując prawo przewodzenia przez obszary rzeczywistego styku oraz rozwiązując zagadnienie przepływu ciepła w skali mikro uzyskano efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła. Pokazano, jak jego wartość zależy od rzeczywistej powierzchni kontaktu α i od bezwymiarowego lokalnego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc}^* .

W ogólności, rozwiązanie problemu w skali mikro można uzyskać dla dowolnego rozkładu $h_c = h_c(x_1, x_2)$. W zaproponowanym modelu przyjęto, że ma on postać (4.2), tzn. jest stały i równy h_{loc} w punktach rzeczywistego styku, natomiast $h_c = 0$ w punktach separacji w skali mikro.

Znaleziono również funkcję analityczną aproksymującą otrzymane rozwiązanie w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu α i lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc} . W połączeniu z odpowiednim modelem ewolucji (zmian) rzeczywistej powierzchni kontaktu α , pozwala ona w prosty sposób uwzględnić zmiany wartości makroskopowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{eff} przy modelowaniu zagadnień kontaktu termomechanicznego, na przykład w procesach przeróbki plastycznej. Wartości parametrów zaproponowanej funkcji określają efektywne właściwości powierzchni chropowatej w zagadnieniach przepływu ciepła.

Mikroskopowy problem brzegowy (4.5) ustalonego przepływu ciepła został rozwiązany za pomocą metody elementów skończonych. Istnieją inne metody numeryczne, jak np. metoda elementów brzegowych (MEB), które można by zastosować do rozwiązania ustalonego przepływu ciepła. MEB nie wymaga dyskretyzacji wnętrza obszaru, a jedynie jego brzegu, co może zwiększać efektywność poszukiwania rozwiązania.

Rozdział 5

Wpływ wybranych czynników na wartość kontaktowego oporu cieplnego

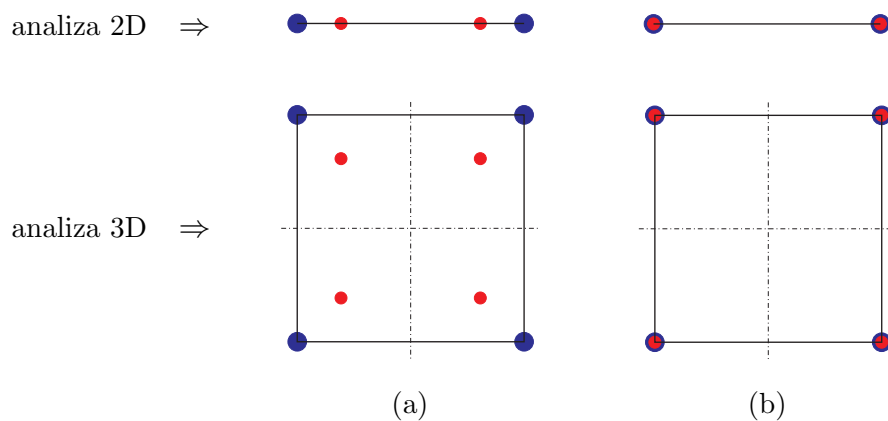
Przeanalizowane w niniejszym rozdziale czynniki decydujące o wartości kontaktowej przewodności cieplnej można podzielić na dwie grupy. Do pierwszej należą te związane z założeniami dotyczącymi obliczeń. Można tu wymienić przyjęty schemat całkowania, warunki brzegowe, wybór podobszaru powierzchni chropowatej, który ze względu na ograniczone możliwości obliczeniowe, nie może być zbyt duży, lub pominięcie pochylenia nierówności. Drugą grupę stanowią wielkości fizyczne, na przykład stosunek przewodności cieplnych czy prędkość względna poruszających się ciał.

5.1. Całkowanie numeryczne

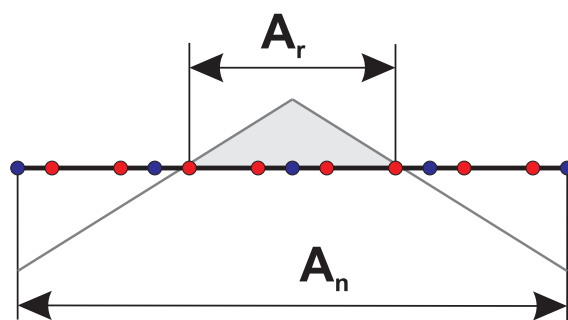
Nominalna powierzchnia kontaktu Γ_c jest zdyskretyzowana za pomocą dwuwęzłowych elementów liniowych (analiza 2D) lub czterowęzłowych elementów powierzchniowych (analiza 3D) przedstawionych schematycznie na rysunku 5.1. Są one odpowiedzialne za opis przepływu ciepła pomiędzy ciałami. Zawierają informację o wartości lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc} oraz występowaniu lub braku kontaktu. Wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu będzie zależać od liczby elementów skończonych na powierzchni Γ_c oraz wybranych punktów całkowania.

W poniższych rozważaniach porównano dwie metody całkowania numerycznego: całkowanie w punktach Gaussa oraz w punktach węzłowych (schemat Lobatto). Dla uproszczenia rozważań rozwiązano dwuwymiarowe zagadnienie przepływu ciepła przez pojedynczą nierówność klinową (pojedynczy obszar styku w obrębie komórki periodycznej) pokazaną schematycznie na rysunku 5.2. Punkty koloru niebieskiego oznaczają węzły, a czerwonego – punkty Gaussa. Wielkość obszaru styku uzyskana jest przez ścinanie i związana jest z odrzuconym wierzchołkiem nierówności oznaczonym kolorem szarym.

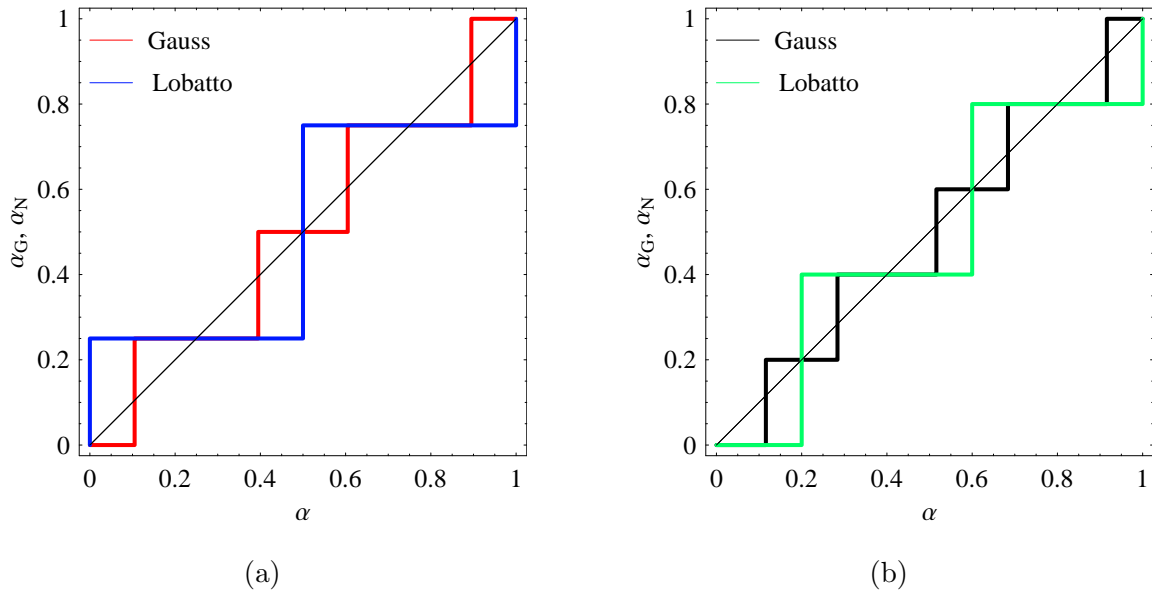
Dokładność wyznaczenia wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu zależy m.in. od wyboru punktów całkowania. Zmiana wartości α wynikająca z zastosowania kwadratury Gaussa lub Lobatto w stosunku do wartości teoretycznej (cienka czarna linia) pokazana jest na rysunku 5.3(a) dla $N_e = 4$ równomiernie rozmieszczonych elementów powierzchniowych. Teoretyczna wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu dla przypadku pokazanego na rysunku 5.2 wynosi $\alpha = 0.4$. W wyniku całkowania w punktach Gaussa otrzymuje się



Rysunek 5.1: Topologia jedno- i dwuwymiarowych elementów powierzchniowych z zaznaczonymi punktami całkowania: (a) Gaussa i (b) Lobatto; kółka czerwone – punkty całkowania, kółka niebieskie – węzły.



Rysunek 5.2: Schemat kontaktu nierówności klinowej z płaską powierzchnią, A_r – aktualna powierzchnia kontaktu, A_n – nominalna powierzchnia kontaktu.



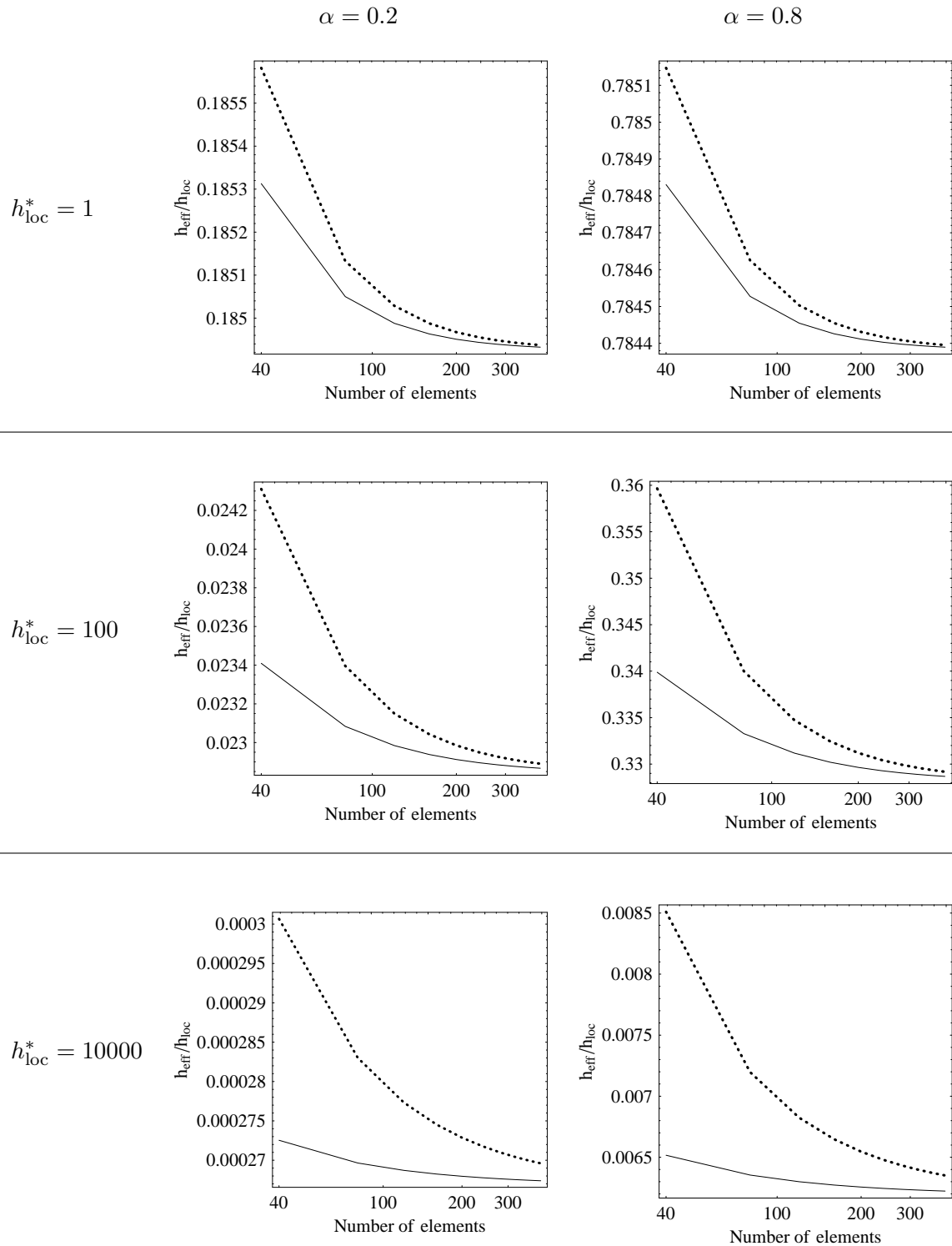
Rysunek 5.3: Schemat wyznaczenia wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu z wykorzystaniem kwadratury Gaussa i Lobatto dla liczby elementów (a) $N_e = 4$ i (b) $N_e = 5$.

$\alpha_G = 0.5$, a w punktach węzłowych – $\alpha_N = 0.25$, patrz rysunek 5.3(a). W przypadku nieparzystej liczby elementów, np. $N_e = 5$, uzyskuje się inne wyniki, por. rysunek 5.3(b). Zastosowanie kwadratury Gaussa pozwala uzyskać wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu bliższe wartościom teoretycznym (w sensie średnim). Zwiększenie liczby elementów skończonych daje mniejszy błąd, natomiast charakter zmian α_G i α_N nie zmienia się.

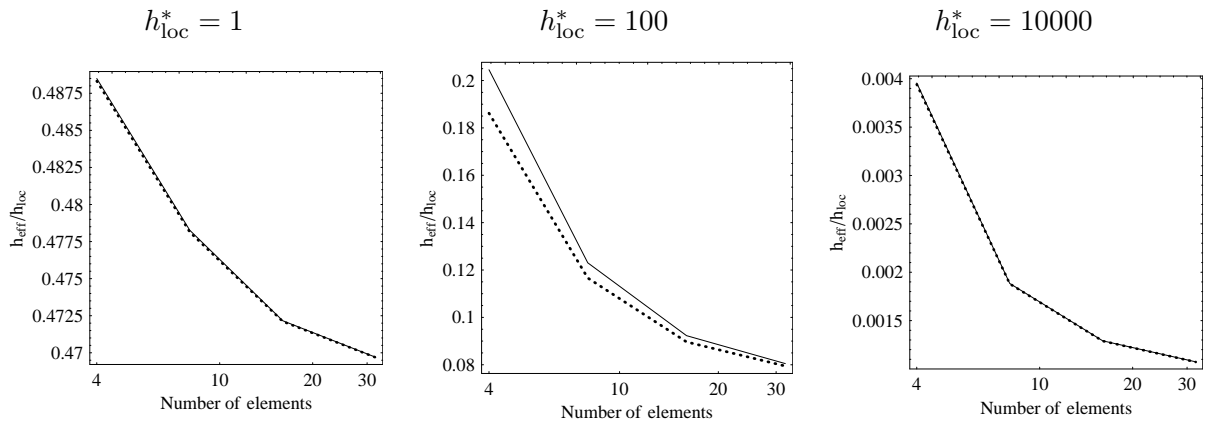
Wpływ przyjętego schematu całkowania na efektywne przewodzenie ciepła dla rozpatrywanej nierówności klinowej pokazany jest na rysunku 5.4. Różnice w wartościach \bar{h}_{eff} zmniejszają się wraz ze wzrostem liczby elementów na powierzchni. Największa względna różnica wyników dla $\alpha = 0.2$ i rosnącego lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła wynosiła odpowiednio 0.14%, 3.7% oraz 9.3%. Dla $\alpha = 0.8$ wartości \bar{h}_{eff} różniły się o 0.04%, 5.5% i 23.4% dla h_{loc}^* równego odpowiednio 1, 100 i 10000.

Umieszczenie elementów opisujących przepływ ciepła jedynie w obszarze rzeczywistego styku pozwala wyznaczyć wartość α w sposób jednoznaczny, niezależny od schematu całkowania i równy wartości teoretycznej. Przykładowa zmiana \bar{h}_{eff} w funkcji liczby elementów skończonych dla $\alpha = 0.5$ (nierówność klinowa) jest pokazana na rysunku 5.5. Największą różnicę wyników uzyskano dla $h_{\text{loc}}^* = 100$. W pozostałych przedstawionych przypadkach zgodność jest zadowalająca, a różnica nie przekracza 0.35%. Zastosowanie takiego podejścia w przypadku złożonej geometrii powierzchni byłoby czasochłonne i trudne do wykonania, ponieważ wymagałoby m.in. użycia złożonych algorytmów generacji siatki MES.

W obliczeniach dla trójwymiarowych chropowatości duża liczba elementów skończonych znacznie zwiększa rozmiar zadania, co może utrudniać uzyskanie wyników. Dlatego należy liczyć się z pewnymi błędami numerycznymi wykonywanych obliczeń zwłaszcza dla bardzo dużych wartości h_{loc}^* .



Rysunek 5.4: Zmiana wartości współczynnika \bar{h}_{eff} w funkcji liczby elementów na nominalnej powierzchni kontaktu A_n ; linia kropkowa – całkowanie w punktach Gaussa, linia ciągła – całkowanie w węzłach.



Rysunek 5.5: Zmiana wartości \bar{h}_{eff} w funkcji liczby elementów powierzchniowych rozłożonych tylko w obrębie obszaru rzeczywistego styku; linia kropkowa – całkowanie w punktach Gaussa, linia ciągła – całkowanie w węzłach.

5.2. Warunki brzegowe

Rozwiązanie ustalonego przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie zostało sprowadzone do rozważań dla ograniczonego słupek $L \times L \times 2H$ (patrz rysunek 4.2). Wymagało to narzucenia warunków periodycznych na zmianę rozkładu obszarów rzeczywistego styku, a zatem i $h_c(x_1, x_2)$ oraz temperatury w obrębie komórki reprezentatywnej.

W analizowanym zagadnieniu przepływ ciepła wymuszony jest różnicą temperatur T_1^Γ i T_2^Γ . W efekcie makroskopowy przepływ ciepła jest jednowymiarowy, a wektor makroskopowego strumienia ciepła jest zgodny z kierunkiem normalnej do powierzchni Γ_c . Można zatem w miejsce periodyki przyjąć, że powierzchnie boczne ograniczonego słupek są izolowane (brak wymiany ciepła z otoczeniem),

$$q_n = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{dla} \quad x_1 = 0 \text{ lub } x_1 = L, \quad \text{lub} \quad x_2 = 0 \text{ lub } x_2 = L, \quad (5.1)$$

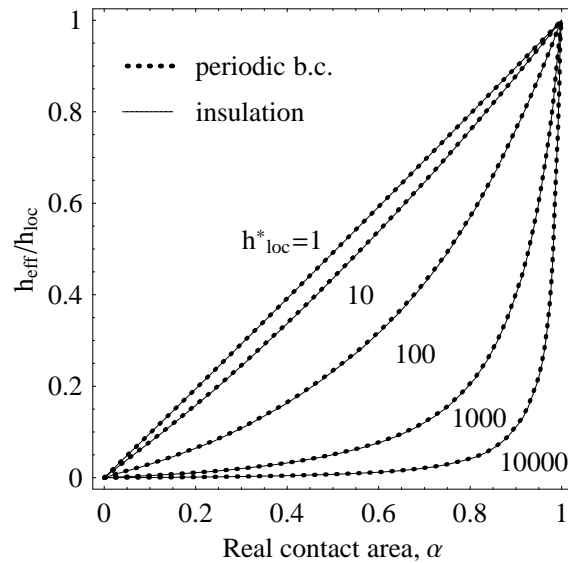
gdzie \mathbf{n} oznacza wektor normalny do każdej ścianki bocznej słupek.

Porównanie wyników dla periodycznych warunków brzegowych oraz izolowanych ścianek bocznych komórki reprezentatywnej jest pokazane na rysunku 5.6. Obliczenia przeprowadzono dla powierzchni piaskowanej nr 1 z tabeli 2.1. Rozkład obszarów rzeczywistego styku otrzymano przez geometryczne ścinanie.

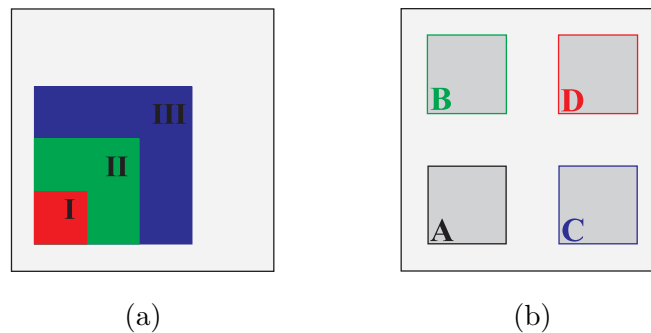
Największa różnica wynosi około 0.5% dla $h_{\text{loc}}^* = 10000$. Zatem w przypadku przepływu ciepła na drodze przewodzenia rozwiązanie z izolowanym brzegiem pozwala uzyskać dobrą zgodność z rozwiązaniem ścisłym wymagającym periodycznych warunków brzegowych. Zastosowanie takiego uproszczenia nie jest zawsze możliwe. Przyjęcie warunków periodycznych jest konieczne m.in. w przypadku uwzględnienia ruchu względnego ciał w kontakcie, patrz rozdział 5.7.

5.3. Reprezentatywność

W celu wyznaczenia efektywnych właściwości powierzchni chropowatej w zagadnieniach przepływu ciepła wybiera się obszar, który jest mniejszy od zeskanowanej powierzchni. Jego wielkość oraz położenie mogą mieć istotny wpływ na uzyskiwane wyniki.



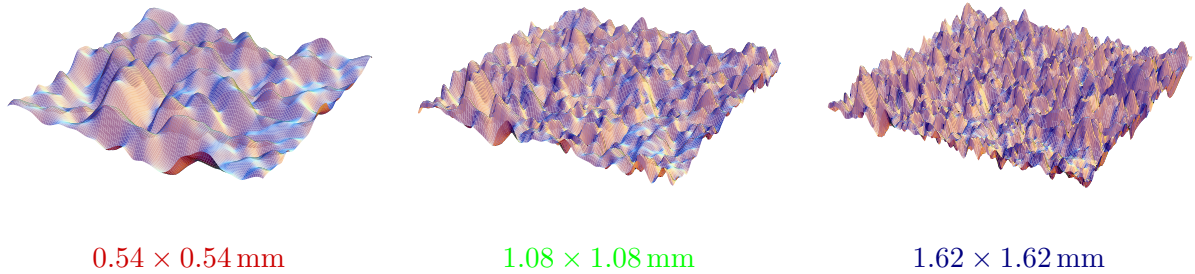
Rysunek 5.6: Zmiana \bar{h}_{eff} w funkcji α dla okresowych warunków brzegowych oraz izolowanej powierzchni bocznej komórki reprezentatywnej.



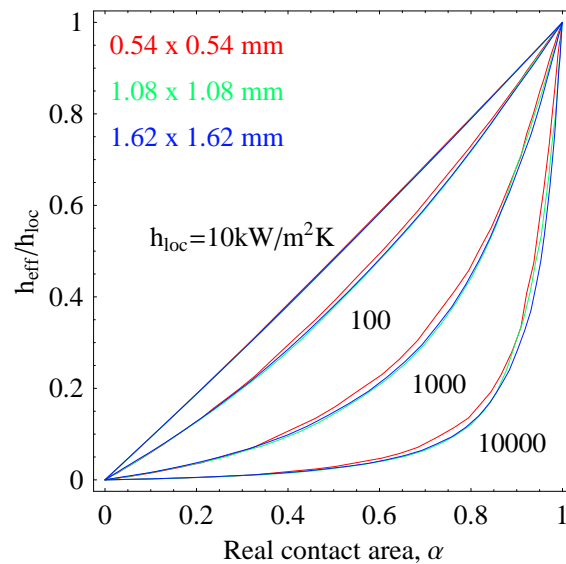
Rysunek 5.7: Schemat przedstawiający sposób doboru (a) wielkości i (b) położenia podobszaru zeskanowanej powierzchni oznaczonej dużym szarym kwadratem.

Zmniejszanie analizowanego obszaru może wpłynąć na pominięcie charakterystycznych cech badanej powierzchni. Wówczas uzyskane wyniki będą uzależnione od wyboru położenia podobszaru i nie będą reprezentatywne dla rozpatrywanej powierzchni. Natomiast powiększanie obszaru może uniemożliwić wykonanie obliczeń w zadowalającym czasie. Poniżej pokazano zależność wyników od wielkości i położenia podobszaru dla powierzchni nr 1 (tabela 2.1).

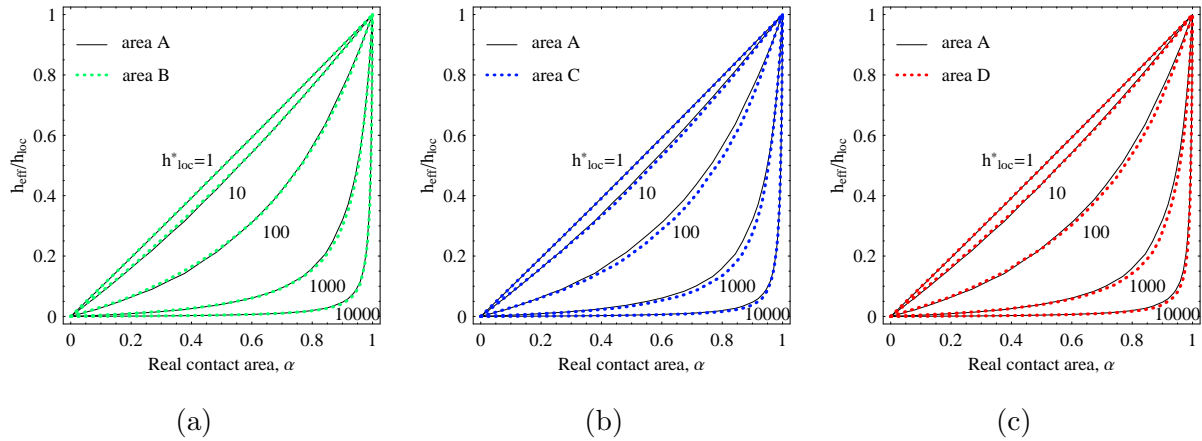
Wpływ wielkości obszaru zbadano wybierając, zgodnie ze schematem przedstawionym na rysunku 5.7(a), trzy podobszary: I o wymiarach 0.54×0.54 mm, II o wymiarach 1.08×1.08 mm i III o wymiarach 1.62×1.62 mm. Widok chropowatości dla każdego z nich pokazany jest na rysunku 5.8. Przy rozdzielczości 0.02×0.02 mm odpowiadająca im liczba elementów skończonych rozłożonych na powierzchni kontaktu Γ_c równa jest odpowiednio 729, 2916 i 6561. Dla każdego podobszaru wyznaczono zmianę \bar{h}_{eff} w funkcji α , patrz rysunek 5.9. Różnica wartości \bar{h}_{eff} dla najmniejszego obszaru I (krzywe koloru czerwonego) w stosunku do obszaru II (kolor zielony) wynosi około 5%. Natomiast wyniki dla obszaru III (kolor niebieski) w odniesieniu do wyników uzyskanych dla obszaru II różnią się maksymalnie o około 2%.



Rysunek 5.8: Widok trzech różnej wielkości podobszarów powierzchni piaskowanej (powierzchnia nr 1, tabela 2.1).



Rysunek 5.9: Porównanie zmiany \bar{h}_{eff} w funkcji α dla trzech podobszarów o różnej wielkości.



Rysunek 5.10: Zależność \bar{h}_{eff} w funkcji α dla czterech podobszarów tej samej wielkości, wybranych z różnych miejsc zeskanowanej powierzchni: (a) podobszar A i B, (b) podobszar A i C oraz (c) podobszar A i D (por. rysunek 5.7(b)).

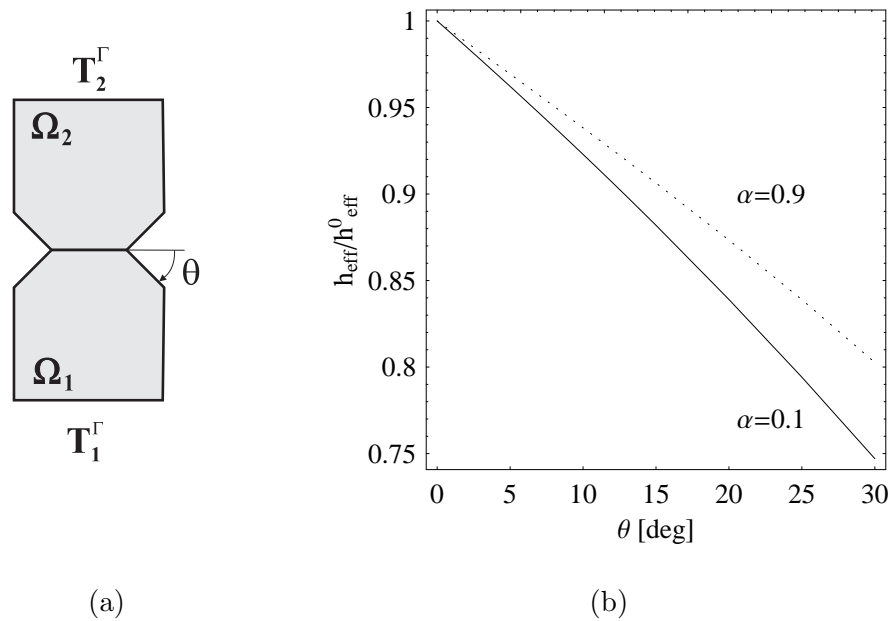
Do dalszych rozważań wybrano obszar o wielkości 1.08×1.08 mm. Postępując zgodnie ze schematem pokazanym na rysunku 5.7(b), sprawdzono jak zmienia się efektywny przepływ ciepła w zależności od wybranego miejsca zeskanowanej powierzchni. Wyniki dla podobszaru A zaznaczone są na rysunku 5.10 czarną ciągłą linią. Wyniki uzyskane dla pozostałych podobszarów (kolorowe linie kropkowe) porównano z obszarem A. Różnice pomiędzy poszczególnymi obszarami nie są duże i wynoszą maksymalnie: A-B – 3%, A-C – 6% oraz A-D – 4.5%. Można zatem uznać, że wyniki otrzymane dla obszaru II są reprezentatywne dla całej powierzchni. Biorąc pod uwagę szereg założeń upraszczających przyjętych w zaproponowanym modelu, zwiększanie analizowanego obszaru, w celu uzyskania lepszej reprezentatywności, nie wydaje się celowe.

5.4. Kąt pochylenia nierówności

Przepływ ciepła pomiędzy chropowatymi ciałami w kontakcie został sprowadzony do analizy półprzestrzeni o niejednorodnym rozkładzie kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła $h_c(x_1, x_2)$ w skali mikro. Zgodnie z tym założeniem pomija się zawężanie linii strumienia ciepła na skutek pochylenia nierówności powierzchni, które dodatkowo zwiększa kontaktową oporność cieplną (por. Rostami i in. [84]).

W celu oszacowania błędu jaki popełnia się pomijając pochylenie nierówności przeprowadzona została następująca analiza. Komórka periodyczna schematycznie pokazana na rysunku 5.11(a) obejmuje jedną klinową nierówność. W obszarze kontaktu przyjęto $h_{\text{loc}} = \infty$. Wyznaczono efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła dla kąta $\theta \leq 30^\circ$ oraz dla różnych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu. Jego zmiana, odniesiona do wartości h_{eff}^0 wyznaczonej dla $\theta = 0$, w funkcji kąta pochylenia pokazana jest na rysunku 5.11(b). Wzrost kąta pochylenia nierówności powoduje wzrost oporu na przepływ ciepła, czego należało się spodziewać. Jego wpływ jest nieznacznie większy dla małych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu α .

Zmniejszenie kontaktowej przewodności może być znaczące i wynosi nawet 25% dla $\theta = 30^\circ$. Jednakże średni kąt pochylenia nierówności dla typowych powierzchni jest rzędu 5° . Dla takiej wartości błąd wynikający z zaniedbania nachylenia jest niewielki (do 5%).



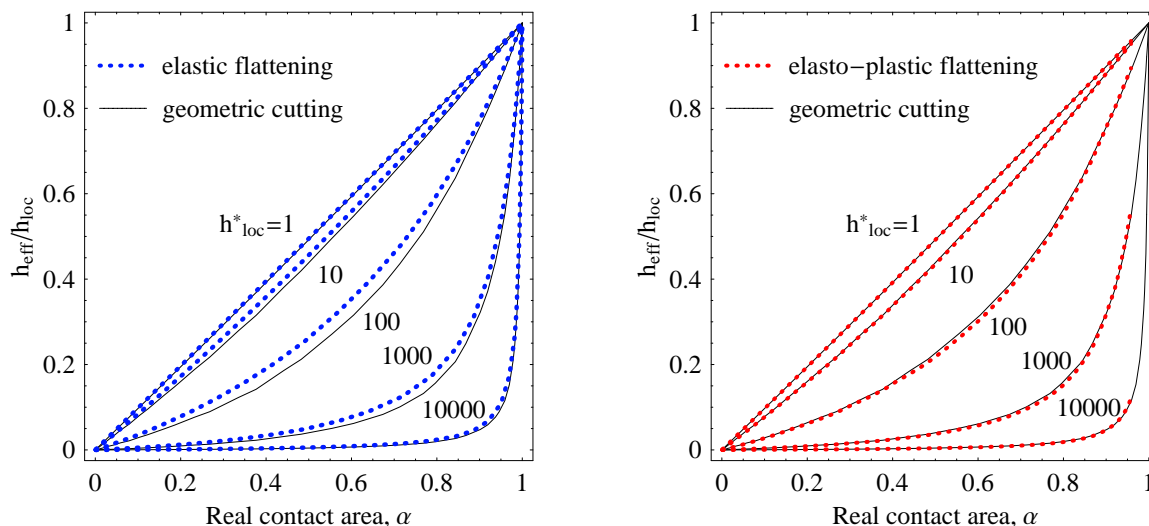
Rysunek 5.11: Wpływ kąta pochylenia nierówności θ na wartość kontaktowego oporu cieplnego: (a) szkic rozpatrywanego zagadnienia i (b) zmiana znormalizowanego efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji kąta pochylenia nierówności.

Zatem w porównaniu do wpływu innych wielkości, jak np. h_{loc} , wpływ kąta pochylenia nierówności na kontaktowy opór cieplny jest nieduży.

5.5. Rozkład obszarów rzeczywistego styku

Kontaktowa przewodność cieplna zależy od aktualnego rozkładu obszarów rzeczywistego styku. Dla obszarów rozmieszczonych regularnie w obrębie nominalnej powierzchni kontaktu Das i Sadhal [25] uzyskali mniejszą oporność kontaktową w porównaniu do rozmieszczenia losowego. Laraq i Bairi [51] uwzględnili dodatkowo zmianę wielkości poszczególnych obszarów styku. Zhang i in. [119] zaobserwowali podobną zależność. Dla równomiernie rozłożonych obszarów styku, przy tej samej wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu, kontaktowa przewodność cieplna jest większa w stosunku do sytuacji, w której obszary styku są większe i rozłożone niejednorodnie. Może być to spowodowane mniejszym zaburzeniem w przebiegu linii strumienia ciepła. Sevostianov i Kachanov [91] pokazali, że duża liczba małych obszarów styku daje większą przewodność niż mała liczba dużych obszarów przy ustalonej rzeczywistej powierzchni kontaktu α .

Poniżej przeanalizowano wpływ sposobu wyznaczania rozkładu obszarów rzeczywistego styku na wartość efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła. W zależności od zastosowanej metody, rozkłady obszarów na nominalnej powierzchni kontaktu były różne, por. rysunek 2.5. Dla każdego przypadku wyznaczono efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła w funkcji α i h_{loc}^* , przedstawiony na rysunku 5.12. Średnia różnica wartości \bar{h}_{eff} dla ścinania i spłaszczania nierówności dla sprężystego modelu materiału (patrz rysunek 5.12(a)) wynosi około 17%. Wynika ona z rozkładu obszarów styku, który dla przypadku modelu sprężystego różnił się wyraźnie od dwóch pozostałych. Obszary styku wykazywały większą jednorodność rozkładu. Podobnie jak w pracach przytoczonych



Rysunek 5.12: Zmiana \bar{h}_{eff} w funkcji α dla rozkładu obszarów rzeczywistego styku otrzymanego przez (a) geometryczne ścinanie i spłaszczanie nierówności opisanych modelem sprężystym oraz (b) geometryczne ścinanie i spłaszczanie nierówności opisanych modelem sprężysto-plastycznym.

powyżej uzyskano dla nich większą kontaktową przewodność w stosunku do geometrycznego ścinania. Dla porównania ścinania i spłaszczania w zakresie sprężysto-plastycznym przedstawionego na rysunku 5.12(b), różnice wyników są mniejsze i wynoszą około 3%. Obliczenia przepływu ciepła potwierdzają dużą zgodność w rozkładzie obszarów rzeczywistego styku wyznaczonych przez geometryczne ścinanie i spłaszczanie nierówności opisanych modelem sprężysto-plastycznym.

Przykładowy rozkład lokalnej temperatury dla $\alpha = 0.49$ dla trzech przypadków rozkładu obszarów rzeczywistego styku pokazany jest dla powierzchni kontaktowej dolnego ciała na rysunku 5.13.

5.6. Stosunek współczynników przewodności cieplnej

Zbadano wpływ stosunku współczynników przewodności cieplnej ciał na makroskopowy kontaktowy opór cieplny. Zmieniano stosunek k_1/k_2 , tak że wartość efektywnej przewodności cieplnej k_e była stała. Obliczenia przepływu ciepła przeprowadzono dla pojedynczej nierówności w kształcie piramidy. Praktycznie otrzymano takie same wyniki dla różnych wartości stosunku k_1/k_2 spełniających warunek $k_e = \text{const}$ w szerokim zakresie zmian k_1/k_2 , h_{loc}^* oraz α .

Uzyskany wynik pozwolił wykonać następujące uproszczenie podczas obliczeń MES. Przyjmując takie same wartości parametrów materiałowych dla dwóch ciał, obliczenia przepływu ciepła sprowadzono do rozważań dla jednej półprzestrzeni $x_3 \leq 0$, ograniczając się do połówki komórki reprezentatywnej $L \times L \times H$, patrz rysunek 4.2. Warunek brzegowy dla $x_3 = -H$ pozostaje bez zmian, tzn.

$$T_1 = T_1^\Gamma.$$

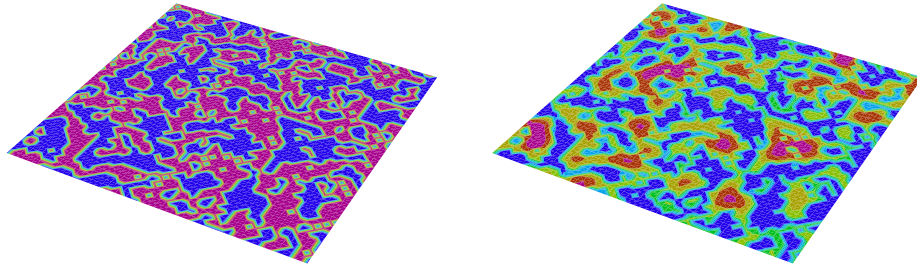
Natomiast na powierzchni kontaktu przyjęto lokalny strumień ciepła w postaci

$$q_c = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 2h_{\text{loc}}T_1 I(x_1, x_2). \quad (5.2)$$

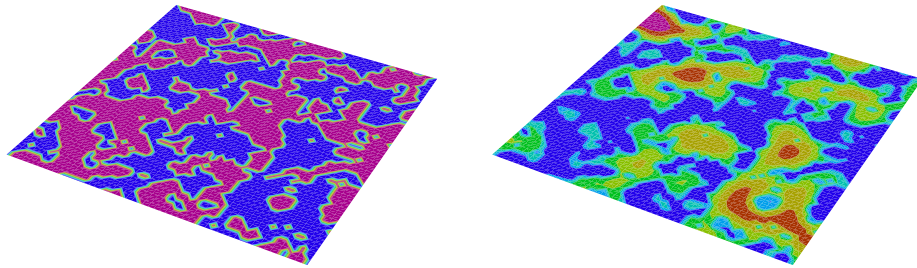
Obszary styku (kolor czerwony)

Lokalna temperatura

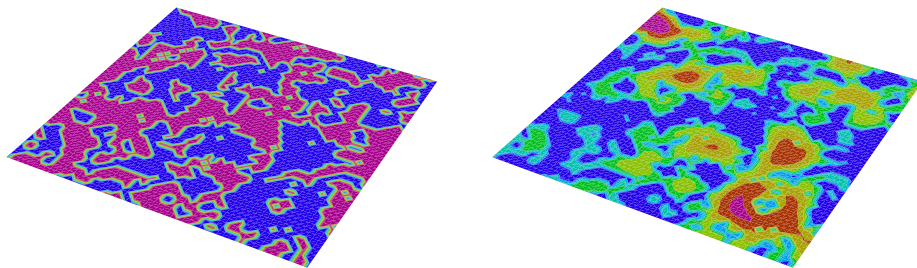
(a) spłaszczenie – model sprężysty



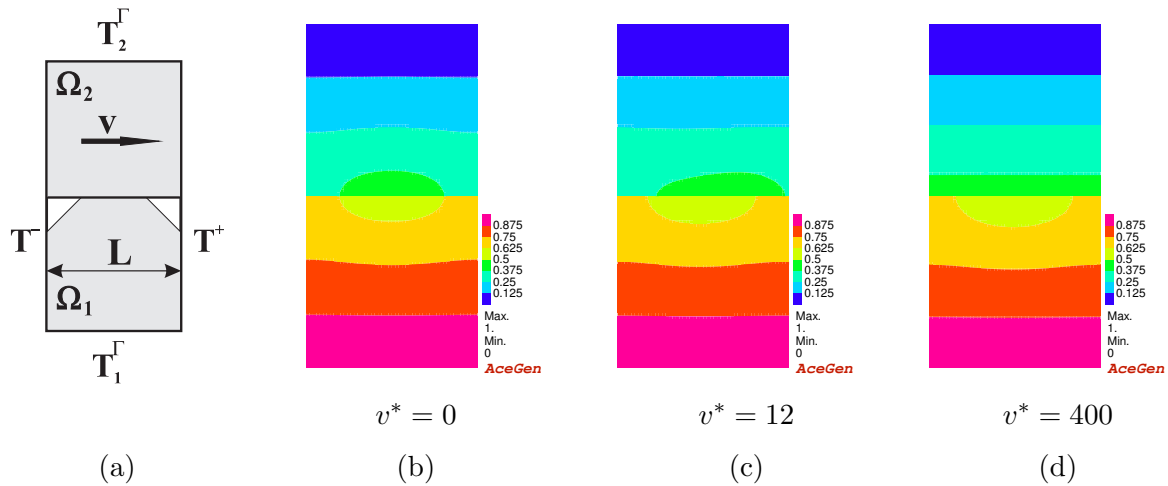
(b) spłaszczenie – model sprężysto-plastyczny



(c) geometryczne ścinanie



Rysunek 5.13: Rozkład obszarów rzeczywistego styku oraz lokalna temperatura na nominalnej powierzchni kontaktowej dolnego ciała dla spłaszczenia oraz geometrycznego ścinania nierówności ($\alpha = 0.49$, $h_{loc}^* = 100$).



Rysunek 5.14: Ślizganie się gładkiego ciała po nierówności w kształcie klina: (a) komórka periodyczna, (b)–(d) pole temperatury dla różnych prędkości przemieszczania się górnego ciała ($\alpha = 0.5$, $h_{\text{loc}}^* = 20$).

Jedną z korzyści wynikających z przyjętego uproszczenia jest krótszy czas obliczeń ponieważ wielkość obszaru podlegającego dyskretyzacji zmniejszyła się o połowę. Przy tym samym koszcie obliczeń można również zwiększyć ich dokładność stosując dwukrotnie więcej elementów skończonych dla jednego ciała niż ma to miejsce w przypadku całej komórki reprezentatywnej $L \times L \times 2H$. Zaprezentowany sposób obliczeń wykorzystano m.in. w rozdziale 6.

5.7. Ruch względny ciał

Rozwiązanie zagadnienia przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie z uwzględnieniem ich ruchu względnego wymaga przyjęcia dodatkowych założeń. Mianowicie, tylko jedno z ciał (przyjęto, że jest to ciało górne) o idealnie gładkiej powierzchni porusza się z prędkością \mathbf{v} , co jest schematycznie zaznaczone dla komórki reprezentatywnej na rysunku 5.14(a). Natomiast powierzchnia kontaktowa dolnego ciała, które pozostaje nieruchome, jest pokryta nierównościami. Wówczas, w układzie współrzędnych związanym z dolnym ciałem, rozkład obszarów rzeczywistego styku dla zadanego stopnia spłaszczenia nierówności nie zmienia się i możliwe jest rozwiązanie zagadnienia ustalonego przepływu ciepła. Uwzględnienie możliwości przemieszczania się ciała o chropowatej powierzchni wymagałoby rozwiązania zadania nieustalonego przepływu ciepła z periodycznymi warunkami brzegowymi dla położenia i czasu.

W równaniu przepływu ciepła dla górnego ciała należy uwzględnić człon konwekcyjny i wówczas ma ono postać

$$\rho_2 c_2 \mathbf{v} \cdot \nabla T_2 - k_2 \nabla^2 T_2 = 0. \quad (5.3)$$

Wymusza to przyjęcie periodycznych warunków brzegowych (4.5)₆ na powierzchniach bocznych komórki reprezentatywnej (tzn. nie można przyjąć założenia upraszczającego, że powierzchnie boczne komórki periodycznej są izolowane, por. rozdział 5.2).

Podobnie jak w poprzednich analizach, przepływ ciepła wymuszony jest różnicą temperatur $T_1^\Gamma > T_2^\Gamma$ na brzegach komórki periodycznej ($x_3 = \pm H$). Przykładowe rozwiązanie

mikroskopowego problemu brzegowego ustalonego przepływu ciepła dla nierówności klinowej pokazano na rysunku 5.14(b–d) na przykładzie pól temperatury. Liczba elementów skończonych dla każdego ciała była równa 2500. Wraz ze wzrostem prędkości zmienia się rozkład temperatury w pobliżu powierzchni kontaktu. To z kolei musi mieć wpływ na wartość efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{eff} . Zatem rozwiązanie będzie zależęć od prędkości, której postać bezwymiarową v^* uzyskano dla wymiaru charakterystycznego odpowiadającego wymiarowi komórki periodycznej L . W zależności od jej wartości decydującym mechanizmem transportu ciepła w górnym cieple będzie przewodzenie (v^* dąży do zera) lub konwekcja (v^* dąży do nieskończoności). Dodatkowo rozkład temperatury w górnym cieple staje się jednorodny dla dużych liczb Péclet, por. rysunek 5.14(d), podobnie jak w rozwiązaniu z wykorzystaniem modelu zaproponowanego przez Chantrenne’a i Raynauda [20].

5.7.1. Metoda SUPG

Do wyznaczenia kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła z uwzględnieniem ruchu ciał wykorzystano metodę elementów skończonych. Numeryczne rozwiązanie problemu przepływu ciepła klasyczną metodą Galerkina, w którym dominuje mechanizm konwekcji, zaburzone jest oscylacjami (podobny problem pojawia się w zagadnieniach mechaniki płynów). Wynikają one z rozwiązania dyskretnego układu równań z ujemną dyfuzyjnością występującą dla wyższych prędkości (Lewis i in. [54]). Zagadnienie to zilustrowane jest na przykładzie jednowymiarowego zagadnienia ustalonego przepływu ciepła z konwekcją (Brooks i Hughes [18]).

Rozkład temperatury w pręcie wynikający z rozwiązania układu równań

$$\begin{cases} \rho c v \nabla T = k \nabla^2 T, & 0 \leq x \leq 1, \\ T = 0, & x = 0, \\ T = 1, & x = L, \end{cases} \quad (5.4)$$

ma postać

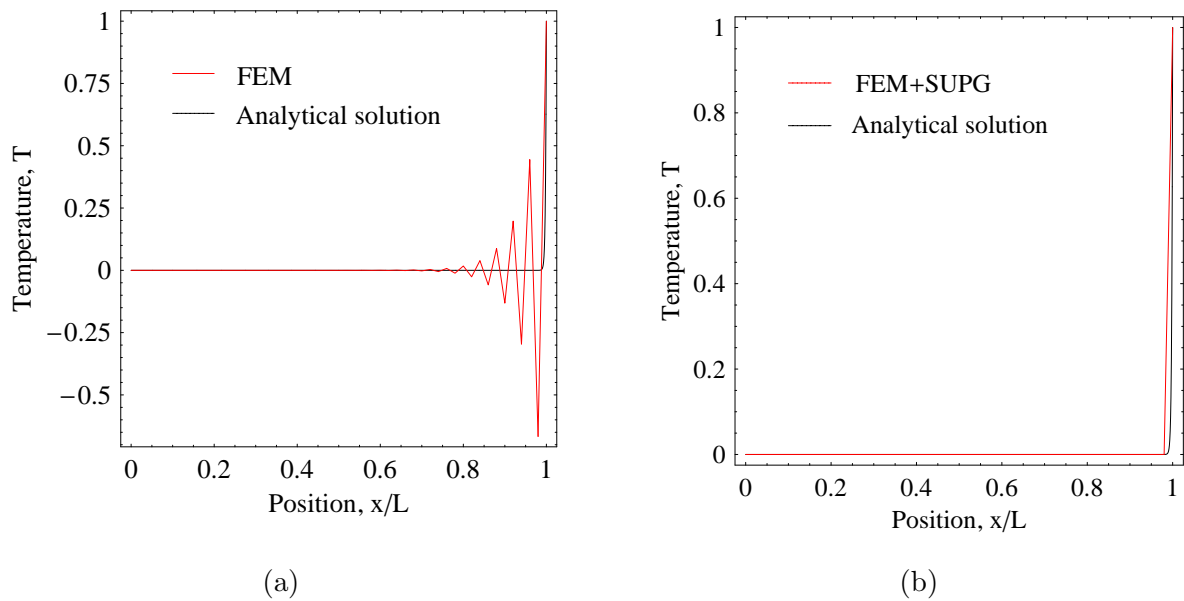
$$T(x) = \frac{1 - e^{v^*x/L}}{1 - e^{v^*}}, \quad (5.5)$$

gdzie $v^* = v \rho c L / k$ oznacza prędkość bezwymiarową (liczbę Péclet), a parametry ρ , c i k to stałe materiałowe – gęstość, ciepło właściwe i przewodność cieplna. Zmiana temperatury w pręcie dla liczby Péclet $v^* = 500$ pokazana jest czarną linią na rysunku 5.15. Rozwiązanie równania (5.4)₁ metodą elementów skończonych dla warunków brzegowych (5.4)₂ i (5.4)₃ jest zaznaczone linią czerwoną¹, patrz rysunek 5.15(a). Jest ono zaburzone oscylacjami, których amplituda zwiększa się ze wzrostem prędkości v^* .

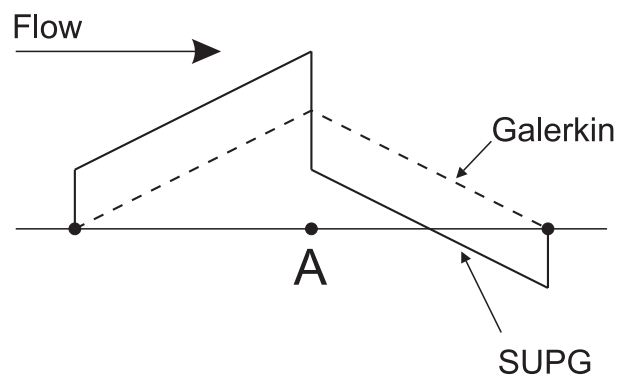
W omawianych zagadnieniach przepływu ciepła zastosowano metodę SUPG (ang. *streamline upwind/Petrov-Galerkin*, Brooks i Hughes [18]) dla biliniowych elementów skończonych². W klasycznej metodzie Galerkina zakłada się, że funkcja wagowa δT w równaniu (4.10) jest ciągła na granicy elementów wewnątrz rozpatrywanego obszaru, patrz rysunek 5.16. Należy do tej samej przestrzeni co funkcje kształtu wykorzystane do aproksymacji rozwiązania. W metodzie SUPG wprowadza się poprawkę p taką, że nowa funkcja

¹Pręt podzielono na 50 elementów liniowych.

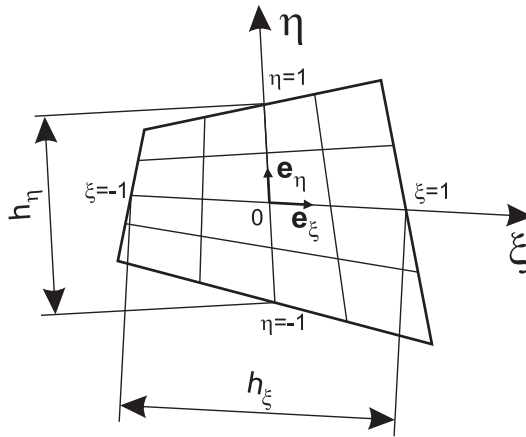
²W celu wyeliminowania нефизycznych oscylacji w rozwiązaniach numerycznych zagadnień z dominującą konwekcją stosuje się również inne metody, np. nieciągłą metodę Galerkina (ang. *discontinuous Galerkin method*, Zienkiewicz i in. [120]).



Rysunek 5.15: Rozkład temperatury w przecie ($v^* = 500$) dla rozwiązania analitycznego (5.5) oznaczonego linią czarną oraz: (a) rozwiązania MES z klasyczną funkcją wagową (linia czerwona) i (b) rozwiązania MES z zaimplementowaną metodą SUPG (linia czerwona).



Rysunek 5.16: Porównanie przebiegu funkcji wagowej δT dla klasycznej metody Galerkin oznaczone linią przerywaną i metody SUPG oznaczone linią ciągłą (Brooks i Hughes [18]).



Rysunek 5.17: Geometria elementu czterowzłowego z zaznaczonym lokalnym układem współrzędnych (Brooks i Hughes [18]).

wagowa $\tilde{\delta T}$ przestaje być ciągła, gdy $v^* \neq 0$ (patrz rysunek 5.16),

$$\tilde{\delta T} = \delta T + p. \quad (5.6)$$

Zakłada się, że funkcje δT i p są gładkie wewnątrz elementów. Zaburzenie klasycznej funkcji wagowej dane jest równaniem

$$p = \frac{\tilde{\kappa} \nabla \delta T \cdot \frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|}}{\|\mathbf{v}\|}, \quad (5.7)$$

gdzie $\|\mathbf{v}\|$ jest normą wektora prędkości. W przypadku braku ruchu względnego ciał $p = 0$. Dla elementu czworokątnego wielkość $\tilde{\kappa}$ ma postać

$$\tilde{\kappa} = \frac{\tilde{\xi} v_\xi h_\xi + \tilde{\eta} v_\eta h_\eta}{2}, \quad (5.8)$$

gdzie

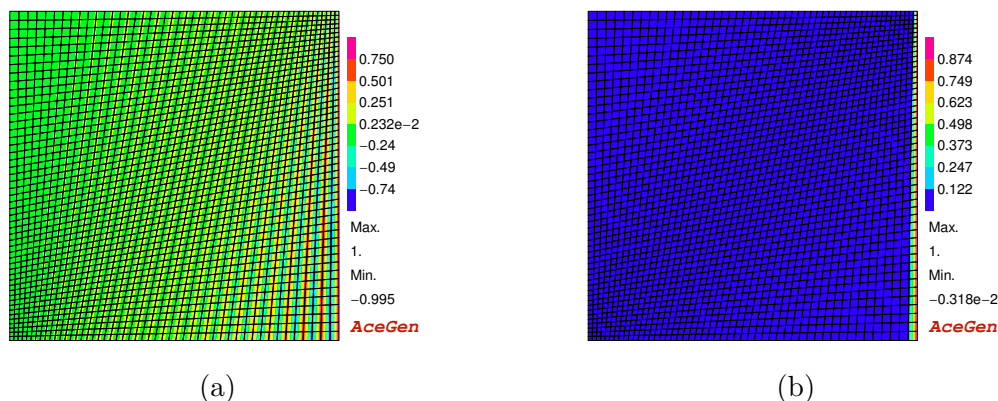
$$\tilde{\xi} = \coth \alpha_\xi - 1/\alpha_\xi, \quad \tilde{\eta} = \coth \alpha_\eta - 1/\alpha_\eta, \quad (5.9)$$

$$\alpha_\xi = \frac{v_\xi h_\xi \rho c}{2k}, \quad \alpha_\eta = \frac{v_\eta h_\eta \rho c}{2k}, \quad (5.10)$$

$$v_\xi = \mathbf{e}_\xi \cdot \mathbf{v}, \quad v_\eta = \mathbf{e}_\eta \cdot \mathbf{v}. \quad (5.11)$$

Wielkości \mathbf{e}_ξ i \mathbf{e}_η są to wektory jednostkowe, a h_ξ i h_η oznaczają długości charakterystyczne elementu zdefiniowane na rysunku 5.17. Wielkości α_ξ i α_η określone są analogicznie do liczby Péclet (3.15). Można zatem traktować je jako bezwymiarowe prędkości na kierunkach głównych lokalnego układu współrzędnych $0\xi\eta$ związanego z pojedynczym elementem. Podsumowując, poprawka p funkcji wagowej zależy bezpośrednio od wielkości elementu (gęstości siatki) i prędkości unoszenia.

Zastosowanie metody SUPG pozwala wyeliminować oscylacje, co jest pokazane czerwoną linią na rysunku 5.15(b), a wyniki obliczeń odpowiadają z dobrym przybliżeniem rozwiązaniu analitycznemu.



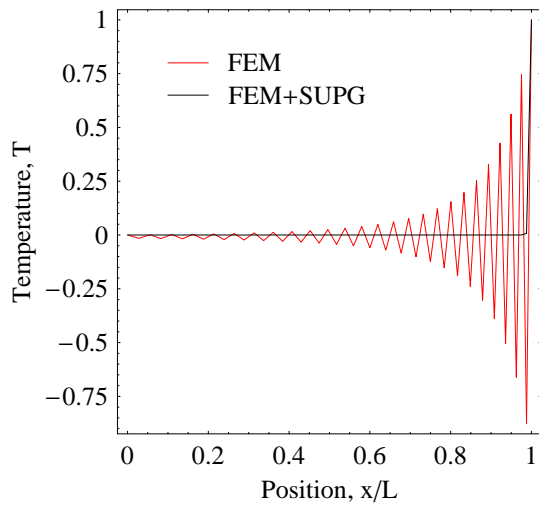
Rysunek 5.18: Pole temperatury w analizowanym obszarze dla siatki elementów skończonych wykorzystujących (a) klasyczną metodę Galerkina i (b) metodę SUPG.

W celu sprawdzenie poprawności implementacji wykonano analizę przepływu ciepła, z tym że w przestrzeni dwuwymiarowej. Założono, że przepływ ciepła jest wymuszony tylko w jednym kierunku x_1 . Dzięki temu pole temperatury zależy tylko od współrzędnej x_1 , a nie zależy od x_2 , i jest opisane równaniem (5.5). Elementy siatki (50×50 elementów) zostały rozłożone nierównomiernie dzięki czemu różniły się wielkością oraz kształtem, a ponadto były różnie rozłożone względem zadanego kierunku prędkości unoszenia. Rysunek 5.18 przedstawia pola temperatury dla analizowanego obszaru uzyskane dla klasycznej metody Galerkina i metody SUPG. Wartość liczby Péclet w tym przypadku wynosi 2500, co powoduje wystąpienie silnych oscylacji zaburzających rozwiązanie, patrz rysunek 5.18(a) i rysunek 5.19 (czerwone linie). Zastosowanie metody SUPG skutecznie niweluje opisywany problem, por. rysunek 5.18(b). W efekcie profile temperatury na górnej i dolnej krawędzi rozpatrywanego obszaru mają przebieg przedstawiony czarną ciągłą linią na rysunku 5.19, który w zadowalający sposób odpowiada rozwiązaniu analitycznemu.

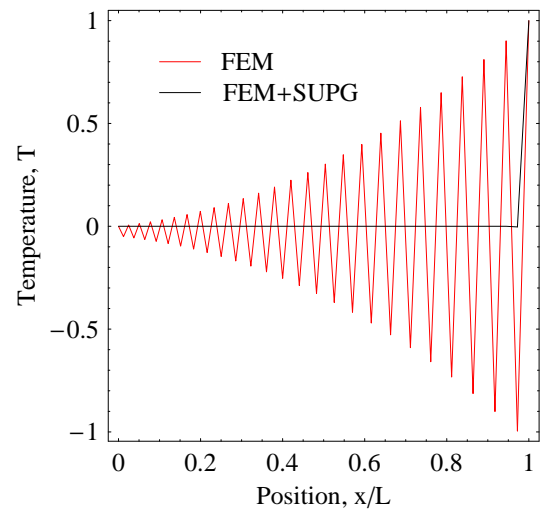
5.7.2. Wpływ prędkości na h_{eff}

Wpływ prędkości przemieszczania się górnego ciała na efektywną kontaktową przewodność cieplną pokazano na przykładzie powierzchni nr 1, tabela 2.1. Dla wybranych rozkładów obszarów rzeczywistego styku (wyznaczonych przez geometryczne ścinanie), kilku wartości bezwymiarowego lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła oraz rosnącej prędkości górnego ciała został wyznaczony efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła h_{eff} . Jego zmianę w odniesieniu do wartości h_{eff}^0 wyznaczonej dla $v^* = 0$ przedstawiono na rysunku 5.20 w funkcji liczby Péclet. Dla małych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu α (patrz rysunek 5.20(a)) wzrost prędkości powoduje większe zmiany oporu w stosunku do tych występujących dla wartości α bliższych jedności, por. rysunek 5.20(b).

Zmiana pomiędzy maksymalną, a minimalną w danych warunkach (ustalone wartości parametrów α i h_{loc}^*) wartością efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła przebiega w zakresie v^* rzędu 10–10000. Odpowiada to przemieszczaniu się górnego ciała z prędkością równą odpowiednio 0.06–66 m/s. Druga z podanych wartości odpowiada prędkościom, których nie obserwuje się w procesach przeróbki plastycznej. Zatem zakres zmian oporu na przepływ ciepła w warunkach zmieniającej się prędkości względnej będzie

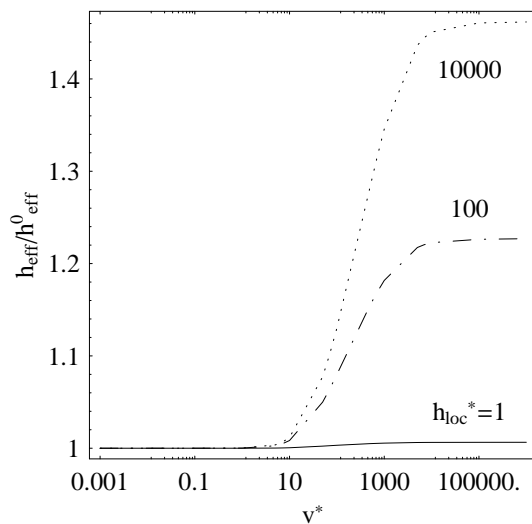


(a)

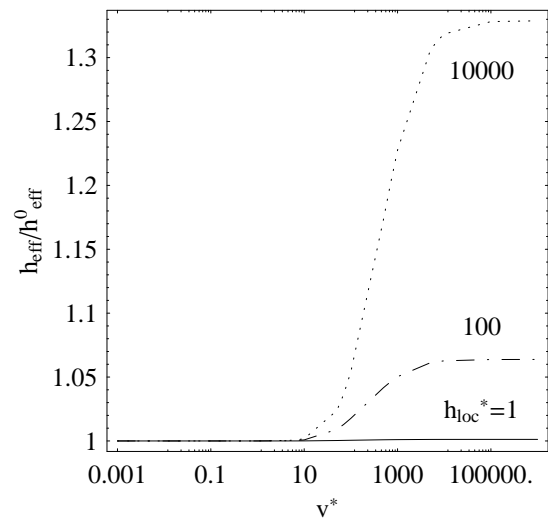


(b)

Rysunek 5.19: Profil temperatury na (a) górnej i (b) dolnej krawędzi rozpatrywanego obszaru; kolorem czerwonym zaznaczono rozwiązanie dla klasycznej metody Galerkin.

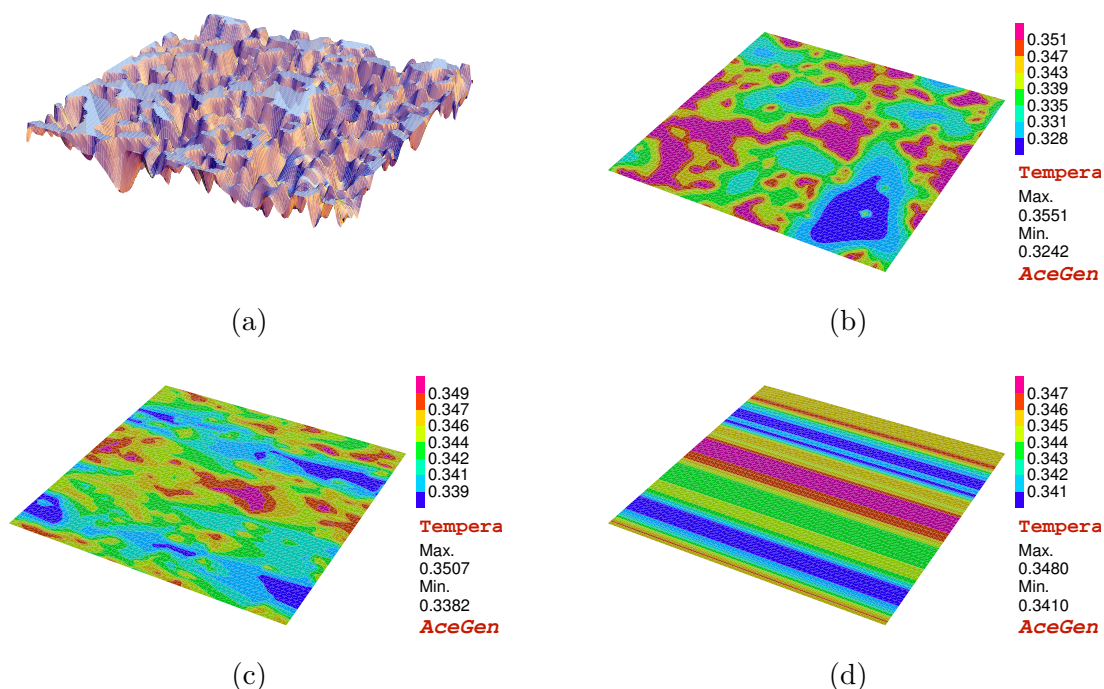


(a)



(b)

Rysunek 5.20: Zmiana efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła, odniesionego do wartości h_{eff}^0 dla $v^* = 0$, w funkcji liczby Péclet v^* dla rzeczywistej powierzchni kontaktu (a) $\alpha = 0.25$ i (b) $\alpha = 0.83$.



Rysunek 5.21: Przykładowy wynik obliczeń przepływu ciepła z uwzględnieniem ruchu górnego ciała: (a) widok chropowatej powierzchni dolnego ciała oraz rozkład lokalnej temperatury na powierzchni kontaktowej górnego ciała dla (b) $v^* = 0$, (c) $v^* = 1000$ i (d) $v^* = 10^6$ ($\alpha = 0.25$, $h_{loc}^* = 100$).

odpowiednio mniejszy.

Dla rozkładu obszarów rzeczywistego styku pokazanego na rysunku 5.21(a) przedstawiono rozkład lokalnej temperatury na powierzchni kontaktowej górnego ciała pozostającego w spoczynku, rysunek 5.21(b), oraz poruszającego się z prędkością $v^* = 1000$, rysunek 5.21(c), i $v^* = 10^6$, rysunek 5.21(d). Wpływ ruchu względnego przejawia się m.in. w zmianie pola lokalnej temperatury, które jest bardziej jednorodne wzdłuż kierunku wektora prędkości względnej. Dla zwiększających się wartości liczby Péclet różnice lokalnej temperatury pomiędzy poszczególnymi punktami powierzchni kontaktowej górnego ciała stają się mniejsze.

5.8. Podsumowanie

Zbadano wpływ różnych czynników na efektywne właściwości związane z przewodzeniem ciepła przez powierzchnie chropowate. Sprawdzone m.in. dwa schematy całkowania numerycznego członów powierzchniowych. Wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu zależy od wyboru punktów całkowania. Od niej z kolei zależy makroskopowy przepływ ciepła. Różnice powiększają się dla rosnącej wartości współczynnika h_{loc} .

Makroskopowy strumień ciepła wymuszony różnicą temperatur na brzegach komórki reprezentatywnej $x_3 = \pm H$ ma kierunek zgodny z normalną do powierzchni Γ_c . Składowe lokalnego strumienia ciepła w płaszczyźnie (x_1, x_2) występują w warstwie przypowierzchniowej i są zlokalizowane wokół obszarów rzeczywistego styku, gdzie następuje zmiana kierunku linii strumienia ciepła. Rozkład lokalnego strumienia na kierunku x_1 dla pojedynczego profilu (patrz rysunek 4.4(a)) pokazano na rysunku 4.4(c). W przypadku

przepływu ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie, które nie są w ruchu, wystarczy założyć warunek izolacji na bocznych powierzchniach komórki reprezentatywnej. Uzyskane wyniki różnią się w niewielkim stopniu od uzyskanych z zastosowaniem periodycznych warunków brzegowych (por. rysunek 5.6).

Jeśli uzyskane wyniki mają charakteryzować przepływ ciepła przez zadaną powierzchnię, obszar przyjęty do obliczeń musi być reprezentatywny dla rozpatrywanej powierzchni chropowatej. W tym celu porównano wartości efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła wyznaczone dla podobszarów różnej wielkości, wybrane z różnych miejsc zeskanowanej powierzchni.

Wzrost prędkości względnej powoduje zmniejszenie kontaktowej oporności dla $v^* > 10$. Dla prędkości rzędu 4 m/s obserwuje się kilkunasto procentową zmianę h_{eff} w zależności od h_{loc}^* i α . Dla dużych wartości liczby Péclet efektywny współczynnik przewodzenia ciepła przez powierzchnię chropowatą ustala się. Należy zaznaczyć, że w takich warunkach dużą rolę odgrywa ciepło generowane na skutek tarcia, którego nie uwzględniano w prowadzonych rozważaniach. Analizą regularnie rozłożonych źródeł ciepła z uwzględnieniem ruchu względnego zajmował się Laraqi [50].

Rozdział 6

Długość charakterystyczna chropowatości

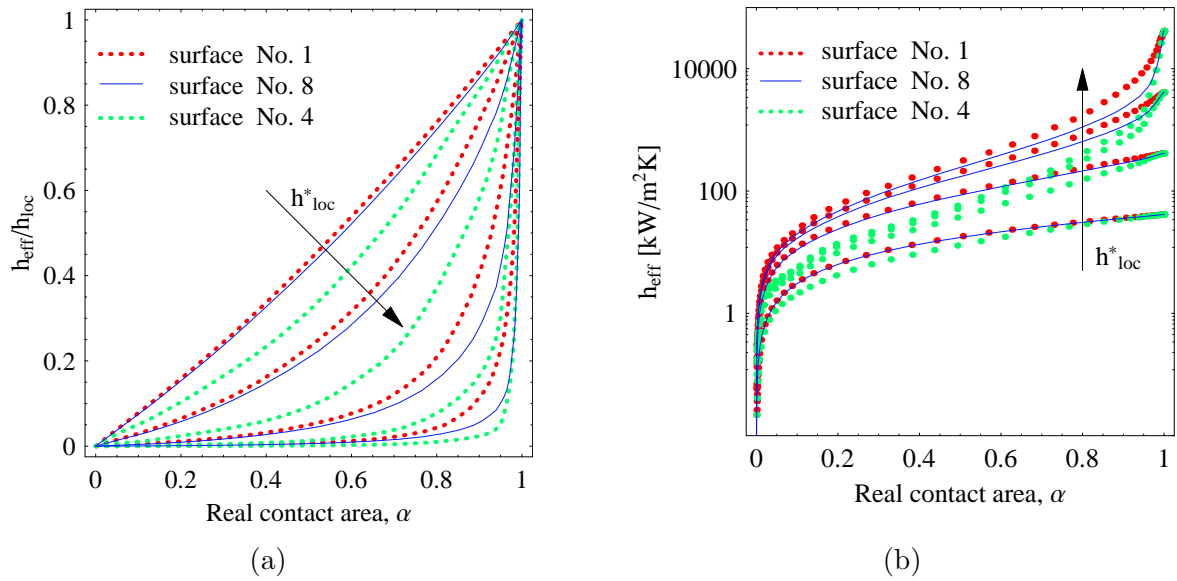
Wykorzystując dwuskalowy model przewodzenia ciepła pokazano zmianę efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła dla różnych chropowatości. Wprowadzono parametr, który charakteryzuje powierzchnię chropowatą w zagadnieniach przepływu ciepła. Zaproponowano, że jego wartość można wyznaczyć w przybliżony sposób wykorzystując parametry chropowatości powierzchni.

6.1. Kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła dla różnych powierzchni

Z rozważań przeprowadzonych w rozdziale 4 wynika, że znormalizowany makroskopowy kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła zależy od rzeczywistej powierzchni kontaktu α i od bezwymiarowego lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc}^* . Należy również przyjąć, że zależy on od rodzaju chropowatości. Zmianę \bar{h}_{eff} w funkcji α i h_{loc}^* dla powierzchni piaskowanej nr 1, tabela 2.1, pokazano w rozdziale 4.3.3 na rysunku 4.6. Powstaje pytanie jak zmienia się efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła dla innych powierzchni oraz czy zaproponowana zależność $\bar{h}_{eff}(\alpha, h_{loc}^*)$ jest uniwersalna, tzn. czy pozwala opisać zmianę \bar{h}_{eff} dla różnych chropowatości.

W związku z powyższym, wybrano kilkanaście powierzchni chropowatych scharakteryzowanych w tabeli 2.1 i wyznaczono \bar{h}_{eff} w funkcji α i h_{loc}^* postępując jak dla powierzchni piaskowanej nr 1. Przykładowe wyniki pokazano na rysunku 6.1 dla trzech wybranych powierzchni (powierzchnia nr 1, 4 i 8). Zaprezentowane krzywe wykazują pewne podobieństwo. Jednak dla tych samych wartości α i h_{loc}^* uzyskuje się inne wartości efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{eff} .

Wielkość L , która oznacza wymiar komórki reprezentatywnej zastosowanej w obliczeniach, patrz rysunek 4.2, posłużyła do wyznaczenia współczynnika h_{loc}^* , por. zależność (4.8). Wielkość komórki związana jest z obszarem powierzchni wybranym do obliczeń. Ze względu na wymóg reprezentatywności nie może być on zbyt mały, natomiast może być dowolnie duży. Ograniczenie stanowią możliwości obliczeniowe. Przyjęcie L do ubezwymiarowania lokalnego kontaktowego współczynnika ciepła h_{loc} jest wyborem naturalnym. Jednakże wartość L jest w niewielkim stopniu związana z samą chropowatością. Jeśli dla każdej powierzchni udałoby się znaleźć wymiar charakterystyczny l , to zależność $\bar{h}_{eff}(\alpha, h_{loc} l/ke)$ może mieć charakter uniwersalny.



Rysunek 6.1: Porównanie, dla wybranych powierzchni, zmiany współczynnika (a) $\bar{h}_{\text{eff}} = h_{\text{eff}}/h_{\text{loc}}^*$ oraz (b) h_{eff} w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu dla $h_{\text{loc}}^* = 10$, $h_{\text{loc}}^* = 100$, $h_{\text{loc}}^* = 1000$ i $h_{\text{loc}}^* = 10000$.

6.2. Długość charakterystyczna

Zaproponowana funkcja analityczna (4.14) pozwala oszacować znormalizowany efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła dla powierzchni piaskowanej nr 1. Uwzględniając zależność (4.15) jego wartość zależy od: α , h_{loc}^* , b i β . Współczynniki b i β są ściśle związane z analizowaną chropowatością i służą do wyznaczenia parametru A zaproponowanej funkcji (4.14). Zauważmy, że parametr b skaluje wartość h_{loc}^* . Biorąc pod uwagę definicję bezwymiarowego lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła (4.8) założono, że powoduje on zmianę jedynie długości L . Postanowiono sprawdzić, czy parametr b można utożsamiać ze znormalizowaną długością charakterystyczną

$$\bar{l} = l/L, \quad (6.1)$$

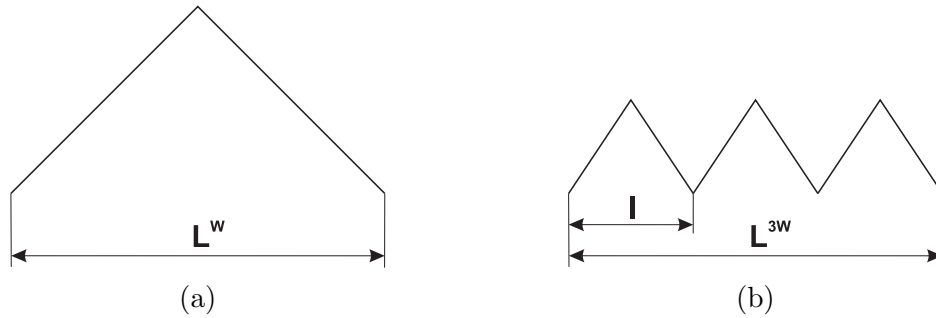
gdzie l oznacza *długość charakterystyczną* powierzchni chropowatej, a L jest wymiarem komórki reprezentatywnej wykorzystanej w obliczeniach i służy do wyznaczenia h_{loc}^* . Jeśli tak, to zależność (4.15) przyjmuje postać

$$A = \frac{1}{1 + (\bar{l} h_{\text{loc}}^*)^\beta} = \frac{1}{1 + (\hat{h}_{\text{loc}}^*)^\beta}, \quad (6.2)$$

gdzie

$$\hat{h}_{\text{loc}}^* = h_{\text{loc}} \frac{l}{k_e}. \quad (6.3)$$

Wykorzystując wyniki obliczeń MES można dopasować wartości współczynników \bar{l} i β w równaniu (6.2) tak aby funkcja analityczna (4.14) jak najlepiej opisywała zmianę \bar{h}_{eff} w funkcji α i h_{loc}^* . Błąd aproksymacji wyników obliczeń uzyskanych z zastosowaniem



Rysunek 6.2: Schemat chropowatości w postaci (a) pojedynczego i (b) potrójnego klina.

dwuskalowego modelu wynosi

$$\delta(\bar{l}, \beta) = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left[\frac{\bar{h}_{\text{eff}}^{\text{num}}(\alpha_{(n)}, h_{\text{loc}(m)}^*) - \bar{h}_{\text{eff}}^{\text{a}}(\alpha_{(n)}, h_{\text{loc}(m)}^*, \bar{l}, \beta)}{\bar{h}_{\text{eff}}^{\text{num}}(\alpha_{(n)}, h_{\text{loc}(m)}^*)} \right]^2, \quad (6.4)$$

gdzie $\bar{h}_{\text{eff}}^{\text{num}}$ oznacza wielkość uzyskaną z obliczeń, $\bar{h}_{\text{eff}}^{\text{a}}$ wartość funkcji analitycznej danej równaniami (4.14) oraz (6.2), M jest liczbą przyjętych wartości h_{loc}^* , a N oznacza liczbę wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu α , dla której wyznaczono wartości współczynnika $\bar{h}_{\text{eff}}^{\text{num}}$. Minimalną wartość błędu znaleziono wykorzystując funkcję `FindMinimum[]` w programie *Mathematica*. Następnie korzystając z równania (6.1) można określić wartość długości charakterystycznej analizowanej powierzchni.

Nierówności klinowe Zaprezentowane podejście wyznaczenia długości charakterystycznej powierzchni chropowatej sprawdzono na przykładzie nierówności klinowej (zagadnienie dwuwymiarowego przepływu ciepła). Komórka jednostkowa obejmuje jedną lub trzy modelowe nierówności pokazane na rysunku 6.2. W każdym przypadku przyjęto taki sam wymiar komórki reprezentatywnej ($L^W = L^{3W}$). Wyniki obliczeń MES, zaznaczone liniami kropkowymi na rysunku 6.3, aproksymowano funkcją analityczną (linie ciągłe) dla parametrów \bar{l} i β znalezionych zgodnie z powyższym schematem i zamieszczonych w tabeli 6.1.

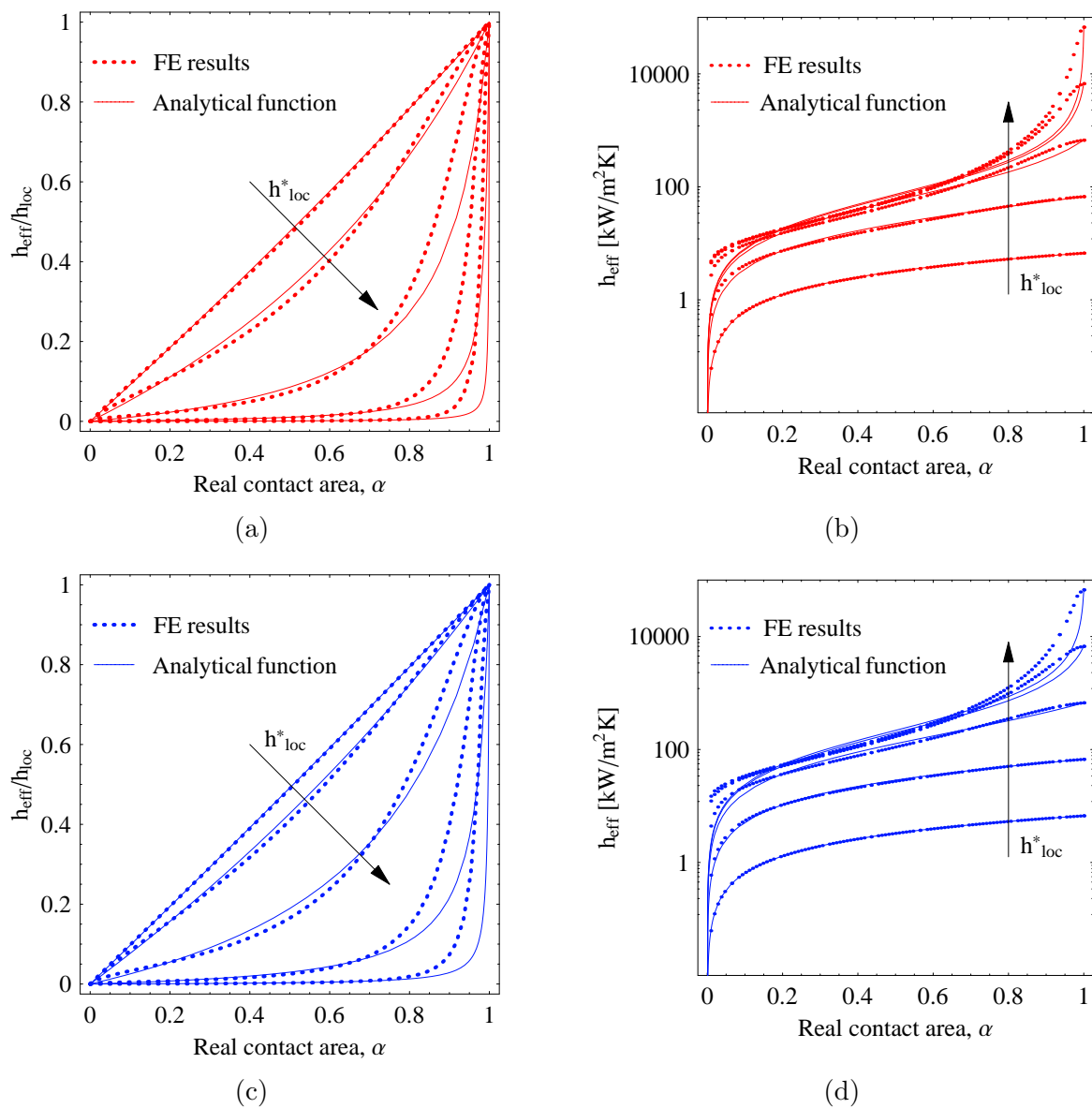
W analizowanym przykładzie teoretyczna długość charakterystyczna chropowatości z trzema nierównościami klinowymi jest trzy razy mniejsza od długości dla pojedynczej nierówności, $l^W = 3l^{3W}$. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że

$$l^W = 2.98 l^{3W}. \quad (6.5)$$

Zatem udało się stosunkowo dokładnie obliczyć stosunek długości charakterystycznych wybranych chropowatości. Co więcej, jak należało się spodziewać wartość parametru β w obu przypadkach jest równa z dokładnością 0.2%.

Tabela 6.1: Wartości parametrów wykorzystanych do aproksymacji obliczeń MES dla nierówności klinowych.

nierówność	\bar{l}	β	δ
pojedynczy klin	0.0999	0.986	0.078
potrójny klin	0.0335	0.984	0.065



Rysunek 6.3: Zmiana znormalizowanego efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła $\bar{h}_{\text{eff}} = h_{\text{eff}}/h_{\text{loc}}$ (a) i (c) oraz efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{eff} (b) i (d) w funkcji α dla pojedynczej (a) i (b) oraz potrójnej (c) i (d) nierówności klinowej dla $h_{\text{loc}}^* = 1$, $h_{\text{loc}}^* = 10$, $h_{\text{loc}}^* = 100$, $h_{\text{loc}}^* = 1000$ i $h_{\text{loc}}^* = 10000$.

Tabela 6.2: Parametry funkcji aproksymującej rozwiązanie MES dla analizowanych powierzchni.

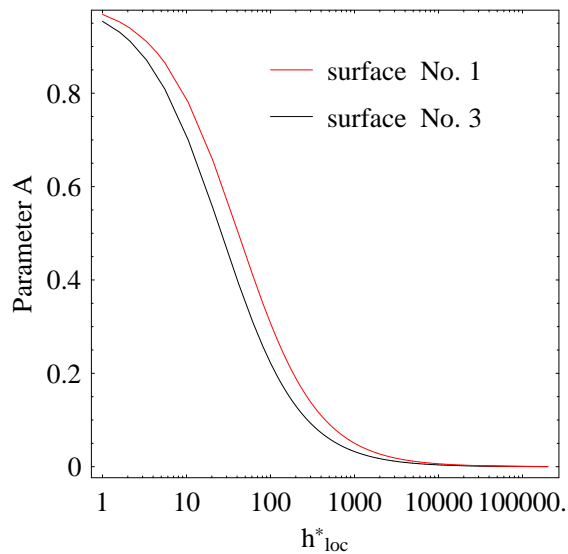
Nr	l [mm]	β	δ
1	0.039	0.923	0.066
2	0.021	0.927	0.072
3	0.062	0.931	0.067
4	0.133	0.952	0.099
5	0.051	0.927	0.062
6	0.034	0.905	0.045
7	0.042	0.921	0.070
8	0.048	0.914	0.026
9	0.014	0.910	0.063
10	0.036	0.918	0.050
11	0.051	0.910	0.051
12	0.013	0.940	0.069
13	0.042	0.925	0.073
14	0.119	0.955	0.089
15	0.102	0.929	0.082
16	0.033	0.927	0.084
17	0.032	0.907	0.077

Zauważmy, że dla dużych wartości współczynnika h_{loc}^* i rzeczywistej powierzchni kontaktu α bliskiej zera oraz bliskiej jedności zgodność wartości \bar{h}_{eff} wyznaczonych za pomocą MES i funkcji analitycznej nie jest zadowalająca. Średni błąd względny liczony ze wzoru (6.4) wyniósł 0.078 dla pojedynczej i 0.065 dla potrójnej nierówności klinowej.

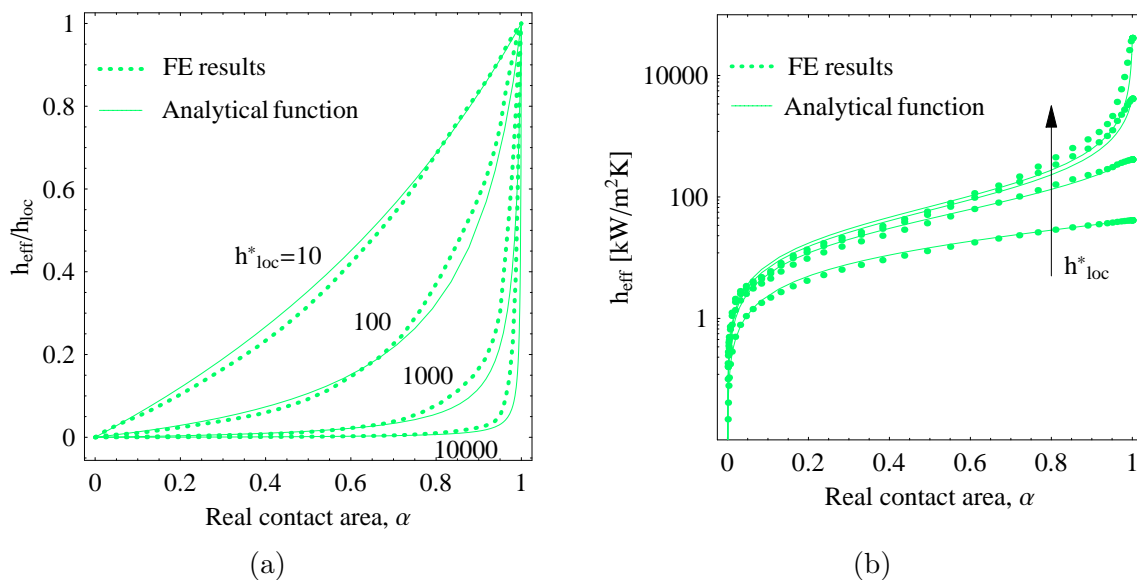
Rzeczywiste chropowatości Wykorzystując schemat postępowania przedstawiony powyżej wyznaczono długość charakterystyczną dla każdej powierzchni z tabeli 2.1. Uzyskane wyniki zebrane są w tabeli 6.2. Wartość parametru β zmienia się w wąskim zakresie od 0.905 do 0.955, przy czym w większości przypadków wartość β zmienia się w przedziale od 0.91 do 0.93. Zatem krzywe $A(\log h_{loc}^*)$ dla różnych chropowatości mają podobny charakter i są jedynie przesunięte względem siebie o wartość związaną ze stosunkiem długości charakterystycznych, co pokazano na rysunku 6.4 dla powierzchni nr 1 i 3.

Na rysunku 6.5 pokazano zmianę efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji α dla wybranych wartości h_{loc}^* dla przypadku najmniejszej zgodności (powierzchnia nr 4), a na rysunku 6.6 dla najlepszej zgodności (powierzchnia nr 8) wyników MES i funkcji analitycznej.

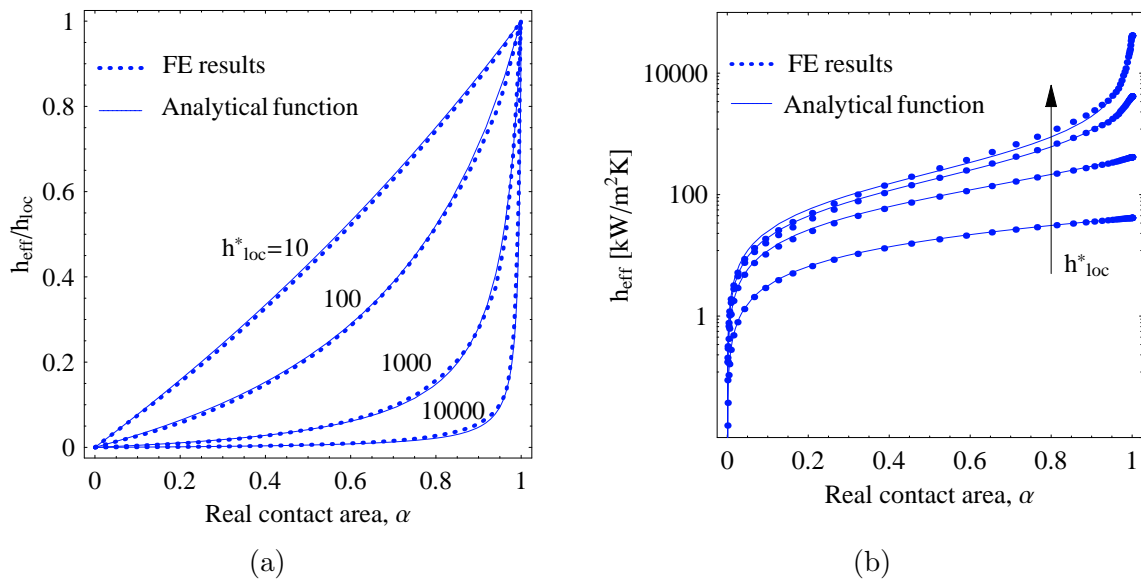
Ponieważ wartość parametru β różni się nieznacznie dla poszczególnych powierzchni, zaproponowana funkcja (4.14) z równaniem (6.2) ma charakter uniwersalny. Pozwala wyznaczyć efektywny współczynnik przewodzenia ciepła dla powierzchni chropowatej, jeśli znany jest tylko jeden parametr – długość charakterystyczna chropowatości, w całym zakresie zmian α i h_{loc}^* co potwierdzają wykresy na rysunkach 6.5 i 6.6. Zatem znając długość charakterystyczną powierzchni chropowatej można określić efektywne przewodzenie ciepła przez tę powierzchnię z wykorzystaniem zaproponowanej metody.



Rysunek 6.4: Zmiana parametru A funkcji (4.14) w zależności od h_{loc}^* dla powierzchni nr 1 i 3.



Rysunek 6.5: Efektywne przewodzenie ciepła dla powierzchni nr 4: (a) $\bar{h}_{eff} = h_{eff}/h_{loc}$ w funkcji α i (b) h_{eff} w funkcji α .



Rysunek 6.6: Efektywne przewodzenie ciepła dla powierzchni nr 8: (a) $\bar{h}_{\text{eff}} = h_{\text{eff}}/h_{\text{loc}}$ w funkcji α i (b) h_{eff} w funkcji α .

6.3. Korelacja pomiędzy długością charakterystyczną i parametrami chropowatości

Wyznaczenie długości charakterystycznej chropowatości zostało wykonane na podstawie obliczeń MES z wykorzystaniem funkcji aproksymującej model bazujący na wynikach obliczeń MES. W celu określenia efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła rozwiązywano za każdym razem mikroskopowy problem brzegowy ustalonego przepływu ciepła. Powstaje pytanie czy istnieje korelacja między długością charakterystyczną l , a znanymi parametrami chropowatości powierzchni.

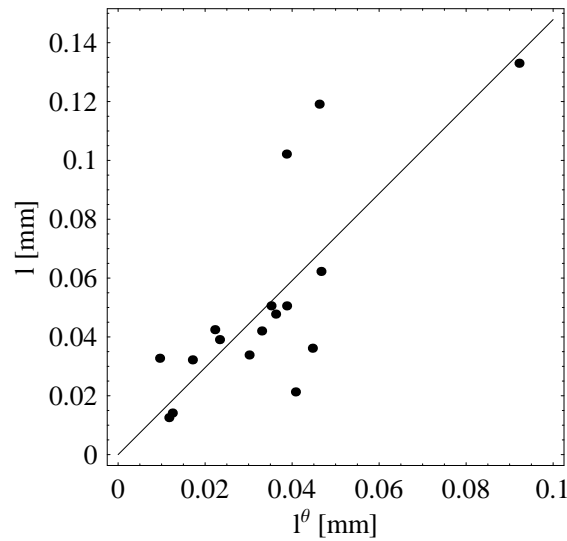
Znanych jest kilkadziesiąt parametrów, rozkładów i funkcji opisujących cechy profilu chropowatości (Nowicki [75]). W zagadnieniach przepływu ciepła istotnymi wydają się być te opisujące cechy wzłużne związane z rozkładem obszarów rzeczywistego styku. Długość charakterystyczną powierzchni można wyznaczyć np. wykorzystując parametry określające cechy wysokościowe powierzchni i kształt nierówności

$$l^\theta = S_q / \tan \theta. \quad (6.6)$$

Tego typu parametr jest powszechnie stosowany w modelach opisanych w rozdziale 3.4.2. Wykorzystując wartości kątów θ_1 i θ_2 , patrz tabela 2.1, wyznaczono dla każdej powierzchni średni kąt pochylenia nierówności

$$\theta = 0.5 (\theta_1 + \theta_2). \quad (6.7)$$

Na rysunku 6.7 pokazano zależność długości charakterystycznej, wyznaczonej w poprzednim rozdziale, l od długości l^θ . Dla każdej analizowanej powierzchni punkty odpowiadające wynikom obliczeń aproksymowano funkcją liniową. Jak widać długości l i l^θ wykazują pewną korelację, ale rozrzut jest bardzo duży. Może to częściowo wynikać z faktu, że wartość długości charakterystycznej l^θ jest mało wiarygodna ponieważ zależy od



Rysunek 6.7: Zależność długości charakterystycznej l od długości l^θ określonej równaniem (6.6). Każdy punkt odpowiada jednej chropowatości z tabeli 6.2.

średniego kąta pochylenia nierówności θ . Kąt ten zmienia się w znaczący sposób w zależności od przyjętej rozdzielczości pomiarowej (Majumdar i Tien [58]).

Wielkością niewrażliwą na częstotliwość próbkowania, a opisującą cechy wzdłużne profilu jest średni odstęp profilu chropowatości (Nowicki [75]). Jest on równy średniej wartości podziałki profilu mierzonej wzdłuż jego linii średniej. Wartości podziałek na dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach dla powierzchni chropowatych wykorzystanych w obliczeniach zamieszczono w tabeli 2.1. Podobnie jak w przypadku kąta pochylenia nierówności, dla każdej powierzchni wyznaczono wartość średnią podziałki

$$S_m = 0.5(S_{m1} + S_{m2}). \quad (6.8)$$

Na rysunku 6.8 pokazano zależność długości charakterystycznej l od średniej podziałki S_m . Zastępczą wartość podziałki wyznaczono również wykorzystując definicję średniej potęgowej drugiego rzędu, ale uzyskane wyniki dawały większy rozrzut obliczonych wartości l względem średniej. Linia ciągła na rysunku 6.8, aproksymująca zależność l od S_m , opisana jest równaniem

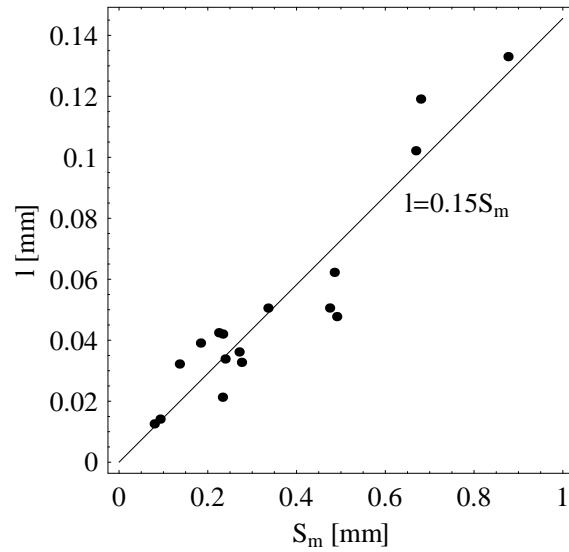
$$l = 0.15 S_m. \quad (6.9)$$

Wykorzystując powyższą zależność wraz z funkcją analityczną (4.14) i równaniem (6.2) można wprowadzić ogólny wzór na efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła w postaci

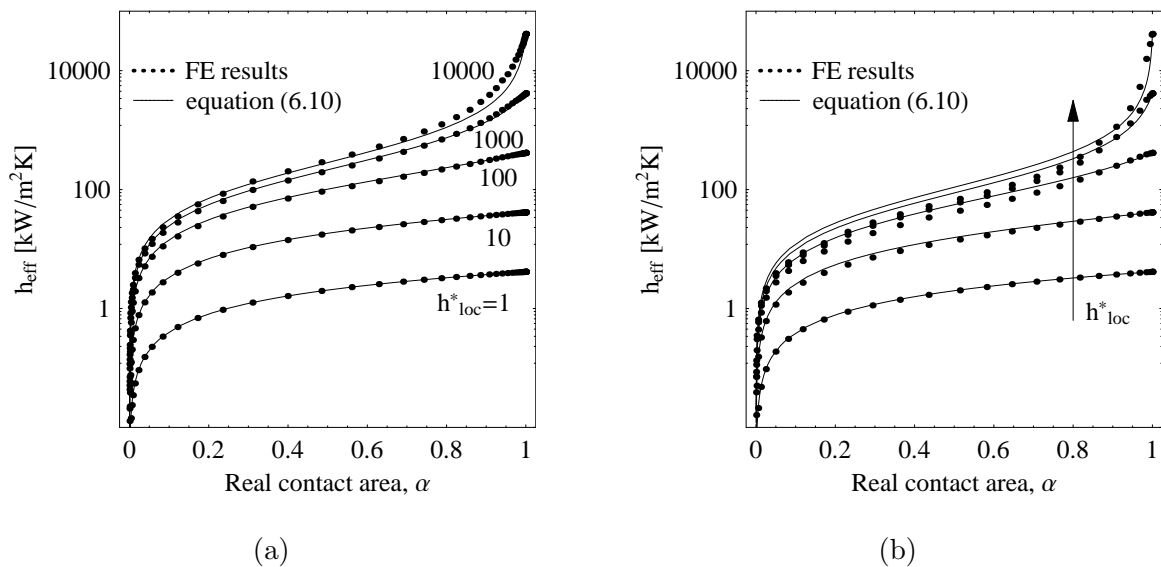
$$h_{\text{eff}} = \frac{h_{\text{loc}} \alpha}{1 + (1 - \alpha) (0.15 h_{\text{loc}} S_m / k_e)^{0.92}}. \quad (6.10)$$

Wartość wykładnika potęgi w mianowniku równania (6.10) odpowiada średniej arytmetycznej wartości parametru β dla analizowanych powierzchni, patrz tabela 6.2. Podjęto próbę powiązania współczynnika β ze skośnością powierzchni S_k , ale nie znaleziono żadnej korelacji.

Dla każdej z analizowanych powierzchni wyznaczono wartość efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji α i h_{loc} na podstawie zależności (6.10).



Rysunek 6.8: Zależność długości charakterystycznej l od średniej podziałki S_m .



Rysunek 6.9: Porównanie wartości współczynnika h_{eff} uzyskanych z obliczeń MES (punkty) i wyznaczonych z zależności (6.10) (linia ciągła) dla (a) powierzchni nr 6 i (b) powierzchni nr 14.

Na rysunku 6.9 przedstawiono przykładowe porównanie otrzymanych wyników z rozwiązaniem MES dla powierzchni nr 6 (najlepsza zgodność wyników) i powierzchni nr 14 (najgorsza zgodność wyników). Jak widać zaproponowana funkcja empiryczna (6.10) pozwala w zadowalający sposób wyznaczyć wartość efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła w całym zakresie zmian α i h_{loc}^* .

6.4. Podsumowanie

Zaobserwowano podobieństwo krzywych przedstawiających zmianę efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu dla różnych topografii powierzchni. Wyniki obliczeń MES aproksymowano funkcją analityczną dobierając wartości parametrów takie, aby uzyskać jak najlepszą zgodność. Różnice wartości parametru β dla poszczególnych powierzchni nie przekraczają 3%. Zatem funkcja analityczna opisująca zmiany \bar{h}_{eff} w funkcji α dla różnych h_{loc}^* ma charakter uniwersalny. Różnice pomiędzy analizowanymi powierzchniami związane są z drugim parametrem, skalującym wielkość h_{loc}^* . Przyjęto, że jest nim znormalizowana długość charakterystyczna powierzchni chropowatej w zagadnieniach przepływu ciepła, por. zależność (6.1), której wartość wyznaczono dla każdej powierzchni. Wielkość ta nie może być bezpośrednio utożsamiana z odległością pomiędzy nierównościami, co wynika z rozwiązania dla nierówności klinowych, gdzie $l \simeq 0.1L$. Dla modelowych nierówności w kształcie piramidy i odwróconej piramidy uzyskano inny stosunek, $l \simeq 0.17L$.

Wykonano próbę powiązania wielkości l ze znanymi parametrami chropowatości. Spośród kilku propozycji najlepsze rozwiązanie uzyskano dla średniej podziałki S_m . Na podstawie równania (6.9) przybliżającego zależność l od S_m zaproponowano empiryczną funkcję (6.10) opisującą współczynnik h_{eff} . Dzięki niej można w prosty sposób oszacować wartość efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{eff} dla ustalonej chropowatości scharakteryzowanej przez S_m i parametrów materiałowych ciał w kontakcie k_e w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu α oraz fenomenologicznego parametru modelu h_{loc} .

Rozdział 7

Eksperymenty z wykorzystaniem testu SRT

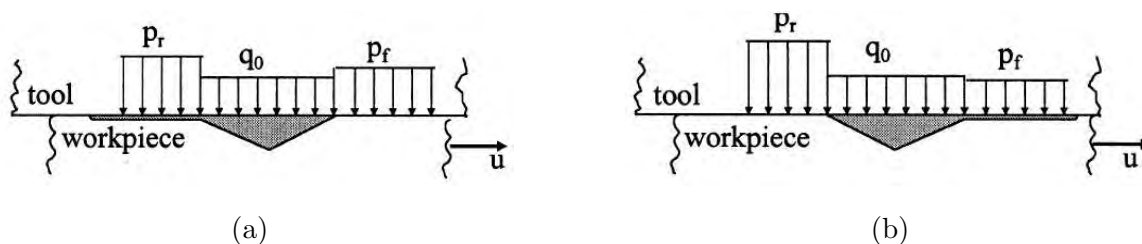
Opisano stanowisko pomiarowe, na którym sprawdzano efektywność smarowania podczas redukcji grubości blachy. Zaprezentowano przykładowe wyniki badań doświadczalnych przeprowadzonych w ramach projektu ENLUB, które dotyczyły m.in. sprawdzenia wpływu modyfikacji powierzchni próbek oraz pomiarów temperatury narzędzia w trakcie procesu przy zastosowaniu smaru polimerowego.

7.1. Smarowanie w przeróbce plastycznej

W procesach przeróbki plastycznej metali smarowanie stosuje się głównie w celu zapewnienia separacji pomiędzy narzędziem i obrabianym materiałem (Olsson [77]). Od warunków i efektywności smarowania w dużym stopniu zależy tarcie, jakość powierzchni, zużycie i cieplne obciążenia narzędzi oraz prawidłowy przebieg procesu. Wysokie wymagania stawiane smarom wynikają z warunków pracy, które charakteryzują się wysokimi ciśnieniami oraz dużym zakresem zmian temperatury. Sprzeczność niektórych wymagań¹ oraz zależność właściwości ośrodka smarnego od temperatury, ciśnienia, prędkości deformacji utrudniają dobór odpowiedniego smaru. Często stosuje się dodatki, które zmniejszają wpływ ciśnienia oraz temperatury na wartość lepkości oraz gęstości.

Ciepło generowane na skutek odkształceń plastycznych, w warstwie smaru pomiędzy ciałami oraz w wyniku tarcia głównie w sąsiedztwie obszarów rzeczywistego styku (Archard [5]), powoduje wzrost temperatury. Przerwanie filmu olejowego, związane z przerwaniem granicznej warstwy smaru w obszarach rzeczywistego styku, może nastąpić w wyniku osiągnięcia przez smar temperatury krytycznej (van der Heide i Schipper [103]). Przez granicę smarowania należy rozumieć moment, w którym film olejowy ulega przerwaniu, co prowadzi do bezpośredniego kontaktu narzędzia z materiałem obrabianym (Olsson [77]). W konsekwencji następuje przywieranie cząstek materiału do narzędzia (ang. *pick up*). Wówczas proces postępuje lawinowo i obserwuje się rysowanie powierzchni, a w zaawansowanym stanie procesu ich zacieranie (Schedin [89], Schedin i Lehtinen [90]). Uzyskany produkt nie nadaje się do dalszego użytku, a w najgorszym przypadku narzędzie ulega zniszczeniu i proces produkcyjny musi zostać zatrzymany.

¹Na przykład duża lepkość smaru zapewnia lepszą separację zapewniając grubszą warstwę filmu olejowego. To z kolei może powodować wzrost chropowatości produktu i w efekcie gorszą jakość powierzchni po obróbce.



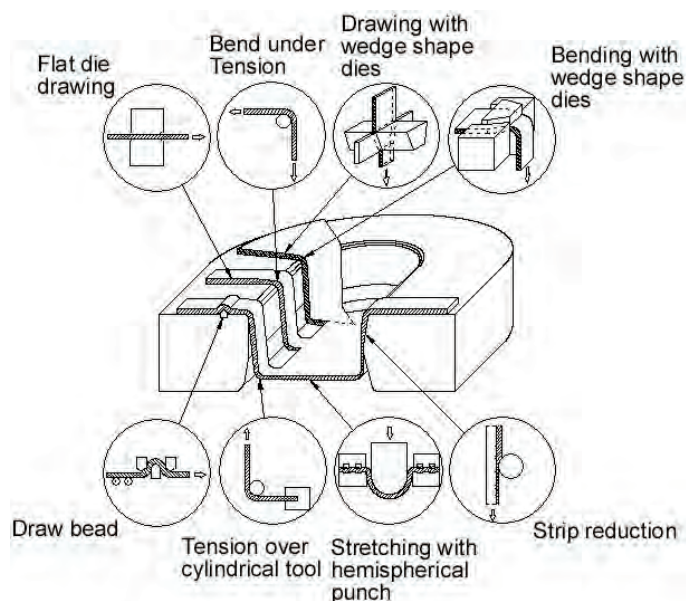
Rysunek 7.1: Mikroplastyczne mechanizmy smarowania: (a) hydrodynamiczny MPHDL i (b) hydrostatyczny MPHSL (Bech i in. [16]).

Ciśnienie kontaktowe oraz temperatura powierzchni wydają się być krytycznymi czynnikami decydującymi o przerwaniu filmu olejowego. Inne czynniki decydujące o jakości smarowania to prędkość poślizgu, lepkość smaru i topografia powierzchni. Zjawisko przerwania filmu olejowego jest istotne zwłaszcza w obróbce trudno formowalnych (ze względu na stosunkowo łatwe przyleganie cząstek materiału do narzędzia) materiałów jak stal nierdzewna czy aluminium (Olsson i in. [78]).

W zależności od mikrostruktury powierzchni, ciśnień kontaktowych oraz prędkości względnej ciał wyróżnia się trzy mechanizmy smarowania (Avitzur [6], Montmitonnet [68]). Pierwszy z nich to smarowanie hydrodynamiczne, w którym współpracujące powierzchnie oddzielone są całkowicie filmem olejowym, a obciążenie przenoszone jest przez ciśnienie w smarze. W przeróbce plastycznej może wystąpić jedynie dla małych nacisków i dużych prędkości względnych ciał. Gdy grubość warstwy filmu olejowego zmniejsza się i całkowita separacja dwóch powierzchni nie jest możliwa wówczas występuje smarowanie mieszane. Obciążenie jest przenoszone przez kontaktujące się nierówności oraz przez hydrostatyczne lub hydrodynamiczne ciśnienie smaru zgromadzonego w dolinach nierówności powierzchni. W warunkach wysokich nacisków kontaktowych powstaje graniczna warstwa smaru grubości kilku molekuł. Przyjmuje się, że jest to smarowanie graniczne, w którym bezpośredni kontakt narzędzia i obrabianego materiału zależy w dużym stopniu od reakcji chemicznych pomiędzy smarem, a powierzchnią metalu. W tym rodzaju smarowania właściwości makroskopowe smaru, np. lepkość, mają drugorzędne znaczenie. W celu zwiększenia efektywności smarowania granicznego stosuje się specjalne dodatki E.P. (ang. *extreme pressure*). Zwykle zawierają one fosfor, chlor i siarkę, dlatego też są szkodliwe dla otoczenia.

W przeróbce plastycznej warstwa wierzchnia oraz cały materiał deformują się plastycznie. Ma to bezpośredni wpływ na mechanizmy smarowania (Bech i in. [16]). W warunkach smarowania mieszanego może wystąpić mechanizm MPHDL (Micro Plasto HydroDynamic Lubrication; Lo i Wilson [56], Le i Sutcliffe [52]), rysunek 7.1(a). Na skutek plastycznej deformacji nierówności generuje się ciśnienie hydrostatyczne w smarze zgromadzonym w dolinach. Jest ono mniejsze od ciśnienia kontaktowego na sąsiednich szczytach nierówności w kontakcie. Jednak na skutek ruchu względnego, nabudowuje się ciśnienie hydrodynamiczne w mikropustkach wypełnionych smarem, takie że ciśnienie w smarze przewyższa ciśnienie kontaktowe w obszarach rzeczywistego styku i smar penetruje do sąsiednich obszarów. W przypadku gdy wartość ciśnienia hydrostatycznego smaru w dolinach przewyższa naciski kontaktowe na sąsiadujących nierównościach w kontakcie wówczas obserwuje się mechanizm MPHSL (Micro Plasto HydroStatic Lubrication), rysunek 7.1(b).

Smar zgromadzony w zagłębieniach będzie wypływał w kierunku zgodnym z ruchem dla MPHSL i przeciwnie do niego w przypadku MPHDL. W miejscu wypłynięcia smaru obserwuje się większą chropowatość powierzchni. O możliwości wystąpienia MPHDL lub

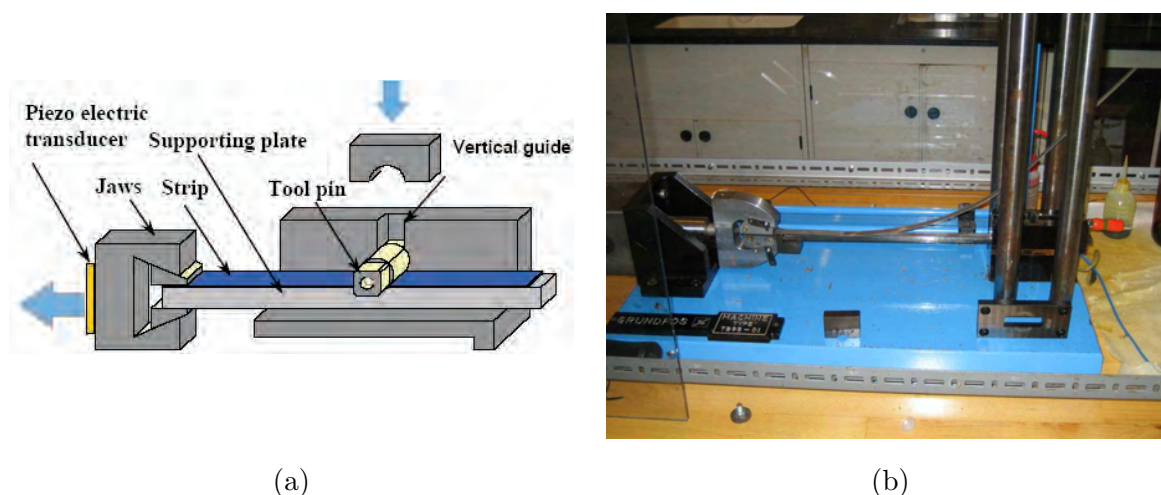


Rysunek 7.2: Przykłady testów laboratoryjnych dla tłoczenia blach (Olsson [77]).

MPHSL decydują lepkość, prędkość względna, geometria zagłębień powierzchni, tarcie oraz gradienty ciśnienia pomiędzy dolinami, a sąsiednimi spłaszczonymi wierzchołkami nierówności (Bay i in. [14]).

Zazwyczaj, po zakończonym procesie przeróbki plastycznej wykonane elementy muszą być oczyszczone ponieważ na ich powierzchni zalega smar. Jeśli smary płynne zawierają szkodliwe dla otoczenia dodatki (E.P.), zwiększające efektywność działania, ich używanie oraz utylizacja stwarza dodatkowe problemy. W związku z tymi wadami coraz częściej wykorzystywane są smary typu stałego. Wymagania jakie muszą spełniać to m.in. mała wytrzymałość na ścinanie oraz dobre przyleganie do powierzchni metalu. W przeróbce plastycznej wykorzystuje się warstwy metaliczne i polimerowe, których nie trzeba usuwać z obrobionych powierzchni. Niestety zakres ich stosowalności jest ograniczony i nie spełniają swojej funkcji np. w procesie wykrawania.

Moment wprowadzenia do produkcji nowych smarów poprzedzają dokładne i długotrwałe badania, których celem jest ocena ich funkcjonalności i przydatności do zastosowania w określonych procesach kształtowania blach. Głównym celem projektu ENLUB było opracowanie nowych smarów nie posiadających szkodliwego oddziaływania na środowisko, aby tam gdzie to możliwe zastąpić stosowane parafiny chlorowane. Aby można było wprowadzić je na linie produkcyjne należało sprawdzić ich efektywność. Wykonywane różnego rodzaju testy można w ogólności podzielić na dwie grupy (Olsson [77]). Do pierwszej z nich zalicza się te przeprowadzane na specjalnie zaprojektowanych stanowiskach laboratoryjnych. Główną ich zaletą jest to, że parametry procesu, takie jak ciśnienie kontaktowe, prędkość, temperatura początkowa, mogą być w łatwy sposób kontrolowane, a ich wpływ na warunki smarowania przebadany w dobrze zdefiniowanych warunkach. Możliwe jest wykonanie podstawowych studiów, natomiast ocena skomplikowanych procesów technologicznych wymaga przeprowadzenia szeregu różnych doświadczeń, co ilustruje przykład przedstawiony na rysunku 7.2. Testy należące do drugiej grupy odpowiadają konkretnemu procesowi technologicznemu. Służą ocenie jakości smarowania i bazują na urządzeniach wykorzystywanych na linii produkcyjnej. Znaczna liczba parametrów wejściowych procesu jest trudna do kontrolowania i uniemożliwia zbadanie ich indywidualnego wpływu.



Rysunek 7.3: Test SRT: (a) schemat (Olsson [77]) i (b) stanowisko pomiarowe.

Pomimo to pozwalają na ocenę zachowania smaru w danych warunkach, powtarzalnych w procesie produkcyjnym.

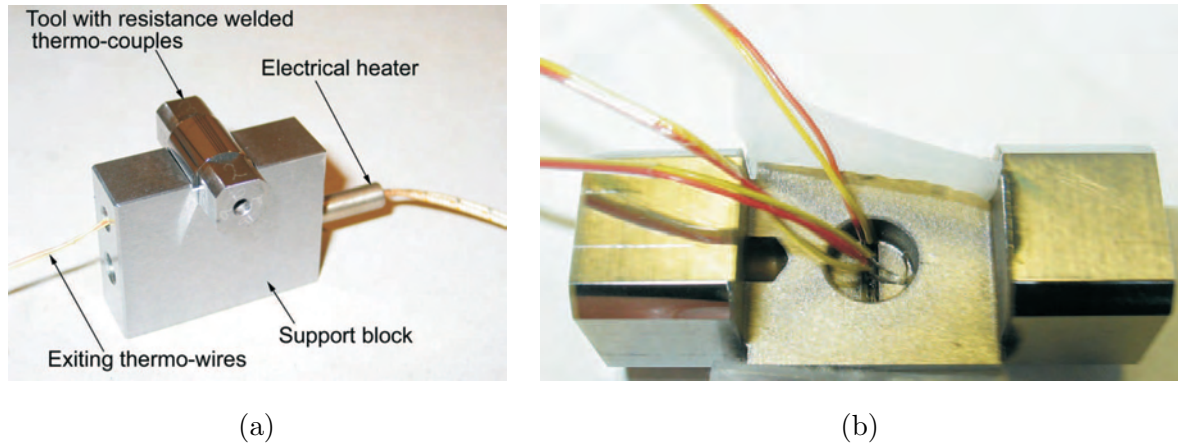
Poniżej opisano przykładowe wyniki testów redukcji grubości blachy zaprojektowanych w DTU, Lyngby, a uzyskanych przez autora w ramach projektu ENLUB. Wyniki dotyczące pomiarów temperatury zostały wykorzystane w części niniejszej pracy związanej z modelowaniem przepływu ciepła przez powierzchnie chropowate.

7.2. Stanowisko pomiarowe

Test redukcji grubości blachy (ang. *strip reduction test*), nazywany dalej testem SRT, został opracowany w DTU (Andreasen i in. [2]). Jest on dedykowany badaniu granic smarowania w procesach przeróbki plastycznej. Schemat testu oraz widok stanowiska pomiarowego pokazane są na rysunku 7.3.

Grubość blachy (ang. *strip*) zostaje zredukowana pomiędzy nieruchomym walcowym narzędziem (ang. *pin*), a płytą podstawy (ang. *supporting plate*). Próbkę, na których wykonywano badania to paski blachy o wymiarach $500 \times 15 \times 1$ mm. Schemat postępowania podczas wykonywania testów jest następujący. Narzędzie jest czyszczone w kąpeli ultradźwiękowej w nafcie w temperaturze $65\text{--}75^\circ\text{C}$. Paski blachy pokryte warstwą smaru umieszcza się na płycie podporowej blokując ich wzajemne przemieszczanie za pomocą szczęk, patrz rysunek 7.3(a). Następnie walcowe narzędzie dociska próbkę do płyty podstawy za pomocą siłownika, przez co uzyskuje się żadaną redukcję grubości blachy. W kolejnym kroku następuje przeciąganie blachy wraz z płytą podstawy ze stałą prędkością 80 mm/s. W efekcie pasek blachy zostaje pocieniony na długości około 300 mm. Podstawową wielkością wyjściową otrzymywaną za pomocą piezo-elektrycznego przetwornika jest wartość siły potrzebnej do przeciągnięcia paska. Na skutek przyspajania się cząstek blachy powierzchnia robocza narzędzia musi być każdorazowo szlifowana.

W opisany powyżej sposób można prowadzić testy różnych smarów dla różnych materiałów próbek badając ich przydatność w procesach przeróbki plastycznej – głównie na podstawie oceny jakości powierzchni blachy oraz przebiegu siły przeciągania (Andreasen i in. [2]). Zmianę warunków procesu można uzyskać zmieniając stopień redukcji grubości R oraz temperaturę początkową narzędzia T_r poprzez grzanie oporowe, patrz rysunek 7.4(a). Modyfikacje wprowadzone w konstrukcji narzędzia umożliwiają pomiar



Rysunek 7.4: Narzędzie do pomiaru temperatury w teście SRT: (a) zestaw i (b) narzędzie z zamontowanymi termoparami (Olsson [77]).

temperatury w czasie procesu, patrz rysunek 7.4(b).

7.3. Badanie granicy smarowania

W teście SRT granica smarowania wyznaczona jest przez długość przeciągania, dla której rozpoczyna się zacieranie powierzchni (Olsson i in. [78]). Przyjęto, że przerwanie filmu olejowego następuje w momencie przekroczenia przez smar temperatury krytycznej. Grubość warstwy filmu olejowego zmienia się wraz z temperaturą, od której zależy lepkość, ponieważ inne parametry (prędkość, ciśnienie kontaktowe) są ustalone w danych warunkach (Olsson i in. [78]).

Ze względu na złożoność zjawisk zachodzących w kontakcie narzędzia i blachy w teście SRT, brak jest kryterium wskazującego jednoznacznie moment przerwania filmu olejowego. Dlatego też oszacowanie granicy smarowania wykonuje się pośrednio na podstawie:

- zmian siły przeciągania w czasie procesu,
- pomiaru chropowatości powierzchni,
- wizualnej ocenie powierzchni próbek i narzędzia po zakończonym teście.

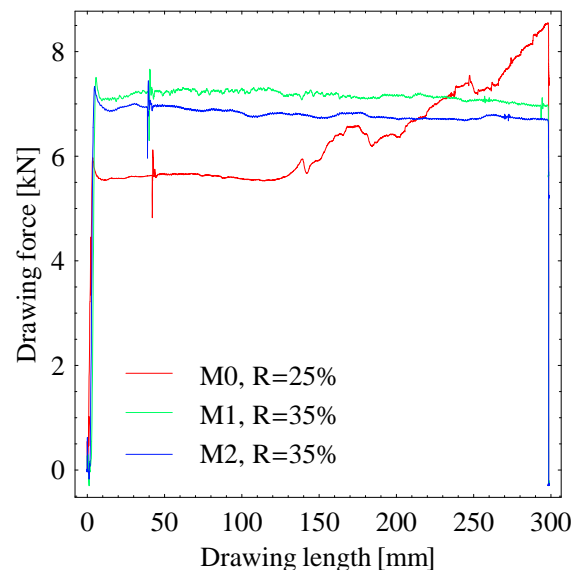
Poniżej omówiono pokrótce wyniki testów, w których uczestniczył autor niniejszej rozprawy. Dotyczyły one badania wpływu modyfikacji powierzchni blachy na moment przerwania filmu olejowego. Pełen opis wykonanych testów znajduje się w raporcie (Marciniszyn i Sadowski [61]).

7.3.1. Modyfikacja powierzchni blachy

Mechanizmy smarowania MPHDL i MPHSL zależą od geometrii dolin powierzchni chropowatej, w których zalega smar. Badano różne modyfikacje topografii powierzchni w celu poprawy warunków smarowania (Olsson [77]). Jedną z nich polegała na wykonaniu zagłębień kulka o średnicy 15 mm w regularnych odstępach co 2 mm, rysunek 7.5, na powierzchni próbek wykonanych ze stali nierdzewnej Wn.1.4401 (AISI 316). Próbki podzielono na dwie grupy: *M1* o głębokości wgłębienia równej 15 μm i *M2* o głębokości 20 μm .



Rysunek 7.5: Zmodyfikowana mechanicznie powierzchnia blachy.

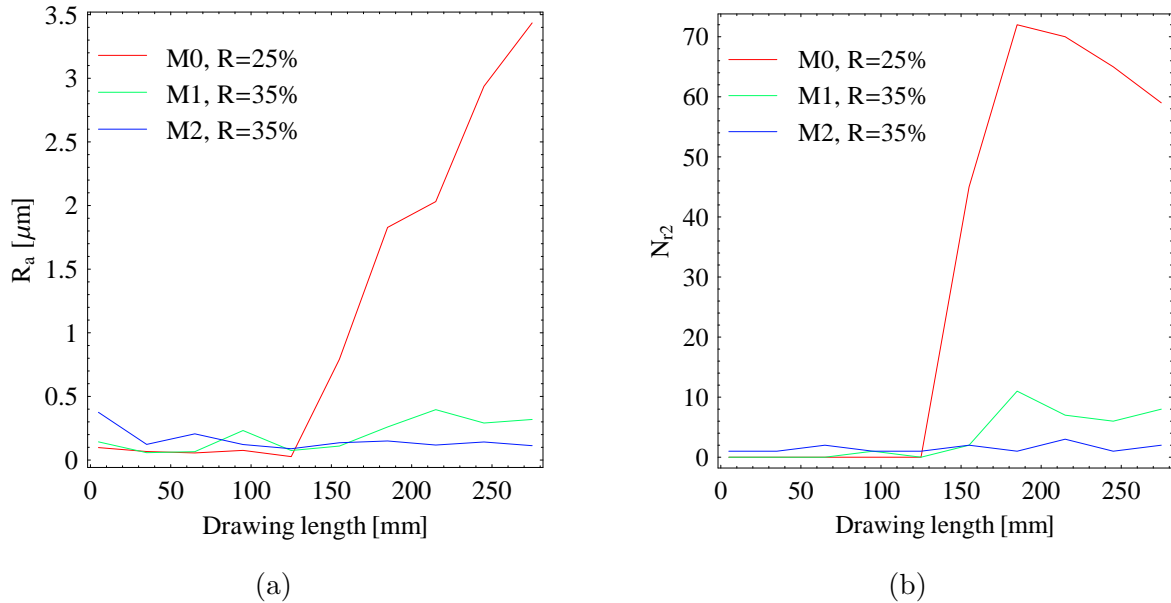
Rysunek 7.6: Zmiana siły przeciągania dla próbek ze zmodyfikowaną powierzchnią (*M1* i *M2*) oraz próbek bez zagłębień (*M0*).

Przyjęty rozkład oraz geometria wgłębień zostały opracowane w DTU (Olsson [77]). Jako ośrodek smarny został wykorzystany olej mineralny. Przykładowe wyniki pomiarów przedstawiono poniżej.

Na rysunku 7.6 pokazano zmianę siły przeciągania² w trakcie procesu dla próbek *M1* i *M2* przy redukcji grubości $R = 35\%$. Kolorem czerwonym zaznaczone są wyniki dla pasków *M0*, których powierzchnia nie była modyfikowana. W tym przypadku redukcja grubości blachy wynosiła $R = 25\%$. W przypadku próbki *M0* po około 1/3 długości przeciągania obserwuje się zmianę wartości siły, która zaczyna szybko narastać. Film olejowy uległ przerwaniu i na powierzchni blachy pojawiły się głębokie rysy. To zjawisko nie występuje dla próbek ze zmodyfikowaną powierzchnią pomimo znacznie większej redukcji grubości, tzn. $R = 35\%$. Wartość siły jest nieznacznie większa dla próbek z płytszymi zagłębieniami i pozostaje niemalże stała w czasie procesu. Prawdopodobnie większa ilość smaru wydostaje się z zagłębień, co powoduje zmniejszenie naprężeń stycznych w przypadku większych zagłębień.

O zmianie warunków kontaktowych w trakcie procesu można wnioskować ze zmiany siły przeciągania, a nie z samej jej wartości. Rejestrowana wartość zawiera dodatkowe siły wynikające z oporów w układzie. Płyta podstawy, na której spoczywa badana próbka

²Zaburzenie w przebiegu siły na początku procesu związane jest ze skokiem ciśnienia w instalacji i nie ma wpływu na wyniki.



Rysunek 7.7: Zmiana parametru (a) R_a i (b) N_{r2} w funkcji długości przeciągania.

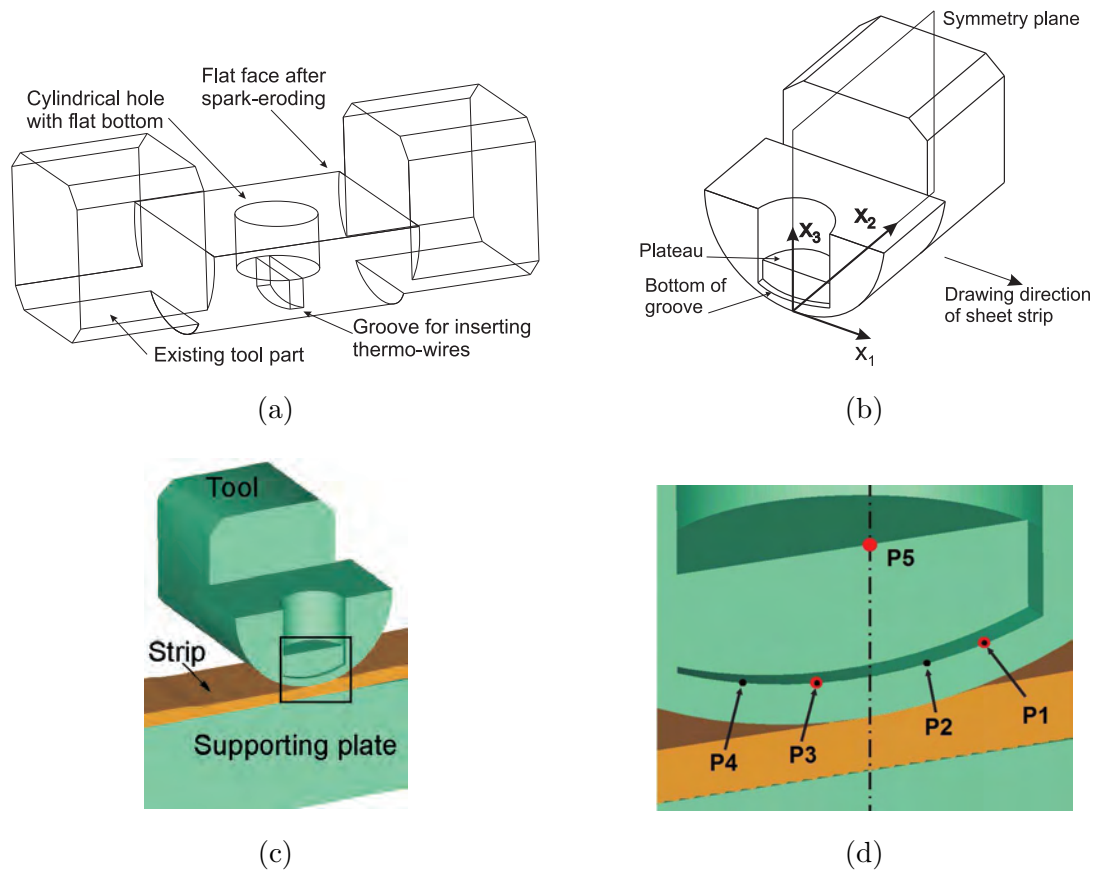
przesuwa się po podporze. Powstające naprężenie styczne w obszarze kontaktu pomiędzy płytą, a podporą stanowi wkład do całkowitej siły przeciągania. Aby zminimalizować wpływ tarcia w tym obszarze, podpora i podstawa były zawsze smarowane w ten sam sposób.

W oszacowaniu jakości smarowania pomocne są pomiary chropowatości powierzchni. Zgodnie z propozycją Andreasena i in. [3] zmierzono za pomocą profilometru chropowatość odkształconych pasków blachy prostopadle do kierunku przeciągania w odstępach co 30 mm. Zmiana średniego arytmetycznego odchylenie profilu (R_a) oraz liczba zarysowań głębszych niż $2 \mu\text{m}$ (N_{r2}) w funkcji długości przeciągania pokazana jest na rysunku 7.7. Pomiary te pozwalają w pośredni sposób określić miejsce przzerwania filmu olejowego jak również zweryfikować wyniki uzyskane na podstawie przebiegu siły potrzebnej do przeciągnięcia paska blachy. Podobnie jak w pomiarze siły wartość parametrów R_a i N_{r2} zaczyna gwałtownie wzrastać po około 120 mm przeciągania dla pasków bez zagłębienia $M0$. Różnice pojawiają się również pomiędzy wynikami dla pasków $M1$ i $M2$ czego nie dało się zauważyć na wykresie siły. Wartości parametrów chropowatości są nieznacznie większe dla próbek z płytszymi zagłębieniami po około 160 mm przeciągania (krzywe koloru zielonego na rysunku 7.7).

Metoda modyfikacji powierzchni blachy opracowana w DTU wpływa korzystnie na proces smarowania w teście SRT. Wykonane zagłębienia umożliwiają prowadzenie procesu dla większych redukcji grubości zapobiegając przzerwaniu filmu olejowego. Należy zauważyć, że utworzone zagłębienia znikają po deformacji i nie wpływają negatywnie na jakość powierzchni. Większe zagłębienia zapewniają lepszą jakość smarowania czego dowodzą pomiary profilometryczne. Wniosek ten nie wynika bezpośrednio z pomiaru siły.

Modyfikacja powierzchni pozwoliła na wykonanie redukcji grubości blachy rzędu 35% przy użyciu oleju mineralnego bez szkodliwych dodatków (E.P.). W przypadku braku zagłębienia dla tak dużej zmiany wielkości przekroju próbki ulegają przzerwaniu, por. rysunek 1.2(a).

Zaprezentowane powyżej wyniki ilustrują bardzo ważną rolę jaką w trybologii procesów odgrywa topografia powierzchni i mechanizmy smarowania w skali nierówności. Analiza



Rysunek 7.8: Schemat narzędzia przygotowanego do pomiaru temperatury w teście SRT: (a) szkic 3D, (b) położenie układu współrzędnych, (c) przekrój w płaszczyźnie symetrii i (d) rozmieszczenie punktów pomiarowych (Olsson [77]).

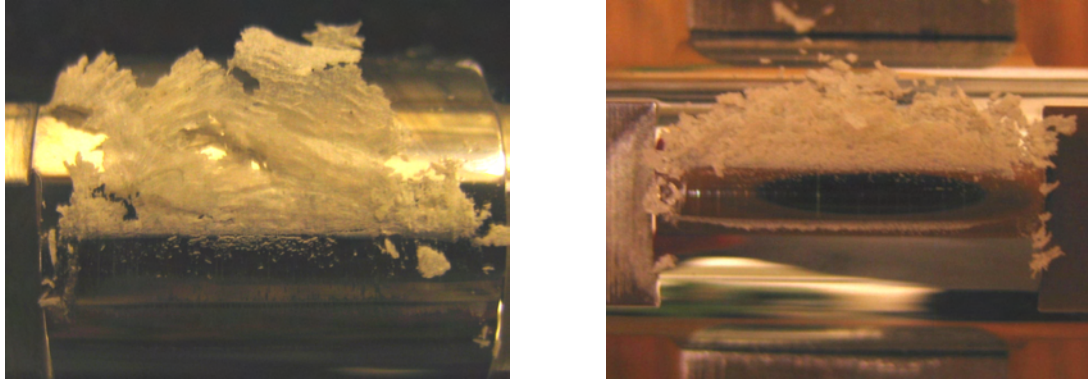
tych zjawisk wykracza poza zakres niniejszej rozprawy. Jednakże omawiane w pracy zagadnienia przepływu ciepła mają bezpośredni związek z rozkładem temperatury w elementach składowych procesu. Ta z kolei decyduje o lepkości smaru, efektywności dodatków oraz możliwościach powstania i skuteczności warstw granicznych smaru.

7.4. Pomiar temperatury

Prace związane z przystosowaniem testu SRT do pomiaru temperatury były prowadzone przez Olssona [77]. Należało zmodyfikować geometrię narzędzia w celu umieszczenia w jego wnętrzu termopar. Spośród kilku propozycji wybrano tę przedstawioną na rysunku 7.8(a). Narzędzie zostało wyposażone w trzy termopary. Dwie z nich umieszczono tuż przy powierzchni w specjalnie wykonanym rowku (około 1 mm od zewnętrznej powierzchni narzędzia), a trzecia została przyspawana powyżej rowka na dnie cylindrycznego otworu. Ich położenie zaznaczono czerwonymi punktami na rysunku 7.8(d). Rozkład termopar umieszczonych w wyłobieniu jest niesymetryczny względem osi x_3 . Dzięki temu można uzyskać dodatkowe dwa punkty pomiarowe poprzez obrót narzędzia przeciwnie do kierunku przeciągania. W efekcie pomiar temperatury jest możliwy w 4 punktach zaznaczonych czarnymi punktami na rysunku 7.8(d). Ich położenie w przyjętym układzie współrzędnych podano w tabeli 7.1. Termopara $P5$ umieszczona na dnie cylindrycznego otworu posłużyła do kontroli temperatury podczas wstępnego nagrzewania narzędzia.

Tabela 7.1: Położenie punktów pomiarowych.

punkt pomiarowy	<i>P1</i>	<i>P2</i>	<i>P3</i>	<i>P4</i>	<i>P5</i>
x_1 [mm]	2.07	1.09	-1.09	-2.07	0



(a)

(b)

Rysunek 7.9: Widok narzędzia z warstwą polimeru po wykonanym teście dla: (a) redukcji grubości $R = 30\%$ i temperatury początkowej narzędzia $T_r = 80^\circ\text{C}$ oraz (b) $R = 16\%$ i $T_r = 20^\circ\text{C}$.

Pojedynczy test przeprowadzony w celu zarejestrowania zmian temperatury narzędzia składał się z następujących etapów:

1. wstępne przeciągnięcie na długości około 20 mm przy redukcji grubości około 30% z użyciem standardowego narzędzia;
2. zamontowanie narzędzia do pomiaru temperatury;
3. nagrzanie narzędzia do zadanej temperatury w przypadku gdy temperatura początkowa T_r miała być większa od temperatury otoczenia;
4. przeciąganie blachy połączone z zapisem zmiany temperatury;
5. czyszczenie powierzchni narzędzia pastą diamentową (wielkość ziarna $6\ \mu\text{m}$ i $1\ \mu\text{m}$) w celu usunięcia resztek polimeru (patrz rysunek 7.9).

W ten sposób uzyskuje się temperaturę narzędzia w punktach *P1* i *P3*. Zmieniając położenie narzędzia względem kierunku przeciągania i powtarzając wyżej wymienione czynności na nowej próbce przy zachowaniu tych samych parametrów wejściowych (wartość redukcji grubości i temperatury początkowej narzędzia) otrzymuje się temperaturę w punktach *P4* i *P2*. Podczas każdego testu gromadzono również dane dotyczące przebiegu siły potrzebnej do przeciągnięcia paska blachy. Wstępne przeciągnięcie z 30% redukcją grubości pozwala uniknąć sytuacji, w której narzędzie do pomiaru temperatury, o mocno osłabionej konstrukcji, pracuje jak stempel.

Wykorzystany w badaniach polimer, smar typu suchego, został opracowany przez firmę Chemetall, jednego z uczestników projektu ENLUB. Zachowuje on swoje właściwości w warunkach wysokich temperatur i ciśnień kontaktowych. Posiada cechy typowych smarów, a więc zapewnia separację narzędzia i materiału obrabianego, kontrolę jakości powierzchni, tarcia oraz stabilności procesu, przy czym nie zawiera substancji szkodliwych.

Tabela 7.2: Charakterystyka próbek pokrytych polimerem.

Oznaczenie	Ilość smaru [g/m ²]	Ilość warstw	Dodatkowe informacje
<i>DL^c</i>	14	2	powierzchnia blachy starannie czyszczona acetonem; po nałożeniu pierwszej warstwy polimeru, suszenie na powietrzu, następnie nałożenie warstwy drugiej i ponowne wolne suszenie
<i>DL</i>	14	2	nakładanie polimeru w warunkach produkcyjnych – powierzchnia blachy nie była czyszczona, smar szybko suszony

Jest on napyłany na powierzchnię materiału, a to co wyróżnia go od standardowych smarów, jest brak reakcji z materiałem obrabianym lub narzędziem w trakcie procesu. Dzięki temu daje się on w łatwy sposób usunąć z obrabianych powierzchni. Znajduje on zastosowanie w procesach kształtowania blach ze stali nierdzewnej, stopów tytanu i stopów aluminium.

7.4.1. Przykładowe wyniki

Olsson [77] wykonał pomiary temperatury w teście SRT, w których do smarowania użył parafiny chlorowanej. Następnie wykorzystał je w uproszczonej analizie odwrotnej do wyznaczenia kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła.

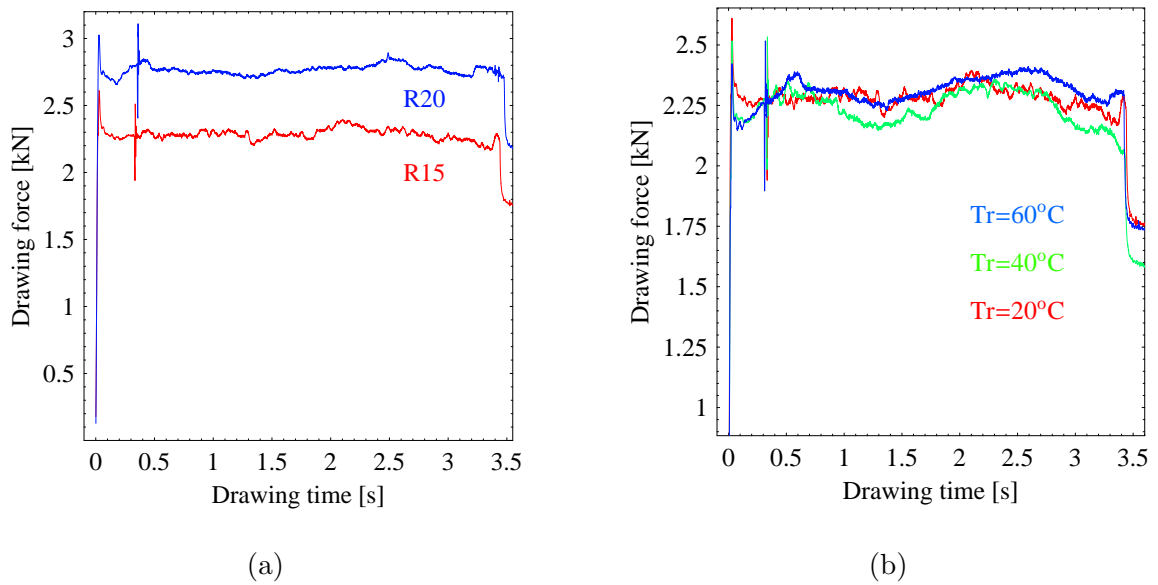
Pomiary temperatury dla pasków blachy pokrytych warstwą polimeru zostały wykonane przez autora niniejszej rozprawy w ramach projektu ENLUB. Próbkę do badań została przygotowana przez firmę Grundfos, kolejnego uczestnika projektu. Przykładowe wyniki uzyskane dla próbek *DL^c* (patrz tabela 7.2) przedstawiono w tej części rozprawy.

Wpływ redukcji grubości blachy na wartość siły przeciągania jest pokazany na rysunku 7.10(a). Podczas procesu nie obserwuje się gwałtownych zmian siły, które oznaczałyby zmianę warunków kontaktowych. Można zatem uznać, że smarowanie przebiegało prawidłowo. Wartość siły była odpowiednio większa dla zwiększonej zadanej redukcji. Temperatura początkowa narzędzia T_r nie ma wyraźnego wpływu na przebieg siły dla $R = 15\%$, co pokazane jest na rysunku 7.10(b).

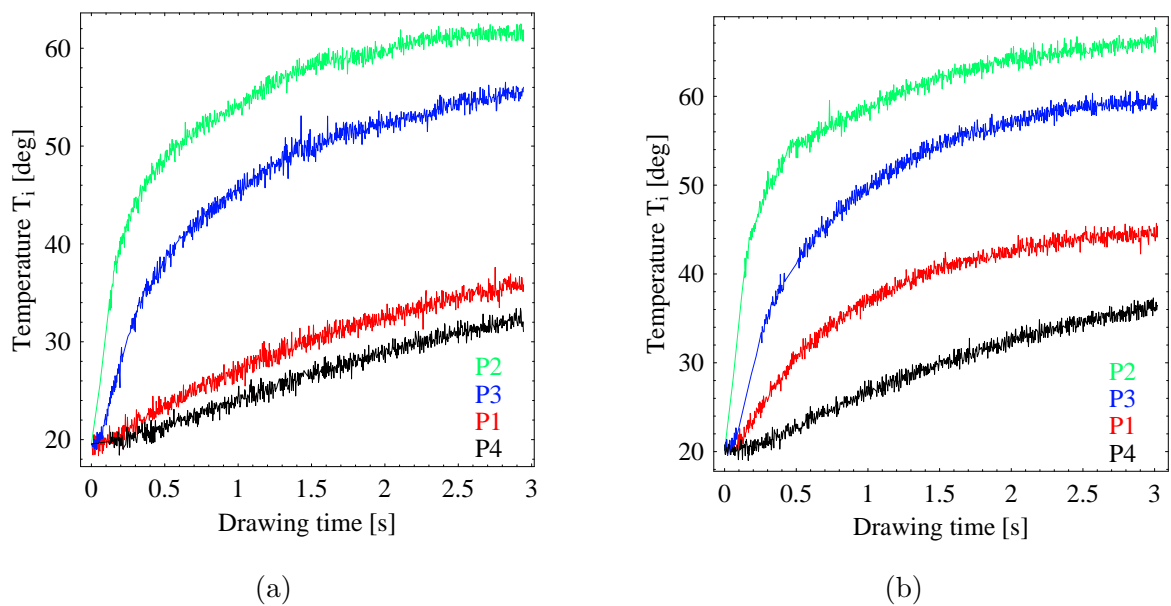
Istotne z punktu widzenia tematyki niniejszej rozprawy były pomiary zmian temperatury w trakcie procesu. Dla temperatury początkowej narzędzia $T_r = 20^\circ\text{C}$ i redukcji grubości odpowiednio $R = 15\%$ i $R = 20\%$ nagrzewanie się narzędzia podczas testu pokazano na rysunku 7.11. Temperatura punktów *P2* i *P3* znajdujących się najbliżej strefy kontaktu z paskiem narasta w krótkim czasie osiągając wartości znacznie większe od tych w punktach *P1* i *P4*. Wpływ redukcji grubości jest zauważalny i jej zwiększenie o 5% powoduje wzrost maksymalnej temperatury o około 5°C .

Zmiana temperatury narzędzia dla różnych wartości T_r przy stałej redukcji grubości blachy ($R = 15\%$) jest pokazana na rysunku 7.12. Wzrost temperatury, do której nagrzewane jest narzędzie przed rozpoczęciem przeciągania powoduje, że różnice temperatury pomiędzy punktami *P1* i *P4*, a *P2* i *P3* (patrz rysunek 7.12(b)) są mniejsze, por. rysunek 7.12(a).

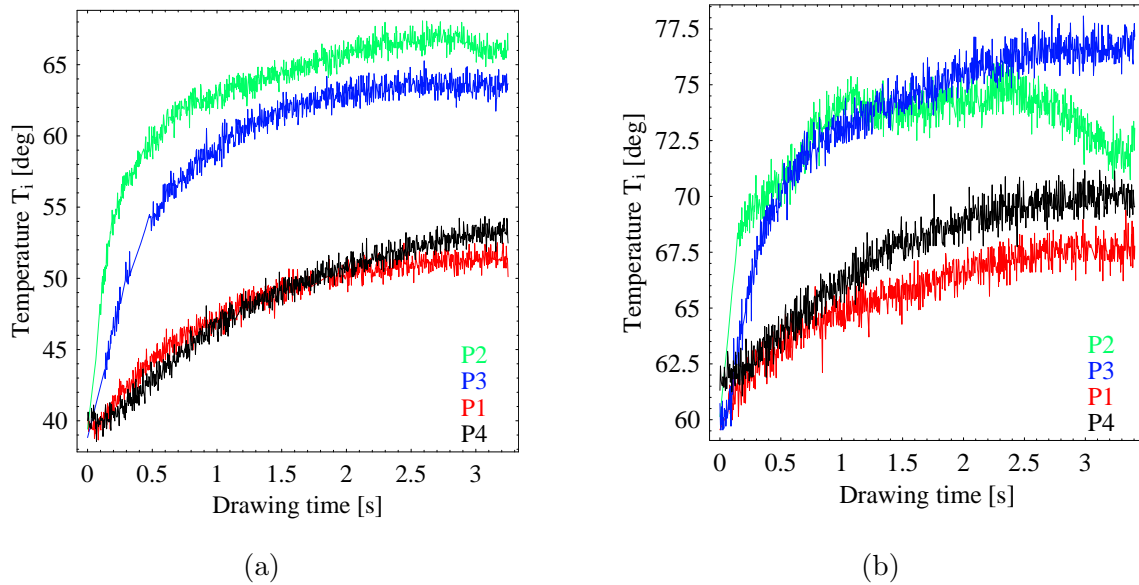
Na rysunku 7.13 pokazano dla każdego punktu pomiarowego zmianę temperatury podczas przeciągania w zależności od wstępnego nagrzania narzędzia. Wzrost wartości T_r po-



Rysunek 7.10: Zmiana siły przeciągania w trakcie procesu dla: (a) redukcji grubości $R = 15\%$ i $R = 20\%$ oraz temperatury początkowej $T_r = 20^\circ\text{C}$ i (b) $R = 15\%$ z temperaturą początkową narzędzia jako parametrem.



Rysunek 7.11: Zmiana temperatury w czterech punktach pomiarowych dla $T_r = 20^\circ\text{C}$ i redukcji grubości: (a) $R = 15\%$ i (b) $R = 20\%$.



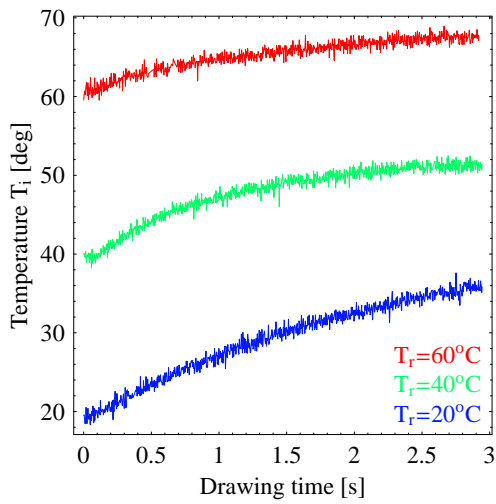
Rysunek 7.12: Zmiana temperatury narzędzia dla $R = 15\%$ oraz: (a) $T_r = 40^\circ\text{C}$ i (b) $T_r = 60^\circ\text{C}$.

Tabela 7.3: Porównanie maksymalnych temperatur w punktach pomiarowych dla parafin chlorowanych (Olsson [77]) i polimeru (próbki *DL*, patrz tabela 7.2).

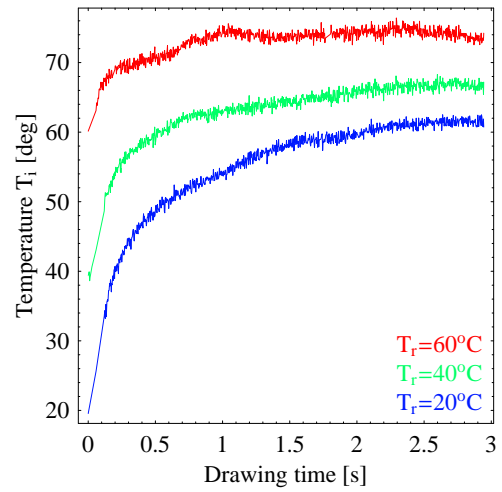
Parametry procesu	Punkt pomiarowy	T_{\max}	T_{\max}
		Olej – parafiny chlorowane	Polimer – <i>DL</i>
$R = 16\%$ $T_r = 20^\circ\text{C}$	<i>p1</i>	82°C	56°C
	<i>p4</i>	72°C	53°C
	<i>p5</i>	52°C	38°C
$R = 20\%$ $T_r = 20^\circ\text{C}$	<i>p1</i>	94°C	–
	<i>p4</i>	79°C	56°C
	<i>p5</i>	58°C	42°C

woduje zmniejszanie się różnicy pomiędzy wartością temperatury na początku i na końcu procesu w danym punkcie pomiarowym. W punktach położonych bliżej powierzchni blachy obserwuje się szybki wzrost temperatury w początkowej fazie testu, rysunek 7.13(b–c).

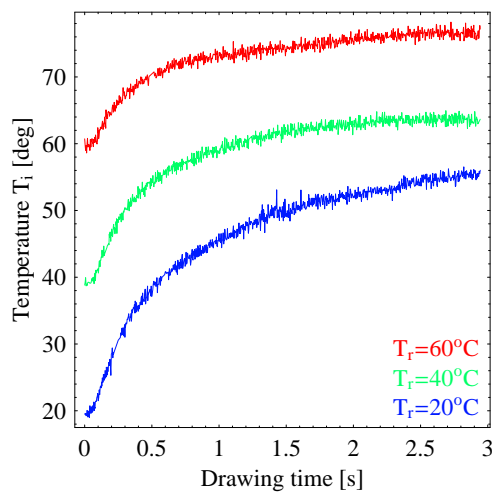
Olsson [77] zastosował w pomiarach narzędzia o innym rozmieszczeniu termopar. Próbkki były wykonane, podobnie jak w przypadku testów polimerów, ze stali nierdzewnej. Temperatura była mierzona w punktach *p1* ($x_1 = 1.32\text{ mm}$), *p4* ($x_1 = -1.32\text{ mm}$) i *p5* ($x_1 = 0$). Wykorzystując to samo narzędzie wykonano testy z użyciem smarów polimerowych. Na podstawie uzyskanych wyników porównano m.in. maksymalne temperatury w punktach pomiarowych. Dane te zestawiono w tabeli 7.3. Za każdym razem, gdy do smarowania wykorzystywany był polimer, narzędzie nagrzewało się do niższych temperatur. Smar typu stałego zapewnia mniejsze tarcie, a w związku z tym mniejszą ilość ciepła generowanego na skutek poślizgu, o czym świadczą wartości siły przeciągania. Dla $R = 15\%$ wartość siły potrzebnej do przeciągnięcia blachy wahała się w granicach 2.3 kN (patrz rysunek 7.10(a)), a dla oleju około 3.8 kN . Natomiast do zmniejszenia grubości blachy pokrytej polimerem o 20% trzeba było użyć siły o wartości około 2.8 kN , a gdy wykorzystywano olej – około 4.65 kN .



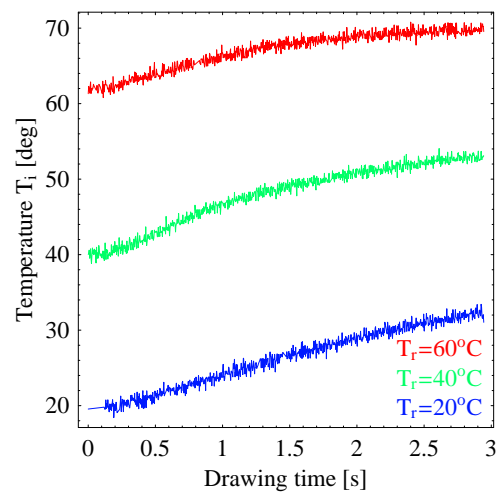
(a)



(b)



(c)



(d)

Rysunek 7.13: Porównanie zmiany temperatury w punktach pomiarowych dla różnych temperatur początkowych narzędzia: (a) punkt $P1$, (b) punkt $P2$, (c) punkt $P3$ i (d) punkt $P4$ ($R = 15\%$).

Rysunek 7.14: Widok fragmentu przykładowej próbki DL^c .

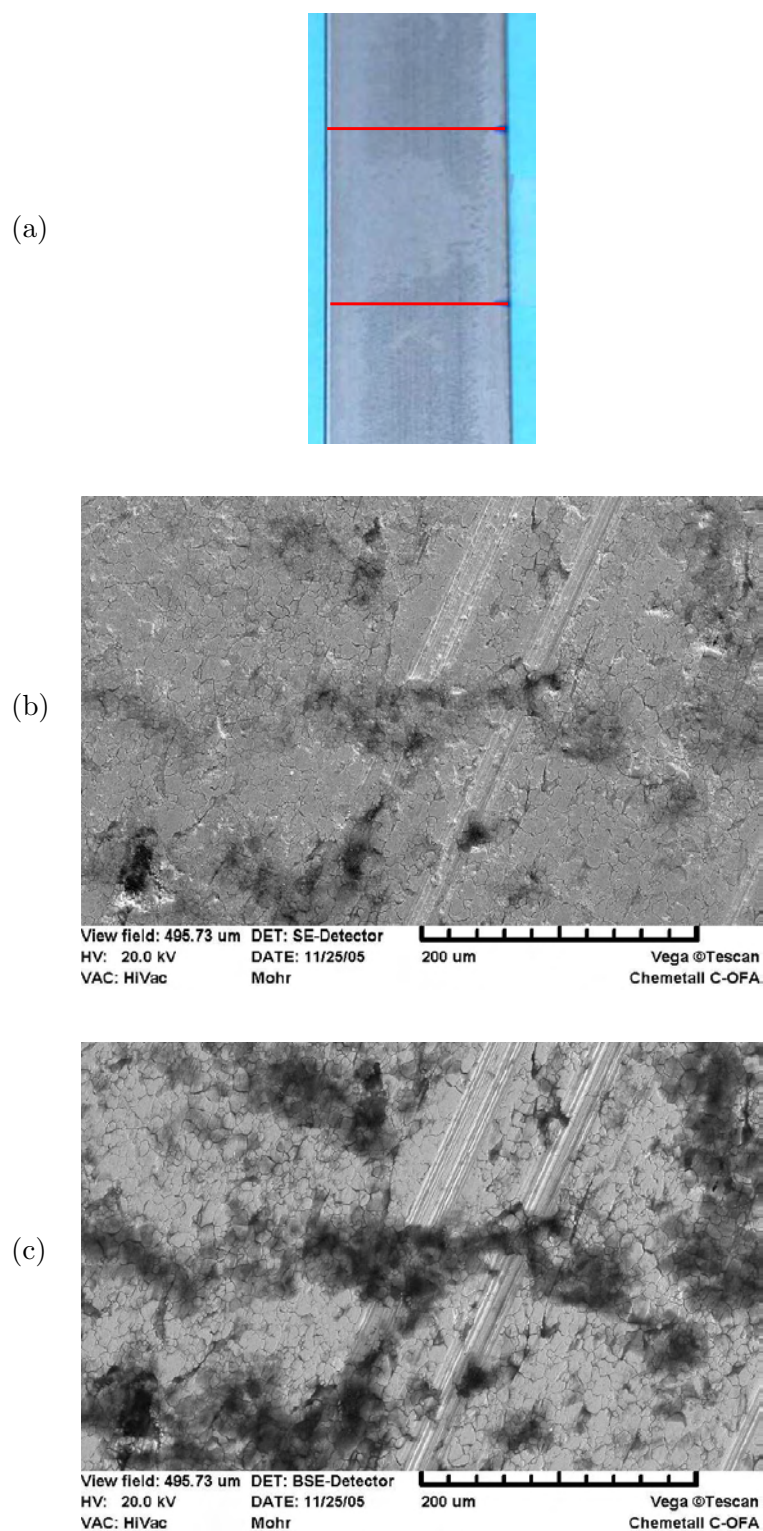
7.5. Wnioski końcowe

Potwierdzono eksperymentalnie korzyści wynikające z odpowiedniej modyfikacji powierzchni blachy. Z punktu widzenia modelowania przewodzenia ciepła przez powierzchnię kontaktową najważniejsze są wyniki pomiarów temperatury. Na ich podstawie przeprowadzono, opisaną w kolejnym rozdziale, próbę identyfikacji parametrów zaproponowanego modelu.

Wyniki pomiarów temperatury dla innych parametrów procesu (redukcja grubości i temperatura początkowa narzędzia) oraz próbek DL , jak również wyniki badań skuteczności działania wybranych olejów w teście SRT, są opisane w raporcie (Sadowski [86]). Porównując zmianę siły oraz temperatury w wybranych punktach pomiarowych dla pasków z grup DL^c i DL stwierdzono brak znaczących różnic. Inny wniosek nasuwa się po wizualnej analizie powierzchni blachy po zakończonym teście. Powierzchnia wszystkich pasków DL^c była idealnie gładka i lśniąca bez widocznych miejsc przzerwania warstwy polimeru, rysunek 7.14.

Dla pasków DL stwierdzono występowanie różnych defektów powierzchniowych, rysunek 7.15. Można zaliczyć do nich m.in. jasne obszary świadczące o nierównomiernej grubości warstwy polimerowej będącej wynikiem niekontrolowanego parowania wody i amoniaku, błyszczące obszary powierzchni blachy nie chronionej smarem, drobne zarysowania powierzchni (por. rysunek 7.15(a)). Zaobserwowane różnice pokazują wpływ sposobu przygotowania blachy do dalszej obróbki pomimo tego, że wielkości mierzone w testach (siła wzdłużna i temperatura) nie wskazywały na pogorszenie warunków współpracy narzędzia i blachy.

Po zakończonym teście SRT przeprowadzono obserwacje powierzchni blachy z wykorzystaniem skaningowego mikroskopu elektronowego (SEM). Zdjęcia SEM wykonała firma Chemetall w ramach projektu ENLUB. Ciemne pola na rysunku 7.15(c) oznaczają obszary zalegania polimeru. Jak widać po zakończonym procesie smar pozostaje w dolinach, co świadczy o osiągnięciu wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu mniejszej od jedności.



Rysunek 7.15: Próbkę z grupy *DL* dla parametrów procesu $R = 20\%$ i $T_r = 80^\circ\text{C}$: (a) fragment wybrany do pomiarów, (b) obraz ze skaningowego mikroskopu elektronowego i (c) obraz SEM z wykorzystaniem detektora elektronów wstecznie rozproszonych BSE.

Rozdział 8

Uproszczony model testu SRT

Przedstawiono uproszczony model testu SRT. Rozwiązano zagadnienie nieustalonego przepływu ciepła, w którym zastosowano dwuskalowy model przewodzenia ciepła. Wykorzystując pomiary temperatury w teście SRT podjęto próbę identyfikacji parametrów modelu.

8.1. Wprowadzenie

Podczas redukcji grubości blachy w teście SRT następuje generacja ciepła na skutek odkształceń plastycznych i tarcia, co powoduje zmianę temperatury wszystkich elementów składowych testu. Ponieważ właściwości materiałowe zależą od temperatury, cały proces przebiega w stanie nieustalonym.

Pełna analiza termomechaniczna jest kosztowna numerycznie ponieważ deformacji podlega odcinek paska o długości 300 mm, którego grubość wynosi ok. 1 mm. Ponadto strefa kontaktu (długości 1.5–2.5 mm), która zmienia swoje położenie wzdłuż długości deformowanego paska, wymaga drobnej dyskretyzacji.

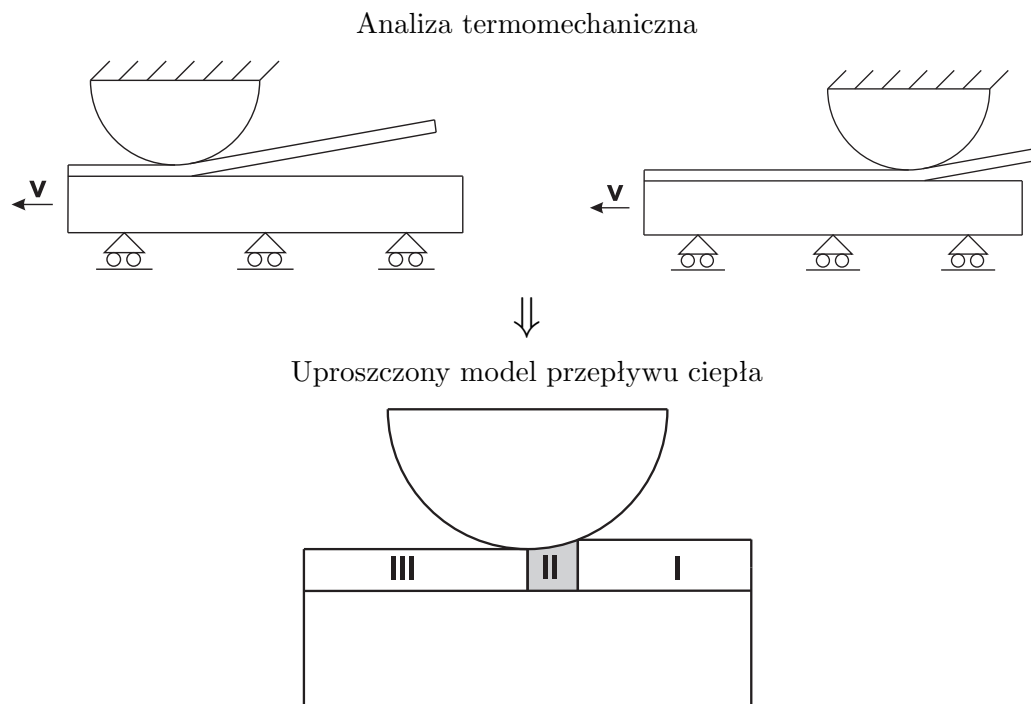
Należy zauważyć, że bez efektów cieplnych, czysto mechaniczne zagadnienie deformacji paska przebiegałoby w stanie ustalonym (w układzie odniesienia związanym z narzędziem). Zanedbując wpływ temperatury na właściwości mechaniczne paska oraz na tarcie można oszacować zmiany temperatury analizując uproszczone zagadnienie nieustalonego przepływu ciepła. Tego typu uproszczony model testu SRT opisano poniżej.

Dla zadanego pola prędkości odkształcenia w obszarze II, patrz rysunek 8.1, pomijając odkształcenia sprężyste, wyznacza się ilość generowanego ciepła na skutek odkształceń plastycznych. Wraz z ciepłem powstałym w wyniku tarcia jest ono przewodzone i unoszone konwekcyjnie z obszaru II paska blachy do obszaru III, narzędzia i płyty podstawy.

Do opisu przepływu ciepła pomiędzy blachą, a narzędziem i płytą podstawy wykorzystano zaproponowany w rozdziale 4 model przewodzenia ciepła przez powierzchnie chropowate. Przepływ ten jest scharakteryzowany efektywnym kontaktowym współczynnikiem przewodzenia ciepła. Jego wartość wyznacza się w oparciu o analizę w skali mikro dla wybranej powierzchni chropowatej. W tym celu można wykorzystać zaproponowaną w rozdziale 6 zależność (6.10).

Zaproponowany model stanowi znaczące uproszczenie zjawisk zachodzących w czasie testu SRT. Dzięki temu daje możliwość określenia temperatury w czasie procesu w stosunkowo prosty sposób. Co ważne, numeryczny koszt rozwiązania takiego zagadnienia jest o kilka rzędów wielkości mniejszy niż w przypadku pełnej analizy termomechanicznej.

Wstępna analiza redukcji grubości blachy została przeprowadzona dla uproszczonej



Rysunek 8.1: Uproszczony model testu SRT – schemat.

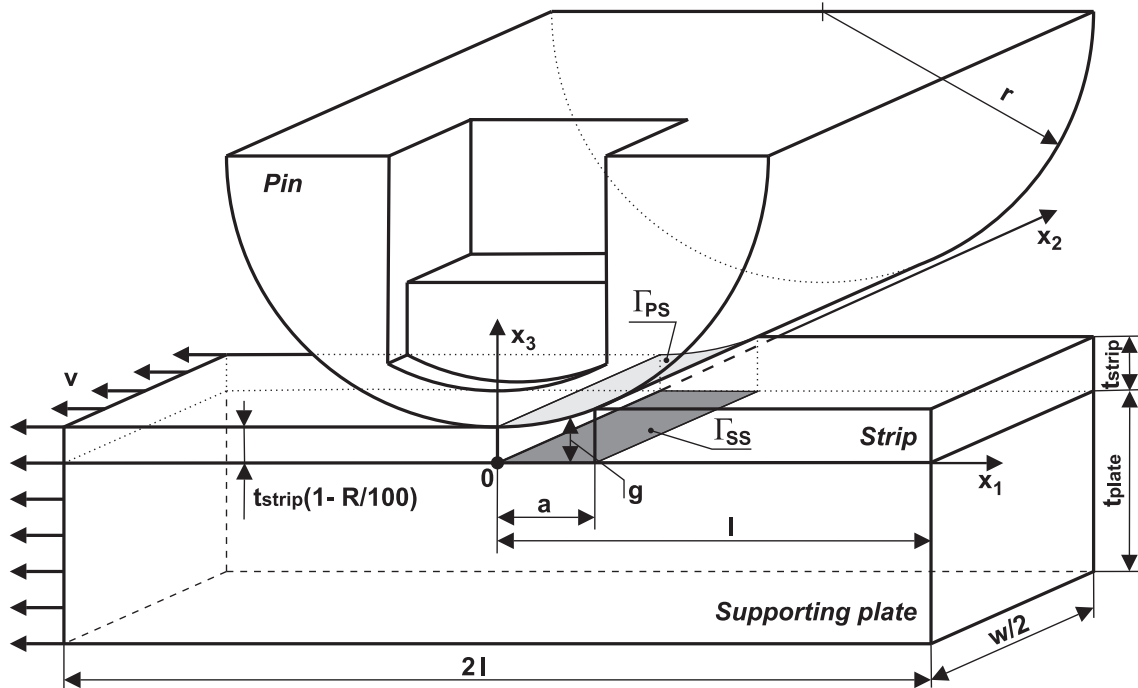
Tabela 8.1: Parametry materiałowe narzędzi i przedmiotu obrabianego.

Material	k [W/mK]	c_p [J/kgK]	ρ [kg/m ³]
Stal nierdzewna Wn.1.4401 (AISI 316)	13.4	468	$8.238 \cdot 10^3$
Stal ASP23 (AISI M3:2 PM)	24	420	$7.980 \cdot 10^3$

geometrii narzędzia z ograniczeniem do dwóch wymiarów. Uzyskane wyniki porównano z przewidywaniami modelu termomechanicznego dla początkowej fazy procesu.

8.2. Podstawowe zależności

Obliczenia nieustalonego przepływu ciepła (3D) zostały wykonane dla uproszczonej geometrii narzędzia, paska blachy i płyty podstawy pokazanych schematycznie na rysunku 8.2 (por. rysunek 7.4(b)). Podstawowe wymiary geometryczne rozpatrywanego zadania są następujące: promień narzędzia $r = 15$ mm, grubość paska blachy $t_{\text{strip}} = 1$ mm, szerokość paska blachy $w = 15$ mm, grubość podstawy $t_{\text{plate}} = 10 t_{\text{strip}}$ i analizowana długość paska blachy $2l = 20 t_{\text{strip}}$. Walcowe w części roboczej narzędzie oraz płyta podstawy zostały wykonane ze stali ASP23, a próbki ze stali nierdzewnej pokrytej warstwą polimeru, patrz tabela 8.1.



Rysunek 8.2: Schemat testu SRT dla obliczeń cieplnych.

Pole prędkości Ustalonymi parametrami procesu w teście SRT są prędkość przeciągania¹ $v = 80$ mm/s oraz redukcja grubości blachy R wyrażona w procentach. Od tych parametrów zależy pole prędkości wszystkich elementów układu. Prędkość unoszenia w każdym punkcie narzędzia równa się zero ponieważ jest ono nieruchome (analiza prowadzona jest w układzie współrzędnych związanym z nieruchomym narzędziem). Pasek blachy podzielono na trzy obszary, patrz rysunek 8.1. W przyjętym układzie współrzędnych na rysunku 8.2 tylko jedna składowa wektora prędkości w obszarze I paska jest niezerowa i wynosi

$$v_1 = -(1 - R/100)v. \quad (8.1)$$

W obszarze II przyjęto następujące pole prędkości spełniające warunek nieściśliwości

$$\begin{aligned} v_1 &= -\frac{t_{\text{strip}}(1 - R/100)}{g} v, \\ v_2 &= 0, \\ v_3 &= -\frac{t_{\text{strip}}(1 - R/100)x_1x_3}{g^2\sqrt{r^2 - x_1^2}} v, \end{aligned} \quad (8.2)$$

gdzie

$$g = t_{\text{strip}}(1 - R/100) + r - \sqrt{r^2 - x_1^2}. \quad (8.3)$$

W obszarze III blachy pole prędkości jest jednorodne, tzn.

$$v_1 = -v, \quad (8.4)$$

a pozostałe składowe są równe zero. Rozkład prędkości w płycie podstawy przyjęto taki sam jak w obszarze III blachy.

¹Prędkość przemieszczania się blachy wraz z płytą podstawy.

Źródła ciepła Ciepło generowane na skutek odkształceń plastycznych wywołanych redukcją grubości blachy jest przewodzone i unoszone konwekcyjnie w blasze oraz przepływa do elementów, z którymi blacha pozostaje w kontakcie, tj. do narzędzia i płyty podstawy. Założono, że strefa odkształceń plastycznych obejmuje tylko obszar II paska blachy, patrz rysunek 8.1. Jego wielkość, patrz rysunek 8.2, zależy od stopnia redukcji grubości

$$a = \sqrt{r^2 - (r - t_{\text{strip}} R/100)^2}. \quad (8.5)$$

Energia dyssypowana na skutek odkształceń plastycznych jest w większości zamieniana na ciepło. Źródło ciepła – ostatni człon równania (3.3) – ma postać

$$\mathcal{Q} = \chi d_{\text{II}} \sigma_y, \quad (8.6)$$

gdzie założona wartość parametru $\chi = 0.9$. Granica plastyczności materiału blachy σ_y zmienia się pod wpływem umocnienia zgodnie z modelem

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + K_f \varepsilon(x_1) + (Y_{\text{inf}} - \sigma_{y0})(1 - \exp(-\delta \varepsilon(x_1))), \quad (8.7)$$

gdzie $\sigma_{y0} = 330$ MPa, $K_f = 368.3$, $Y_{\text{inf}} = 1092$ MPa i $\delta = 2.71$. Skumulowane odkształcenie plastyczne, które wynika ze zmniejszania się grubości blachy, zależy tylko od współrzędnej x_1 i jest równe

$$\varepsilon(x_1) = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{g}{t_{\text{strip}}}. \quad (8.8)$$

Efektywna prędkość odkształceń plastycznych d_{II} została wyznaczona na podstawie zadanego pola prędkości

$$d_{\text{II}} = \frac{2}{\sqrt{3}} d_{11}, \quad (8.9)$$

gdzie zgodnie z warunkiem nieściśliwości

$$d_{11} = -d_{33} = \frac{t_{\text{strip}} (1 - R/100) x_1}{g^2 \sqrt{r^2 - x_1^2}} v. \quad (8.10)$$

W obszarze kontaktu pomiędzy blachą, a narzędziem i płytą podstawy generuje się ciepło w wyniku tarcia wywołanego poślizgiem. Do opisu naprężeń stycznych wykorzystano model Wanheima i in. [106] (patrz rozdział 2.3.2)

$$p_T = mk\alpha,$$

gdzie m jest lokalnym czynnikiem tarcia, $k = \sigma_{y0}/\sqrt{3}$ granicą plastyczności przy czystym ścinaniu, a α oznacza wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu. Strumień ciepła wywołany tarcie jest opisany zależnością

$$q_f = p_T v_s, \quad (8.11)$$

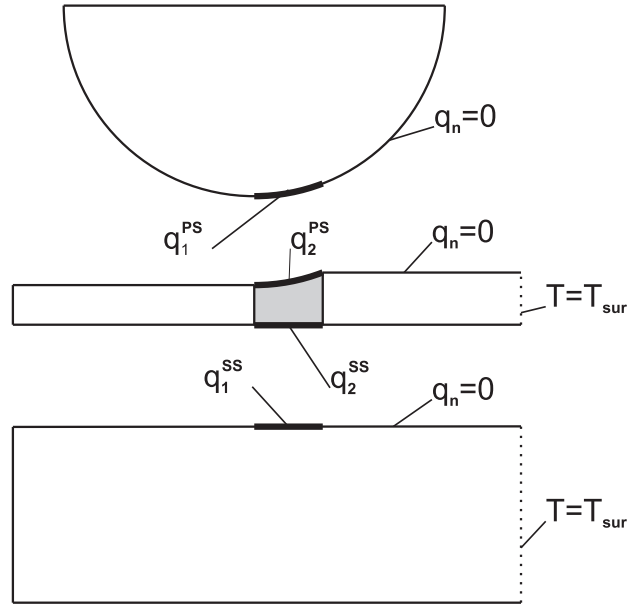
gdzie v_s oznacza prędkość poślizgu. Przyjęto, że kontakt narzędzia z blachą występuje jedynie w obszarze II. Prędkość poślizgu w tym przypadku wynosi

$$v_s = v_s^{\text{PS}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}, \quad (8.12)$$

gdzie składowe v_i opisane są równaniami (8.2) dla $x_3 = g$. Pasek blachy w czasie przeciągania położony jest na płycie podstawy jednak przyjęto, że generacja ciepła zachodzi tylko w strefie kontaktu odpowiadającej obszarowi II. Prędkość względna blachy i płyty podstawy wynosi

$$v_s = v_s^{\text{SS}} = v - \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}, \quad (8.13)$$

gdzie składowe v_i podobnie jak poprzednio wyznacza się z równań (8.2), z tym że dla $x_3 = 0$.



Rysunek 8.3: Schemat przyjętych warunków brzegowych dla obliczeń nieustalonego przepływu ciepła w teście SRT.

Warunki początkowo-brzegowe W chwili początkowej proces rozkład temperatury w próbce i płycie podstawy jest jednorodny i równy temperaturze otoczenia. Część doświadczeń była prowadzona przy użyciu podgrzanego narzędzia, dlatego jego temperatura początkowa mogła być zmieniana i wynosiła

$$T_0^{\text{pin}} = T_r, \quad (8.14)$$

gdzie T_r oznacza temperaturę narzędzia, przy której rozpoczęto test.

Warunki brzegowe przyjęte w obliczeniach nieustalonego przepływu ciepła w teście SRT zaznaczono schematycznie na rysunku 8.3. Na powierzchni $x_1 = l$ (linia kropkowa na rysunku 8.3) założono warunek Dirichleta, tzn.

$$T^{\text{strip}} = T^{\text{plate}} = T_{\text{sur}}, \quad (8.15)$$

gdzie T_{sur} oznacza temperaturę otoczenia. Na wszystkich powierzchniach oznaczonych cienką ciągłą linią założono brak wymiany ciepła z otoczeniem i przyjęto warunek brzegowy drugiego rodzaju,

$$q_n = 0. \quad (8.16)$$

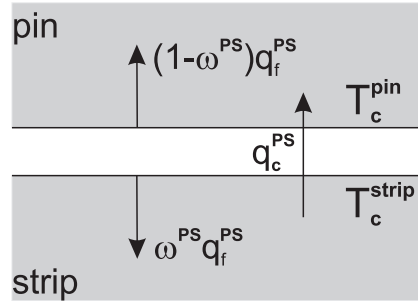
Makroskopowe strumienie ciepła w obszarze kontaktu narzędzia i blachy pokazane schematycznie na rysunku 8.4 wynoszą

$$q_1^{\text{PS}} = q_c^{\text{PS}} + (1 - \omega^{\text{PS}}) q_f^{\text{PS}}, \quad (8.17)$$

$$q_2^{\text{PS}} = q_c^{\text{PS}} - \omega^{\text{PS}} q_f^{\text{PS}}, \quad (8.18)$$

gdzie

$$q_c^{\text{PS}} = h_{\text{eff}} (T_c^{\text{strip}} - T_c^{\text{pin}}),$$



Rysunek 8.4: Strumienie ciepła w obszarze kontaktu pomiędzy narzędziem, a blachą.

h_{eff} oznacza makroskopowy kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła wyznaczony z analizy w skali mikro, a $\omega^{\text{PS}} = k_{\text{strip}} / (k_{\text{strip}} + k_{\text{pin}})$ jest współczynnikiem rozdziału ciepła generowanego na skutek tarcia. Przyjęto, że przepływ ciepła pomiędzy blachą i płytą podstawy występuje jedynie na powierzchni Γ_{SS} , patrz rysunek 8.2. Tylko w tym miejscu narzędzie dociska blachę do płyty. Brak nacisków kontaktowych na pozostałej powierzchni sprawia, że rzeczywista powierzchnia kontaktu jest mała, co z kolei silnie utrudnia przepływ ciepła pomiędzy ciałami. Makroskopowe strumienie ciepła w obszarze kontaktu blachy i płyty podstawy wynoszą

$$q_1^{\text{SS}} = q_c^{\text{SS}} + (1 - \omega^{\text{SS}}) q_f^{\text{SS}}, \quad (8.19)$$

$$q_2^{\text{SS}} = q_c^{\text{SS}} - \omega^{\text{SS}} q_f^{\text{SS}}, \quad (8.20)$$

gdzie

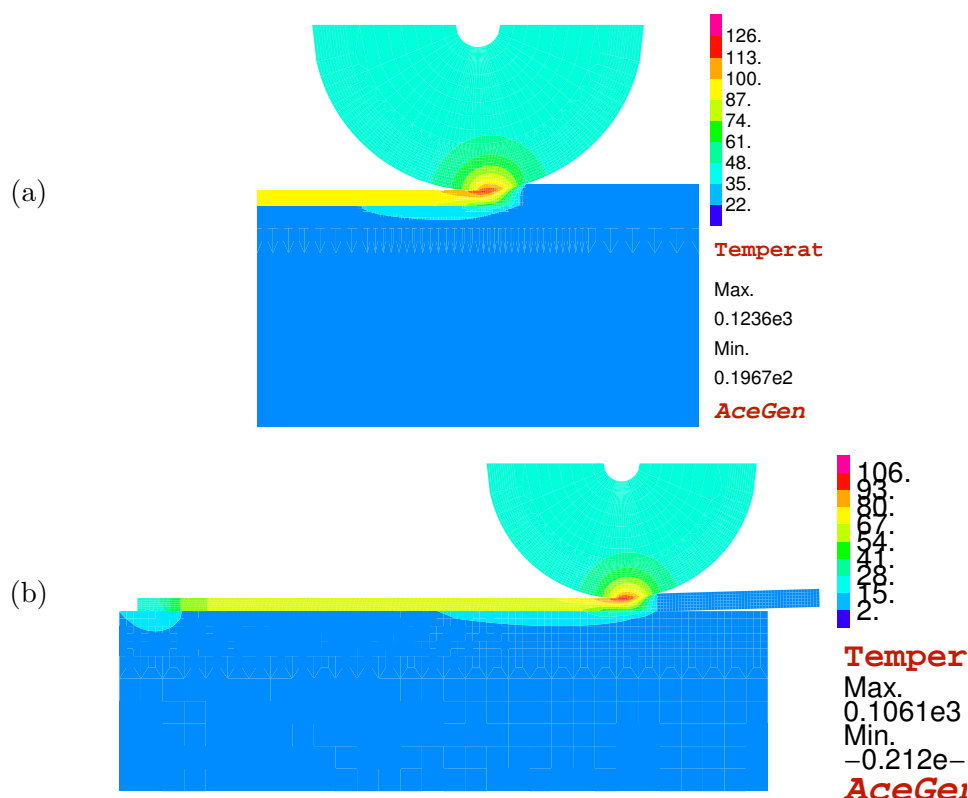
$$q_c^{\text{SS}} = h_{\text{eff}} (T_c^{\text{strip}} - T_c^{\text{plate}}),$$

a współczynnik rozdziału generowanego ciepła $\omega^{\text{SS}} = k_{\text{strip}} / (k_{\text{strip}} + k_{\text{plate}})$. Wartość q_f^{PS} i q_f^{SS} można wyznaczyć z równania (8.11), w którym prędkości poślizgu są dane odpowiednio równaniami (8.12) i (8.13).

8.3. Porównanie z analizą termomechaniczną

Zaproponowany model opisuje w prosty sposób zjawiska zachodzące podczas testu SRT. Ocena wpływu przyjętych założeń została wykonana przez porównanie jakościowe i ilościowe z wynikami analizy termomechanicznej wykorzystującej model opracowany w ramach projektu ENLUB (Stupkiewicz [98]). Obliczenia wykonano dla uproszczonej geometrii narzędzia (połówka wydrążonego walca) z ograniczeniem do dwóch wymiarów. Przeprowadzenie symulacji z uwzględnieniem sprzężeń termomechanicznych na długości 300 mm odpowiadającej doświadczeniom nie było możliwe z uwagi na dużą liczbę stopni swobody. Ograniczono się zatem do początkowej fazy procesu. Parametry wejściowe oraz wielkości opisujące przepływ ciepła pomiędzy poszczególnymi elementami były w dwóch przypadkach identyczne. Wyniki porównano dla chwili $t = 0.36$ s stanowiącej około 10% całkowitego czasu przeciągania.

Na rysunku 8.5 pokazane są pola temperatury we wszystkich elementach uwzględnionych w obliczeniach. Rozkład temperatury, z wyłączeniem obszaru wejścia narzędzia w kontakt z blachą w analizie termomechanicznej, jest podobny dla obu zastosowanych



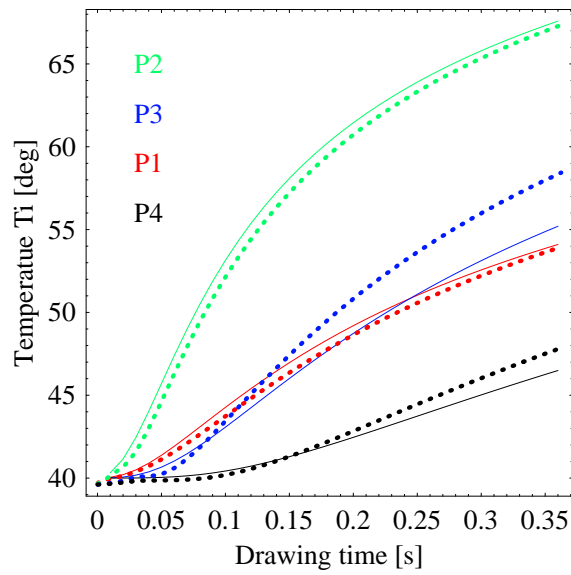
Rysunek 8.5: Rozkład temperatury w narzędziu, blasze i płycie podstawy dla analizy (a) cieplnej i (b) termomechanicznej.

modeli. Różnica w wartościach temperatury na odpowiednich skalach (20°C) wynika jedynie z przyjęcia różnych poziomów odniesienia.

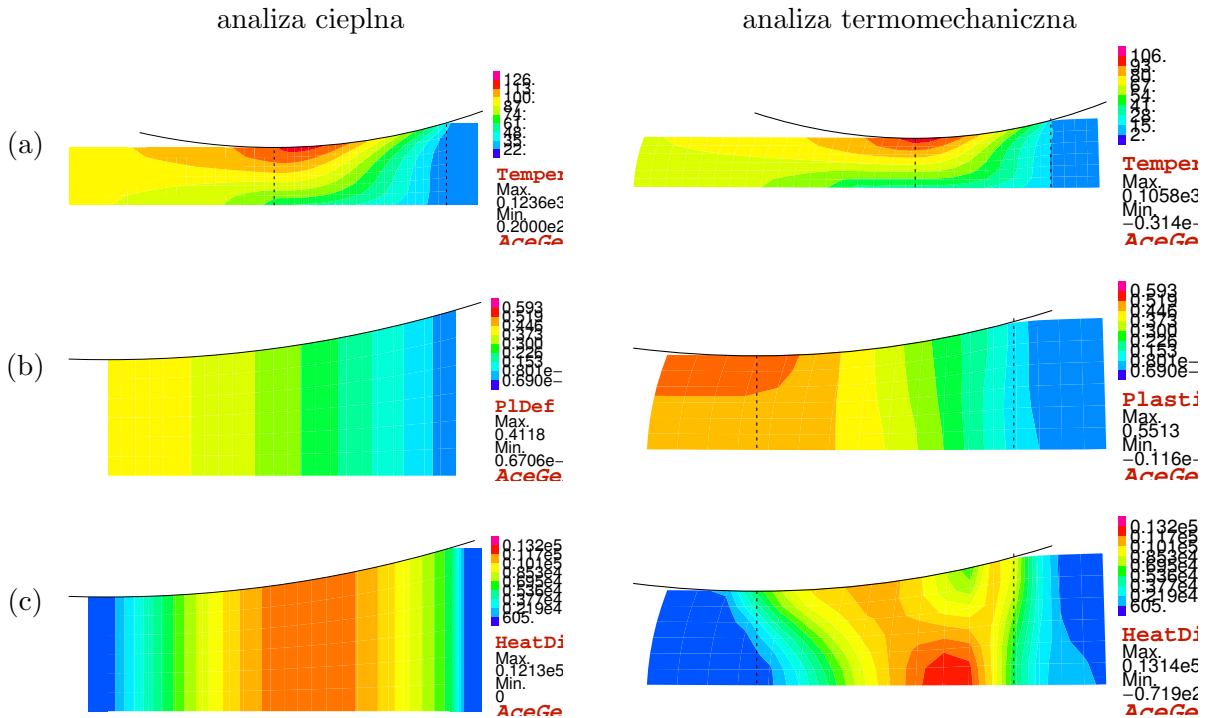
Ilościowe porównanie otrzymanych wyników wykonano na przykładzie zmian temperatury narzędzia w trakcie procesu. Na rysunku 8.6 pokazano wzrost temperatury w czterech punktach odpowiadających położeniu termopar w czasie doświadczeń. Zadawalającą zgodność wyników uzyskano w punktach $P1$ i $P2$. Natomiast różnica temperatury w rozpatrywanej chwili końcowej w punkcie $P3$ wynosiła niecałe 6%, a w punkcie $P4$ około 3%.

Rozkład temperatury w pasku blachy w strefie odkształceń plastycznych oraz w jej sąsiedztwie pokazany jest na rysunku 8.7(a). Temperatura powierzchni blachy w obszarze o zmniejszonej grubości ($x_1 < 0$) jest wyższa o ok. 5°C w przypadku obliczeń cieplnych w stosunku do tej uzyskanej z analizy termomechanicznej.

Pole odkształceń plastycznych w blasze jest pokazane na rysunku 8.7(b). Strefa odkształceń plastycznych jest większa od tej odpowiadającej przyjętemu kontaktowi narzędzia z blachą (linie przerywane) i nie jest uwzględniona w obliczeniach cieplnych. Podobieństwo rozkładów odkształceń plastycznych dla dwóch analiz jest tylko częściowe. Dla analizy cieplnej rozkład ten zależy jedynie od aktualnej współrzędnej x_1 zgodnie z zależnością (8.8). Konsekwencją przyjętych uproszczeń jest rozkład ciepła generowanego na skutek odkształceń plastycznych. W analizie cieplnej zmienia się on również w zależności od położenia wzdłuż osi x_1 , co w przypadku analizy termomechanicznej jest bardziej skomplikowane, patrz rysunek 8.7(c). Być może lepszą zgodność wyników można by uzyskać poprzez wykonanie analizy mechanicznej w celu wyznaczenia źródeł ciepła generowanego



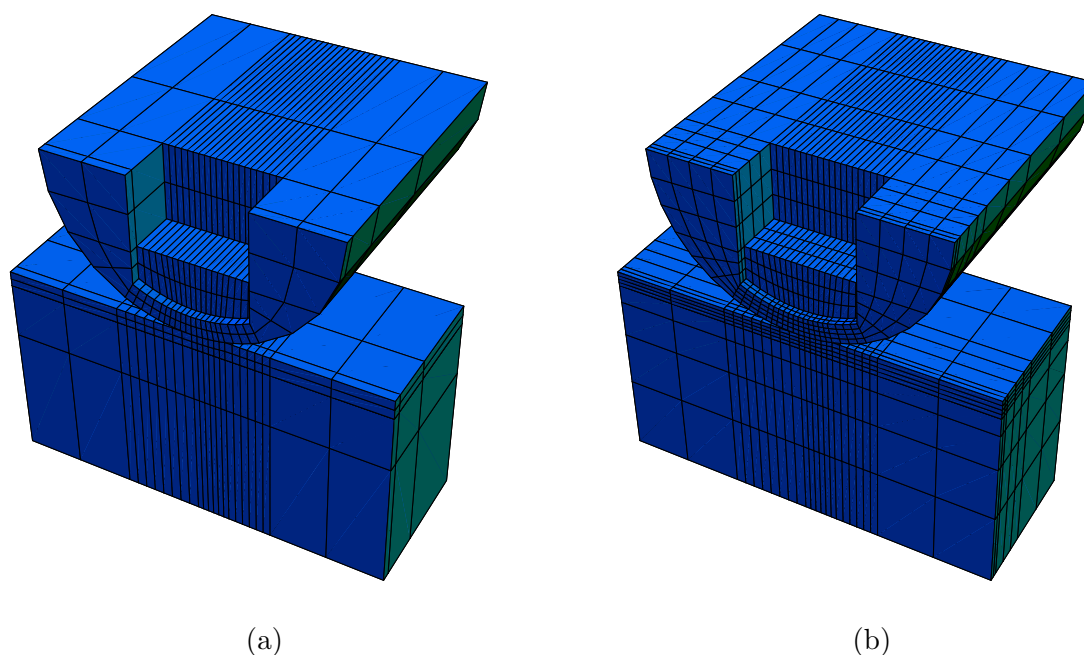
Rysunek 8.6: Porównanie zmian temperatury w czterech punktach pomiarowych narzędzia w funkcji czasu trwania procesu dla dwuwymiarowej analizy cieplnej (linia ciągła) i termomechanicznej (linia kropkowa); $R = 30\%$, $T_r = 40^\circ\text{C}$.



Rysunek 8.7: Porównanie rozkładów: (a) temperatury, (b) odkształceń plastycznych i (c) ciepła generowanego na skutek odkształceń plastycznych w pasku blachy dla analizy cieplnej i termomechanicznej.

Tabela 8.2: Gęstość siatki elementów skończonych w przyjętym modelu testu SRT.

L.p.	Liczba węzłów	Liczba elementów	Liczba stopni swobody
1.	1357	748	1277
2.	4503	3240	4311
3.	17411	14304	16917
4.	23094	19344	22524



Rysunek 8.8: Siatka MES złożona z (a) 748 elementów i (b) 3240 elementów.

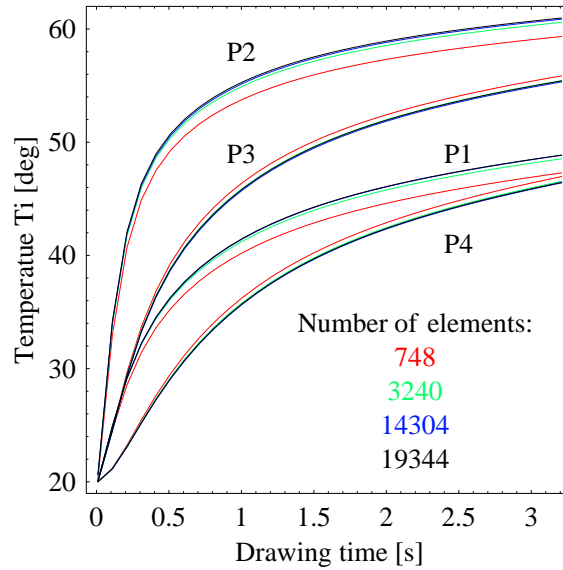
na skutek odkształceń plastycznych i zastosowanie ich w obliczeniach cieplnych.

Uproszczone pole odkształceń plastycznych oraz narzucony obszar ich występowania stanowią główną przyczynę różnic wyników. Należy jednak podkreślić, że pomimo mniejszej dokładności, obliczenia cieplne trwają znacznie krócej, co ma szczególne znaczenie w przypadku obliczeń w 3D, gdzie ta różnica jest jeszcze większa.

8.4. Wpływ gęstości siatki oraz długości kroku czasowego

W celu zoptymalizowania czasu trwania obliczeń zbadano jak zmienia się temperatura w wybranych punktach pomiarowych narzędzia w zależności od liczby elementów skończonych, patrz tabela 8.2. Widok zdyskretyzowanego obszaru dla dwóch gęstości siatki MES pokazano na rysunku 8.8.

Zmiana temperatury narzędzia w czasie dla liczby elementów przyjętych zgodnie z tabelą 8.2 pokazana jest na rysunku 8.9. Krzywe oznaczone kolorem czerwonym odpowiadają najmniejszej liczbie stopni swobody. Różnice w stosunku do pozostałych, choć nie duże, są jednak zauważalne zwłaszcza jeśli wziąć pod uwagę punkty pomiarowe *P1* i *P2*. Do



Rysunek 8.9: Wpływ gęstości siatki elementów skończonych na zmianę temperatury w czasie w wybranych punktach pomiarowych ($R = 20\%$, $T_r = 20^\circ\text{C}$).

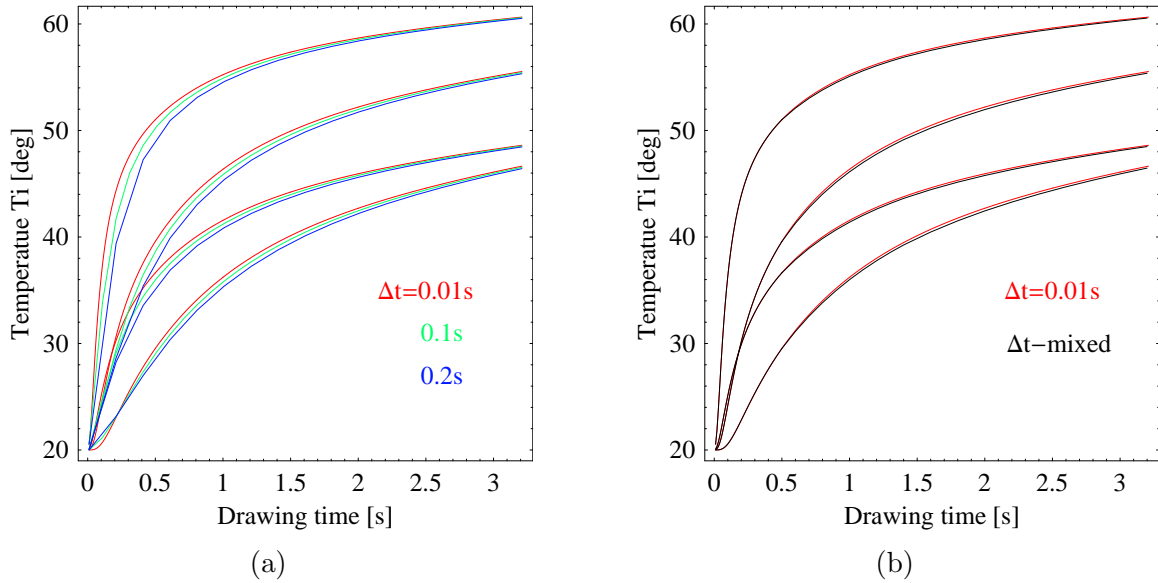
dalszych obliczeń przyjęto siatkę elementów skończonych (3240 elementów) jak na rysunku 8.8(b), dla której zmiana temperatury narzędzia pokazana jest na rysunku 8.9 kolorem zielonym. Dalsze zwiększanie liczby elementów skończonych nie wpływa w istotny sposób na dokładność obliczeń, natomiast znacząco wydłuża ich czas trwania (krzywe oznaczone kolorem niebieskim i czarnym).

Kolejnym czynnikiem ważnym z punktu widzenia dokładności obliczeń jak i czasu ich trwania jest długość kroku czasowego. Zastosowano niejawną schemat całkowania po czasie (wsteczny schemat Eulera). Wykonana została analiza podobna do opisanej powyżej, z tym że parametrem był krok czasowy $\Delta t = 0.01, 0.1, 0.2\text{ s}$. Zmiana temperatury w czasie uzyskana dla każdej z trzech wartości Δt jest pokazana na rysunku 8.10(a). Największe różnice, które wynoszą około 10%, obserwuje się na początku procesu. W miarę upływu czasu długość kroku całkowania ma coraz mniejszy wpływ na uzyskiwane wyniki. W celu zmniejszenia błędów na początku procesu, gdy zmiany temperatury są największe, zastosowano zmienną długość kroku całkowania, zwiększając ją w czasie procesu. Otrzymane w ten sposób wyniki przedstawiono czarnymi liniami na rysunku 8.10(b). Czas obliczeń w tym przypadku jest nieco ponad dwa razy dłuższy od przypadku, w którym $\Delta t = 0.1\text{ s}$, jednak dokładność rozwiązania jest zadowalająca w porównaniu z wynikami dla $\Delta t = 0.01\text{ s}$.

8.5. Identyfikacja parametrów modelu

Pomiary temperatury w teście SRT wykonane w ramach projektu ENLUB (Sadowski [86]) stanowią podstawę doświadczalną do identyfikacji parametrów zaproponowanego modelu. Dwie rodziny krzywych reprezentujących zmianę temperatury w czasie w punktach pomiarowych uzyskane w eksperymencie oraz w wyniku symulacji numerycznej stanowią punkt wyjściowy do identyfikacji. Na ich podstawie zbudowana jest funkcja celu

$$J(\phi) = \sum_p \sum_i \left[T_{\text{num}}^p(t_i) - T_{\text{exp}}^p(t_i) \right]^2, \quad (8.21)$$

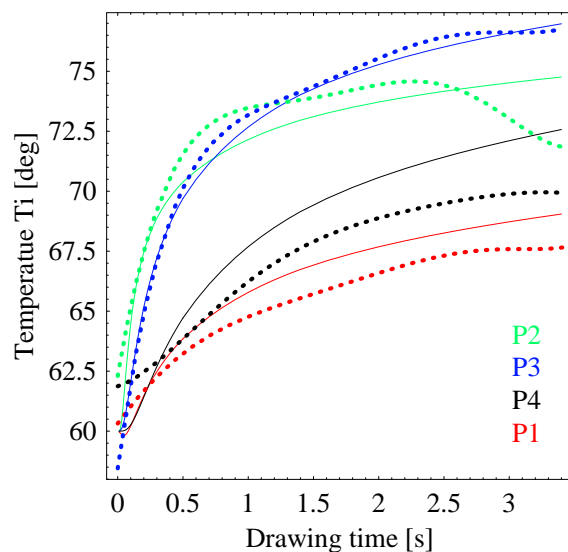


Rysunek 8.10: Wpływ długości kroku całkowania Δt na wartość temperatury narzędzia: (a) trzy różne długości kroku całkowania i (b) rozwiązanie dla $\Delta t = 0.01$ s oraz dla zmiennej długości kroku całkowania ($R = 20\%$, $T_r = 20^\circ\text{C}$).

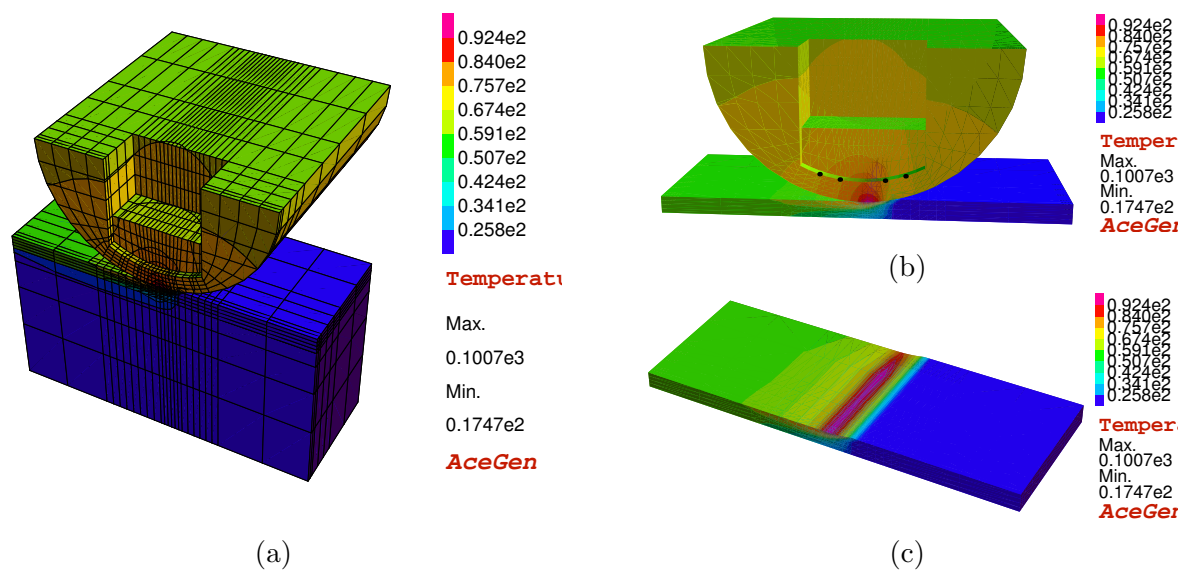
gdzie p oznacza punkt pomiarowy, $T_{\text{num}}^p(t_i)$ i $T_{\text{exp}}^p(t_i)$ – temperaturę w punkcie p w chwili t_i uzyskaną odpowiednio z symulacji i doświadczenia, a ϕ jest wektorem identyfikowanych parametrów. Funkcja ta jest minimalizowana z wykorzystaniem procedur programu *Mathematica*. Z uwagi na dużą gęstość próbkowania podczas pomiarów, uzyskane na drodze eksperymentalnej zmiany temperatury w wybranych punktach pomiarowych zostały aproksymowane wielomianami szóstego stopnia. Otrzymane w ten sposób ciągłe funkcje ułatwiają prowadzenie dalszych rozważań.

Pierwsza analiza dotyczyła poszukiwania takich wartości parametrów $\phi = \{h_{\text{loc}}, m\}$ dla których zgodność doświadczalnych i numerycznych zmian temperatury w czasie w wybranych punktach pomiarowych była najlepsza. Przyjęto, że tarcie oraz przepływ ciepła są opisane tymi samymi zależnościami zarówno na styku narzędzie–blacha jak i blacha–płyta podstawy. Wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu przyjęto jako $\alpha = 0.63$. Wynika ona z granicy perkolacji w warunkach smarowania mieszanego (Stupkiewicz i in. [98]). Odpowiada to sytuacji, w której makroskopowy strumień przepływu smaru spada do zera w wyniku spłaszczania nierówności i zamykania mikrokanałów. Dalszy wzrost rzeczywistej powierzchni kontaktu utrudniony jest przez smar pozostały w dolinach nierówności powierzchni. Przyjęcie takiego scenariusza potwierdzają zdjęcia SEM, rysunek 7.15(c), które wskazują, że po procesie smar polimerowy jest obecny jedynie na części powierzchni kontaktowej – w dolinach nierówności.

Najlepszy wynik ($J(\phi) = 242.3$), spośród kilku przeprowadzonych analiz, uzyskano dla redukcji grubości blachy $R = 15\%$ i początkowej temperatury narzędzia $T_r = 60^\circ\text{C}$. Zmianę temperatury dla znalezionych wartości parametrów $h_{\text{loc}} = 542 \text{ kW/m}^2\text{K}$ oraz $m = 0.36$ przedstawiono linią ciągłą na rysunku 8.11 razem z wynikami eksperymentu (linia kropkowa). Satysfakcjonujące dopasowanie uzyskano dla krzywych zaznaczonych kolorem niebieskim odpowiadających punktowi pomiarowemu *P3*. Zgodność wyników w pozostałych trzech punktach nie jest już tak dobra, ale różnica nie przekracza $2\text{--}3^\circ\text{C}$. Należy zauważyć, że w chwili początkowej $t = 0$ zmierzona temperatura narzędzia w punktach



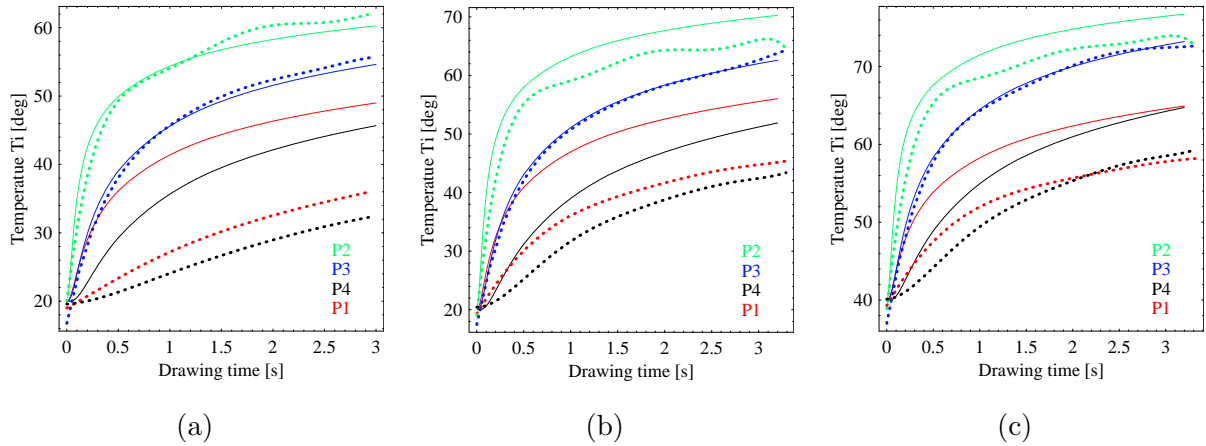
Rysunek 8.11: Wzrost temperatury narzędzia mierzonej w czterech punktach pomiarowych dla $R = 15\%$ i $T_r = 60^\circ\text{C}$: linia kropkowa – dane doświadczalne, linia ciągła – wynik symulacji dla $h_{loc} = 542 \text{ kW/m}^2\text{K}$ i $m = 0.36$.



Rysunek 8.12: Pole temperatury dla chwili $t = 3.4 \text{ s}$ procesu w (a) narzędziu, blasze i płycie podstawy, (b) narzędziu i blasze (czarne punkty odpowiadają punktom pomiarowym), (c) pasku blachy ($R = 15\%$, $T_r = 60^\circ\text{C}$, $h_{loc} = 542 \text{ kW/m}^2\text{K}$, $m = 0.36$).

pomiarowych nie była jednakowa i równa zadanej wartości 60°C , o czym świadczą linie kropkowe na rysunku 8.11. Te niedokładności są również rzędu 2°C . Rozkład temperatury w narzędziu, blasze i płycie podstawy w chwili zakończenia przeciągania dla parametrów procesu $R = 15\%$ i $T_r = 60^\circ\text{C}$ pokazano na rysunku 8.12.

Uzyskane w przedstawiony powyżej sposób wartości współczynników h_{loc} i m zostały wykorzystane w symulacjach redukcji grubości blachy dla innych parametrów wejściowych procesu. Przykładowe zmiany temperatury w czasie pokazane są na rysunku 8.13. Dobrą zgodność z wynikami doświadczalnymi otrzymano dla punktów $P2$ i $P3$ dla $R = 15\%$



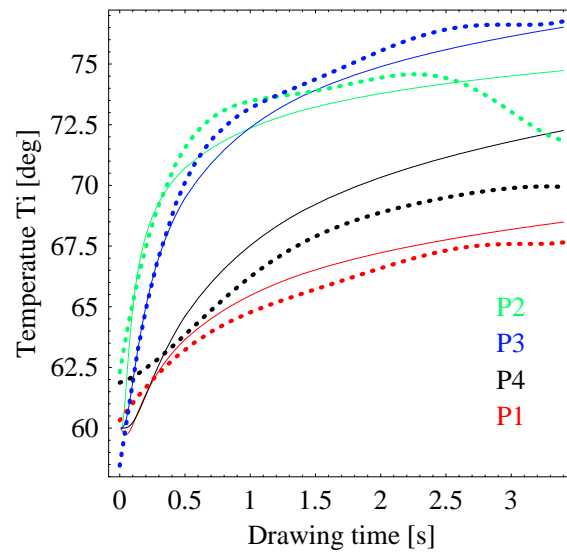
Rysunek 8.13: Zmiana temperatury narzędzia w teście SRT dla (a) $R = 15\%$ i $T_r = 20^\circ\text{C}$, (b) $R = 20\%$ i $T_r = 20^\circ\text{C}$ oraz (c) $R = 20\%$ i $T_r = 40^\circ\text{C}$. Dane eksperymentalne zaznaczone są liniami kropkowymi, natomiast liniami ciągłymi przedstawiono wyniki symulacji numerycznych dla $h_{loc} = 542 \text{ kW/m}^2\text{K}$ i $m = 0.36$.

i $T_r = 20^\circ\text{C}$, patrz rysunek 8.13(a). W pozostałych dwóch przypadkach zadowalająca zgodność wartości temperatury występuje jedynie w punkcie $P3$. Natomiast temperatura wyznaczona (linia ciągła) w punktach $P1$ i $P4$ jest większa od tej uzyskanej w doświadczeniu w każdym z przedstawionych przykładów.

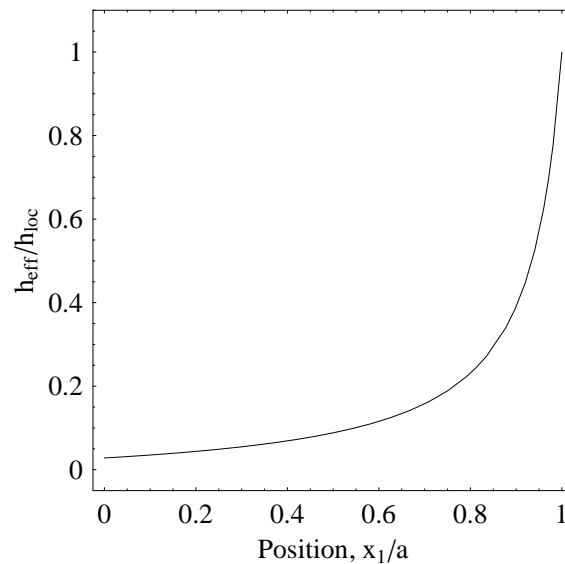
Rzeczywista powierzchnia kontaktu zmienia się w obszarze oddziaływania blachy z narzędziem. Uwzględnienie tego faktu w obliczeniach pozwala uwzględnić zmianę kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła oraz naprężenia stycznego, które zależą od α . Założono liniową zmianę rzeczywistej powierzchni kontaktu od wartości α_{in} w momencie wejścia narzędzia w kontakt z blachą ($x_1 = a$ na rysunku 8.2) do wartości α_{out} ($x_1 = 0$). Na styku blachy (obszar II) z płytą podstawy przyjęto stałą wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu odpowiadającą wartości α_{in} . Poszukiwane w tym przypadku parametry to $\phi = \{h_{loc}, m, \alpha_{in}, \alpha_{out}\}$. Za punkt odniesienia przyjęto krzywe zmiany temperatury w czasie uzyskane, podobnie jak poprzednio, w teście dla $R = 15\%$ i $T_r = 60^\circ\text{C}$. Znalezione minimum funkcji celu, $J(\phi) = 207.6$, odpowiada parametrom $h_{loc} = 1883 \text{ kW/m}^2\text{K}$, $m = 0.31$, $\alpha_{in} = 0.99$ i $\alpha_{out} = 0.48$. Porównanie zmian temperatury narzędzia dla wyznaczonych wartości identyfikowanych parametrów z wynikami eksperymentu pokazano na rysunku 8.14. Wynik ten jest nieznacznie dokładniejszy od zaprezentowanego na rysunku 8.11. Wartość α_{in} wynika z przyjętego ograniczenia aby rzeczywista powierzchnia kontaktu była mniejsza od jedności. Należy zauważyć, że uzyskana wartość $\alpha_{in} > \alpha_{out}$ jest niefizyczna.

Liniowemu rozkładowi α w obszarze kontaktu pomiędzy blachą, a narzędziem ($0 \leq x_1 \leq a$ na rysunku 8.2) odpowiada zmiana znormalizowanego efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła pokazana na rysunku 8.15.

Zastosowanie uzyskanych wartości parametrów h_{loc} , m , α_{in} i α_{out} do symulacji procesów o innych parametrach wejściowych nie daje w pełni satysfakcjonujących wyników. Uzyskane rozwiązanie jest jakościowo podobne do pokazanego na rysunku 8.13.



Rysunek 8.14: Zmiana temperatury narzędzia w czasie, uzyskana w eksperymencie (linia kropkowa) oraz w symulacji (linia ciągła) dla $h_{loc} = 1883 \text{ kW/m}^2\text{K}$, $m = 0.31$, $\alpha_{in} = 0.99$ i $\alpha_{out} = 0.48$ ($R = 15\%$, $T_r = 60^\circ\text{C}$).



Rysunek 8.15: Zmiana współczynnika \bar{h}_{eff} w obszarze kontaktu pomiędzy narzędziem, a blachą dla $h_{loc} = 1883 \text{ kW/m}^2\text{K}$ i $m = 0.31$ przy założeniu liniowej zmiany α od $\alpha_{in} = 0.99$ do $\alpha_{out} = 0.48$.

8.6. Podsumowanie

Model złożonego procesu redukcji grubości blachy został sprowadzony do analizy trójwymiarowego przepływu ciepła z uwzględnieniem generacji ciepła na skutek odkształceń plastycznych oraz tarcia pomiędzy materiałem obrabianym i narzędziem. Uproszczony model testu SRT, w którym przepływ ciepła pomiędzy ciałami został opisany współczynnikiem h_{eff} wyznaczonym z analizy w skali mikro, umożliwia określenie zmian temperatury narzędzia w trakcie procesu. Wykorzystując dane doświadczalne dokonano próby identyfikacji parametrów modelu przewodzenia ciepła oraz tarcia. Jednak obliczenia w oparciu o uzyskane wartości parametrów nie pozwalają na dokładne odwzorowanie zmian temperatury narzędzia uzyskanych w eksperymentach. Być może wykorzystany model jest zbyt ubogi aby przewidywać zmiany zachodzące w stosunkowo trudnym ze względów technologicznych procesie. Pomimo występujących różnic należy podkreślić, że zaproponowane podejście pozwala wykonać szybko i stosunkowo łatwo obliczenia złożonego procesu w teście SRT. Mogą one stanowić wstępne oszacowanie zmian wartości współczynnika przewodzenia ciepła.

Geometria narzędzia przyjęta w obliczeniach różni się od wykorzystywanej w eksperymentach (por. rysunek 7.4(b) i rysunek 8.8). Analizując pole temperatury przedstawione na rysunku 8.12(b) można uznać, że przyjęte uproszczenie nie ma znaczącego wpływu na wyniki. Maksymalne gradienty temperatury występują w sąsiedztwie strefy kontaktu. Obszary narzędzia odległe od tej strefy charakteryzują się bardzo małymi zmianami temperatury.

Rozkład temperatury narzędzia w przypadku jego podgrzania do wartości T_r jest niejednorodny. Świadczą o tym różnice temperatur poszczególnych punktów pomiarowych dla chwili początkowej procesu przeciągania (por. rysunek 8.11). Może to utrudniać identyfikację parametrów modelu, w którym dla chwili $t = 0$ pole temperatury w każdym elemencie jest jednorodne.

Rozdział 9

Podsumowanie pracy

Rozprawa podsumowuje wyniki prac autora w zakresie modelowania przepływu ciepła przez chropowate powierzchnie kontaktowe ciał. Obszar rozpatrywanych zagadnień ogranicza się do kontaktu metali w procesach przeróbki plastycznej. Szczególny nacisk położono na opis zjawiska w skali mikro na poziomie pojedynczych nierówności bez uwzględnienia sprzężeń termomechanicznych.

Dotychczas zaproponowane metody umożliwiają, z reguły analityczne, określenie kontaktowej przewodności cieplnej, jedynie w zakresie małych nacisków kontaktowych. Podjęta próba rozszerzenia istniejących rozwiązań dla całego zakresu zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu zakończyła się opracowaniem dwuskalowego modelu przewodzenia ciepła, co stanowiło główny cel pracy. W rozdziale 4 przedstawiono podstawowe założenia do rozwiązania mikroskopowego zagadnienia brzegowego ustalonego przepływu ciepła. Analiza przewodzenia ciepła przez obszary rzeczywistego styku utworzone w czasie deformacji powierzchni umożliwia określenie makroskopowego współczynnika przewodzenia ciepła przez chropowate powierzchnie kontaktowe. Cechy, które wyróżniają zastosowane podejście od innych modeli są następujące:

- określenie kontaktowego oporu cieplnego jest możliwe w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu;
- lokalna temperatura doznaje skoku w obszarach rzeczywistego styku ciał (por. założenie 5, rozdział 3.4.2);
- różnica lokalnych temperatur powierzchni nie musi być stała dla poszczególnych obszarów rzeczywistego styku (por. założenie 8, rozdział 3.4.2);
- analiza przepływu ciepła jest wykonywana dla rzeczywistych topografii powierzchni;
- kształt oraz rozkład obszarów rzeczywistego styku wynika ze spłaszczania nierówności powierzchni (por. założenie 7, rozdział 3.4.2).

Przedstawiony model był tworzony z myślą o przeróbce plastycznej. Zaproponowane rozwiązanie może być zastosowane również w przypadku kontaktu metalu z niemetalami, jak na przykład gumy czy elastomery, gdzie można spodziewać się dużych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu (np. kontakt uszczelki z tłoczyskiem w siłowniku hydraulicznym).

Na podstawie wyników obliczeń MES zaproponowano funkcję analityczną (patrz równanie (4.14)), która pozwala opisać zmianę efektywnego kontaktowego współczynnika

przewodzenia ciepła h_{eff} w funkcji rzeczywistej powierzchni kontaktu α oraz fenomenologicznego parametru modelu h_{loc} . Wartość parametru A (patrz równanie (4.15)) zależy od analizowanej powierzchni chropowatej oraz bezwymiarowego lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc}^* . Błąd aproksymacji zmienia się w zależności od rozpatrywanej powierzchni (patrz rozdział 6). Ogólnie jego wartość zwiększa się dla zmniejszającej się kontaktowej oporności i rzeczywistej powierzchni kontaktu bliskiej jedności. Wykorzystując zaproponowane funkcje można określić wartość współczynnika h_{eff} w całym zakresie zmian α oraz h_{loc}^* .

Zastosowanie metody elementów skończonych pozwoliło zbadać wpływ różnych czynników na wartość kontaktowej przewodności cieplnej, co zostało opisane w rozdziale 5. Obliczona wartość rzeczywistej powierzchni kontaktu jest różna w zależności od wyboru schematu całkowania w elementach powierzchniowych oraz od gęstości siatki elementów skończonych. Również kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła zmienia się z tych samych powodów ze względu na powiązania z rzeczywistą powierzchnią kontaktu. Wykazano zbieżność wyników wraz z zagęszczaniem siatki. W obliczeniach dla chropowatości 3D bardzo gęste siatki prowadzą do zbyt dużego rozmiaru zadania – trzeba się więc liczyć, że obliczenia obarczone są pewnym błędem numerycznym.

Zadanie przepływu ciepła pomiędzy ciałami zostało ograniczone do rozwiązania dla wybranej komórki reprezentatywnej, co wymusiło zastosowanie periodycznych warunków brzegowych. Dla stacjonarnego kontaktu ciał makroskopowy strumień ciepła jest jednorodny. Sprawdzone, że zadowalającą dokładność rozwiązania można uzyskać przyjmując izolowane brzegi komórki reprezentatywnej. Zastosowanie periodycznych warunków brzegowych staje się konieczne w momencie uwzględnienia ruchu ciał, gdy pojawia się konwekcyjne unoszenie ciepła (rozdział 5.7).

W zaproponowanym podejściu powierzchnia chropowata jest zastąpiona płaską powierzchnią, na której przyjmuje się rozkład obszarów rzeczywistego styku odpowiadający nierównościom znajdującym się aktualnie w kontakcie. Taki sposób postępowania pomija pochylenia nierówności powierzchni. Z przeprowadzonej analizy wynika, że kontaktowy opór cieplny zwiększa się ze wzrostem kąta pochylenia nierówności i jest nieznacznie mniejszy dla rzeczywistej powierzchni kontaktu bliskiej jedności (por. rysunek 5.11). Wartości kątów pochylenia nierówności dla powierzchni użytkowych nie przekraczają z reguły 5° . W tym zakresie przyjęte uproszczenie geometrii powierzchni daje różnicę wartości kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła nie przekraczającą 5%.

Makroskopowy współczynnik przewodzenia ciepła zależy nie tylko od wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu, ale przede wszystkim od rozkładu obszarów rzeczywistego styku. W rozdziale 2 przedstawiono dwa sposoby wyznaczania rozkładu obszarów styku zastosowane w pracy. Są to spłaszczanie nierówności opisanych modelem sprężystym i sprężysto-plastycznym oraz odcinanie wierzchołków nierówności. Dla takiej samej wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu uzyskano różnice współczynnika przewodzenia ciepła w zależności od przyjętej metody wyznaczenia obszarów styku. Wykorzystując sprężysty model materiału otrzymano bardziej równomierny rozkład obszarów rzeczywistego styku w porównaniu do dwóch pozostałych przypadków. W efekcie kontaktowa przewodność cieplna przyjmuje nieznacznie większe wartości. Do wyznaczenia rozkładu obszarów rzeczywistego styku w przypadku plastycznych deformacji nierówności można zastosować prosty model odcinania wierzchołków. W tych dwóch przypadkach otrzymano zadowalającą zgodność rozkładu obszarów styku.

Kolejną wielkością decydującą o wartości makroskopowego współczynnika przewodzenia ciepła jest prędkość w ruchu względnym ciał. Współczynnik h_{eff} nie zależy od prędkości

dla liczb Péclet mniejszych od 10. Następnie jego wartość wzrasta do ustalonego poziomu dla dużych liczb Péclet. Jest ona tym większa im większa jest wartość h_{loc}^* , a rzeczywista powierzchnia kontaktu jest bliższa zera (patrz rysunek 5.20).

W rozdziale 6 opisano wyniki związane z poszukiwaniem wielkości, która może charakteryzować chropowatość w zagadnieniach przepływu ciepła. Jest to długość charakterystyczna, której wartość wyznaczono dla kilkunastu rozpatrywanych powierzchni wykorzystując funkcję analityczną aproksymującą rozwiązanie MES. Wielkość ta została skorelowana ze średnią podziałką chropowatości. Dzięki temu możliwe było wprowadzenie zależności, która pozwala oszacować wartość efektywnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła dla ustalonej powierzchni i parametrów materiałowych ciał w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu oraz lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła (patrz równanie (6.10)). Funkcja ta może być wykorzystana w makroskopowej analizie termomechanicznej procesów przeróbki plastycznej. Pozwala uwzględnić zmianę warunków kontaktowych związanych z przepływem ciepła pomiędzy ciałami.

Zaproponowany model został zastosowany w symulacjach testu SRT (rozdział 8). Analiza termomechaniczna procesu redukcji grubości blachy została zastąpiona analizą nieustalonego przepływu ciepła. Takie uproszczenie było możliwe przy założeniu, że stan mechaniczny procesu jest ustalony. W obliczeniach przyjęto występowanie jedynie odkształceń plastycznych, które wraz z tarcieniem powodują wzrost temperatury układu. W oparciu o wyniki doświadczalne (rozdział 7) wykonano próbę identyfikacji parametrów modelu. Uzyskane wyniki nie są w pełni satysfakcjonujące ponieważ nie udało się znaleźć takich wartości parametrów, które pozwoliłyby na dokładne odwzorowanie rzeczywistych zmian temperatury narzędzia w wybranych punktach pomiarowych. Należy jednak podkreślić, że zaproponowana metoda pozwala stosunkowo łatwo i szybko określić nagrzewanie się narzędzia podczas testu SRT.

Tematyka zagadnień opisanych w rozdziałach 2 i 7 jest ściśle związana z kontaktowym oporem cieplnym i posłużyła w pracach nad opisem tego zjawiska. Rozdział 2 poświęcony jest modelowaniu zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu α , jednego z kluczowych parametrów przedstawionego modelu kontaktowego przewodzenia ciepła. Przedstawiono również przykładowe wyniki jakie uzyskano badając wpływ naprężeń stycznych w obecności makroskopowej deformacji materiału na spłaszczanie nierówności powierzchni. Pokazano, że dla małych prędkości spłaszczania tarcie może spowalniać wzrost rzeczywistej powierzchni kontaktu.

Rozdział 7 zawiera przykładowe wyniki badań jakie przeprowadził autor na stanowisku testu SRT w ramach projektu ENLUB. Pierwsza ich część dotyczyła określenia granicy smarowania dla różnych smarów i materiałów próbek. Zaprojektowany w DTU sposób modyfikacji powierzchni blachy wpływa korzystnie na proces smarowania. Dzięki niemu możliwe było uzyskanie większych redukcji przekroju próbki przy zastosowaniu mniej efektywnych smarów, które nie są szkodliwe dla otoczenia. Druga część badań była związana z pomiarami temperatury. Te z kolei zostały wykorzystane do identyfikacji parametrów modelu.

Do oryginalnych wyników zamieszczonych w niniejszej rozprawie należy zaliczyć:

1. opracowanie modelu pozwalającego na wyznaczenie efektywnego współczynnika przewodzenia ciepła w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu;
2. wprowadzenie długości charakterystycznej chropowatości dla zagadnień kontakto-

wego przepływu ciepła;

3. zaproponowanie analitycznej funkcji pozwalającej oszacować efektywny kontaktowy współczynnik przewodzenia ciepła dla ustalonej powierzchni i materiałów pary kontaktowej w całym zakresie zmian rzeczywistej powierzchni kontaktu α i lokalnego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła h_{loc} ;
4. zbadanie wpływu prędkości wzajemnego przemieszczania się ciał na wartość makroskopowego kontaktowego współczynnika przewodzenia ciepła.

Uzyskane wyniki w oparciu o zaproponowany model przewodzenia ciepła stanowią drobny wkład w poznanie zjawiska kontaktowego oporu cieplnego. Wiele czynników, od których zależy przepływ ciepła pomiędzy ciałami w kontakcie sprawia, że choć prace związane z tym zagadnieniem trwają od kilkudziesięciu lat, to nie wszystkie z nich zostały zbadane. Wykorzystanie metody elementów skończonych pozwoliło wyeliminować niektóre z założeń, na których bazuje większość modeli, w których główny nacisk jest kładziony na dokładny opis samego zjawiska kontaktu przy założeniu, że powierzchnie ciał nie są idealnie gładkie. Mimo to ciągle pomija się wiele zjawisk zachodzących w strefie kontaktu. Można do nich zaliczyć m.in. mechanizmy transportu ciepła na drodze radiacji i konwekcji. Z punktu widzenia zastosowań w procesach przeróbki plastycznej metali należałoby uwzględnić m.in. generację ciepła oraz wpływ obecności smaru. Dalsze prace związane z badaniem kontaktowej przewodności cieplnej mogą być prowadzone z uwzględnieniem wymienionych zjawisk również w stanie nieustalonym.

W celu dokładniejszego odwzorowania wyników obliczeń MES można wprowadzić w zaproponowanej funkcji analitycznej dodatkowy parametr. Spowoduje to zwiększenie liczby współczynników ale niewykluczone, że będą one ze sobą powiązane.

Dalsze prace związane z wyznaczeniem długości charakterystycznej chropowatości w zagadnieniach przepływu ciepła powinny uwzględniać analizę większej liczby powierzchni chropowatych. Pozwoliłoby to zweryfikować przyjętą zależność długości charakterystycznej od podziałki powierzchni.

Dodatek A

Wpływ tarcia na spłaszczanie nierówności

A.1. Sformułowanie problemu

Spłaszczanie nierówności powierzchni, przy założeniu małego kąta pochylenia, można modelować rozwiązując zagadnienie wciskania periodycznego układu sztywnych stempli w płaską powierzchnię (Sutcliffe [99], Wilson i Sheu [109], Korzekwa i in. [46]). Rozpatrywane zagadnienie pokazane jest schematycznie na rysunku A.1. Nieodkształcalne górne ciało o idealnie gładkiej powierzchni, które ma możliwość przemieszczania się z prędkością U , jest w kontakcie z ciałem odkształcalnym o powierzchni chropowatej. Takie uproszczenie jest często stosowane w modelowaniu procesów przeróbki plastycznej metali, w których dokładnie wykończona powierzchnia narzędzia ma o wiele mniejszą chropowatość niż powierzchnia przedmiotu obrabianego.

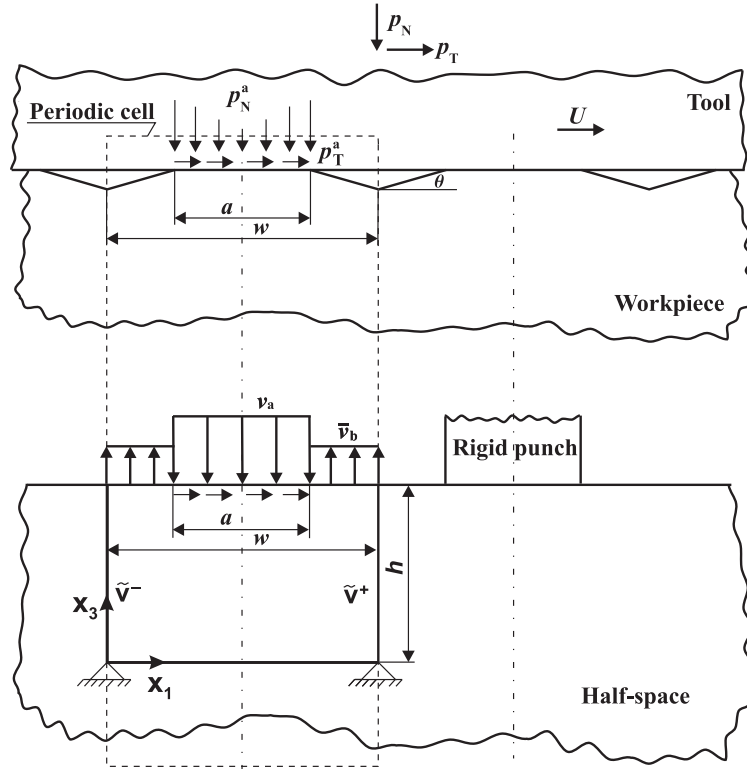
Modelowe nierówności w kształcie klina, wydłużone na kierunku x_2 , są równo oddalone od siebie. Ze względu na ich periodyczne rozłożenie na powierzchni, analizie poddana jest, po przyjęciu odpowiednich warunków brzegowych, tylko jedna z nich. Zaniedbując wpływ kąta pochylenia nierówności (θ), pole deformacji wywołane przez oddziaływanie płaskiej, sztywnej powierzchni narzędzia na nierówność można przybliżyć polem deformacji wywołanym wciskaniem sztywnego stempla w półprzestrzeń. Materiał poddany jest makroskopowej deformacji plastycznej w płaskim stanie odkształcenia (co odpowiada wartości parametru $\phi = 0$ w pracy Korzekwy i in. [46]). W przeprowadzonej analizie pominięto wpływ temperatury oraz umocnienia materiału.

A.2. Podstawowe równania

Rozpatrywane ciało jest jednorodne i izotropowe. Przyjęcie płaskiego stanu odkształcenia oraz periodycznego układu nierówności pozwala zredukować zagadnienie do analizy dwuwymiarowej. Problem brzegowy dla komórki reprezentatywnej o wymiarach $w \times h$ (rysunek A.1) jest następujący

$$\begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} = 0 & (\text{warunek równowagi}) \\ \text{związek konstytutywny} \\ \text{warunki brzegowe} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

W procesach przeróbki metali (zwłaszcza przeróbki na gorąco) odkształcenia plastycz-



Rysunek A.1: Model spłaszczania nierówności.

ne znacznie przewyższają odkształcenia sprężyste. Dlatego często podczas analizy tego rodzaju zagadnień pomija się efekty sprężyste (Kobayashi i in. [43]). Dla nieściśliwych i izotropowych materiałów (Fourment i Chenot [28], Korzekwa i in. [46]) przyjęty w niniejszej pracy związek konstytutywny ma postać prawa Norton-Hoffa

$$\mathbf{s} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_y}{d_{II}} \left(\frac{d_{II}}{d_0} \right)^n \mathbf{d}', \quad (\text{A.2})$$

gdzie

$$d_{II} = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{d}' : \mathbf{d}'}, \quad (\text{A.3})$$

jest drugim niezmiennikiem dewiatora prędkości odkształcenia \mathbf{d}' , σ_y oznacza granicę plastyczności, $0 \leq n \leq 1$ jest współczynnikiem wrażliwości na prędkość odkształcenia, a d_0 stanowi referencyjną prędkość odkształcenia. Warunek nieściśliwości wyraża się następująco

$$\text{tr } \mathbf{d} = 0. \quad (\text{A.4})$$

Zmiana wartości wykładnika n w równaniu konstytutywnym (A.2) pozwala opisywać szeroką gamę zachowań materiału od płynu newtonowskiego ($n = 1$), po idealnie sztywno-plastyczne ($n = 0$).

W rozpatrywanym sformułowaniu, prędkości, a nie przemieszczenia, stanowią podstawowe zmienne. Istotną zaletą takiego podejścia w połączeniu z równaniem konstytutywnym (A.2) jest to, że rozwiązanie danego problemu nie zależy od historii. Zatem pole prędkości dla komórki reprezentatywnej warstwy wierzchniej można zapisać w postaci (Stupkiewicz [94])

$$\mathbf{v} = \mathbf{L} \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{v}}, \quad (\text{A.5})$$

gdzie \mathbf{L} jest zadany makroskopowym gradientem prędkości deformacji, a $\tilde{\mathbf{v}}$ oznacza fluktuacje prędkości, wynikające z niejednorodnych warunków brzegowych, które są następujące:

- zadana prędkość normalna na powierzchni ∂V_s pod stemplem

$$\tilde{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{n} = -v_a \quad \text{na} \quad \partial V_s, \quad (\text{A.6})$$

gdzie \mathbf{n} jest wektorem jednostkowym normalnym do powierzchni i skierowanym na zewnątrz ciała,

- zerowa prędkość w miejscu podparcia

$$\tilde{v} = 0 \quad \text{dla} \quad x_3 = 0, \quad (\text{A.7})$$

- stałe naprężenie styczne na powierzchni pod stemplem

$$\mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = p_T^a \quad \text{na} \quad \partial V_s, \quad (\text{A.8})$$

gdzie $p_T^a = mk$ oraz m jest lokalnym czynnikiem tarcia, a $k = \sigma_y / \sqrt{3}$,

- warunek periodyczności zadany dla każdej pary punktów \mathbf{x}^+ i \mathbf{x}^- na powierzchniach bocznych komórki reprezentatywnej

$$\tilde{\mathbf{v}}^+ = \tilde{\mathbf{v}}^-. \quad (\text{A.9})$$

Zastosowano sformułowanie mieszane, w którym dodatkowo założono periodyczną zmianę ciśnienia. Makroskopowy gradient prędkości \mathbf{L} posiada następującą reprezentację w kartezjańskim układzie współrzędnych

$$\mathbf{L} \sim \begin{pmatrix} D'_{11} & 2D'_{13} \\ 0 & D'_{33} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Składowe tensora \mathbf{L} wynoszą

$$D'_{11} = \frac{V_1}{w}, \quad D'_{13} = |D'_{11}| \frac{P_T}{\sqrt{1 - P_T^2}}, \quad (\text{A.11})$$

oraz z warunku nieściśliwości (A.4)

$$D'_{33} = -D'_{11}, \quad (\text{A.12})$$

gdzie V_1 oznacza jednorodne pole prędkości, a

$$P_T = \frac{p_T^a \alpha}{k} = m\alpha, \quad (\text{A.13})$$

makroskopowe naprężenie styczne. Zatem makroskopowa ekwiwalentna prędkość odkształcenia wynosi

$$D_{II} = \frac{2}{\sqrt{3}} |D'_{11}| \frac{1}{\sqrt{1 - P_T^2}}. \quad (\text{A.14})$$

Przyjmując, że ekwiwalentna prędkość odkształcenia wynikająca z makroskopowej deformacji stanowi referencyjną prędkość odkształcenia, $d_0 = D_{II}$, oraz wykorzystując zależność (A.2), dewiator tensora naprężenia Cauchy'ego ma postać

$$\mathbf{S} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_y}{D_{II}} \mathbf{D}', \quad (\text{A.15})$$

a jego składowe w kartezjańskim układzie współrzędnych wynoszą

$$S_{11} = k \sqrt{1 - P_T^2}, \quad S_{33} = -S_{11}, \quad S_{13} = p_T^a \alpha. \quad (\text{A.16})$$

A.3. Implementacja modelu

Punktem wyjścia do zastosowania metody elementów skończonych jest postać słaba równań równowagi (A.1)₁, a mianowicie (Kobayashi i in. [43])

$$\int_{\Omega} \delta \mathbf{v} \cdot \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} \, d\Omega = 0, \quad (\text{A.17})$$

gdzie $\delta(\cdot)$ oznacza wariację. Wykorzystując twierdzenie Gaussa-Ostrogradzkiego, warunek nieściśliwości (A.4) oraz warunek brzegowy (A.8) równanie (A.17) przyjmuje postać

$$\int_{\Omega} \mathbf{s} \cdot \delta \mathbf{d} \, d\Omega + \int_{\Omega} p \operatorname{div}(\delta \mathbf{v}) \, d\Omega + \int_{\Omega} \delta p \operatorname{div} \mathbf{v} \, d\Omega - \int_{\partial V_s} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{v} \, dS = 0, \quad (\text{A.18})$$

która jest podstawą sformułowania MES. Wielkość p , która ma interpretację ciśnienia hydrostatycznego, jest mnożnikiem Lagrange'a wymuszającym warunek nieściśliwości.

Do dyskretyzacji analizowanego obszaru zastosowano elementy typu *serendipity* z niewiadomymi fluktuacjami prędkości $\tilde{\mathbf{v}}_i$ i dodatkowymi czterema węzłami, w których niewiadomą jest ciśnienie p_i . Zastosowano biliniową interpolację ciśnienia. Uzyskany po dyskretyzacji układ równań

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \mathbf{0}, \quad (\text{A.19})$$

gdzie $\mathbf{q} = \{\tilde{\mathbf{v}}_i, p_i\}$ oznacza wektor niewiadomych, rozwiązywany jest metodą Newtona-Raphsona

$$\Delta \mathbf{q}^j = - \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{q}} \right)^{-1} \mathbf{R}(\mathbf{q}^j), \quad \mathbf{q}^{j+1} = \mathbf{q}^j + \Delta \mathbf{q}^j. \quad (\text{A.20})$$

Komórka reprezentatywna została podzielona na 1000 elementów skończonych. Siatka jest zagęszczona w pobliżu powierzchni kontaktowej. Wysokość komórki h powinna być na tyle duża aby nie zaburzać rozwiązania (patrz Stupkiewicz [94]). Dla sprężystego modelu materiału $h = w$ powinno być wystarczające ponieważ fluktuacje powstałe na skutek niejednorodnych warunków brzegowych szybko zanikają wraz z oddalaniem się od powierzchni ($x_3 \rightarrow -\infty$). Dla modelu idealnie sztywno-plastycznego fluktuacje propagują się na wskroś. W obliczeniach przyjęto $h = 10w$.

A.4. Przykładowe wyniki

Działanie stempla modelowane jest za pomocą warunków brzegowych (A.6) i (A.8). Średnia prędkość (na kierunku normalnym do powierzchni) punktów na powierzchni swobodnej wynosi

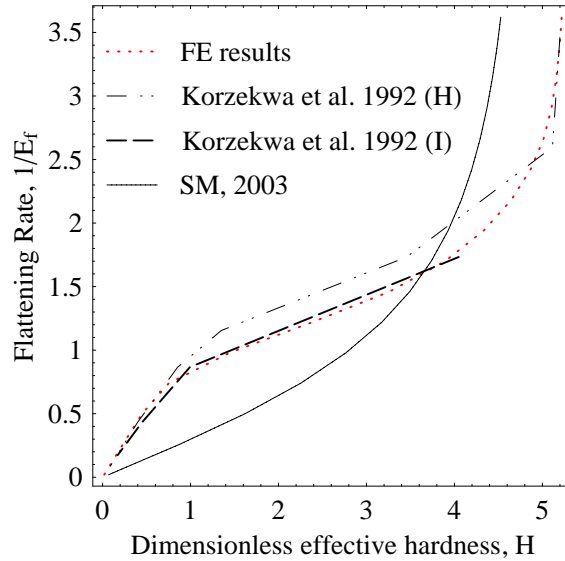
$$\bar{v}_b = - \frac{\alpha}{1 - \alpha} v_a, \quad (\text{A.21})$$

gdzie v_a oznacza zadaną wartość prędkości wciskania stempla.

Można zdefiniować bezwymiarowe wielkości, z wykorzystaniem których zostaną zaprezentowane podstawowe wyniki. Są to: bezwymiarowa prędkość odkształcenia

$$E_f = \frac{D_{II} w}{v_f}, \quad (\text{A.22})$$

gdzie $v_f = v_a - \bar{v}_b$ oznacza prędkość spłaszczania, określa stosunek makroskopowej prędkości odkształcenia materiału do prędkości spłaszczania nierówności, jej odwrotność $1/E_f$



Rysunek A.2: Porównanie uzyskanego rozwiązania wciskania stempla przy braku tarcia ($m = 0$) z wynikami otrzymanymi przez Korzekwę i in. [46] dla $n = 0.02$ i $\alpha = 0.5$ oraz z modelem Stupkiewicza i Mroza [95].

oznaczająca bezwymiarową prędkość spłaszczenia oraz znormalizowana efektywna twardość

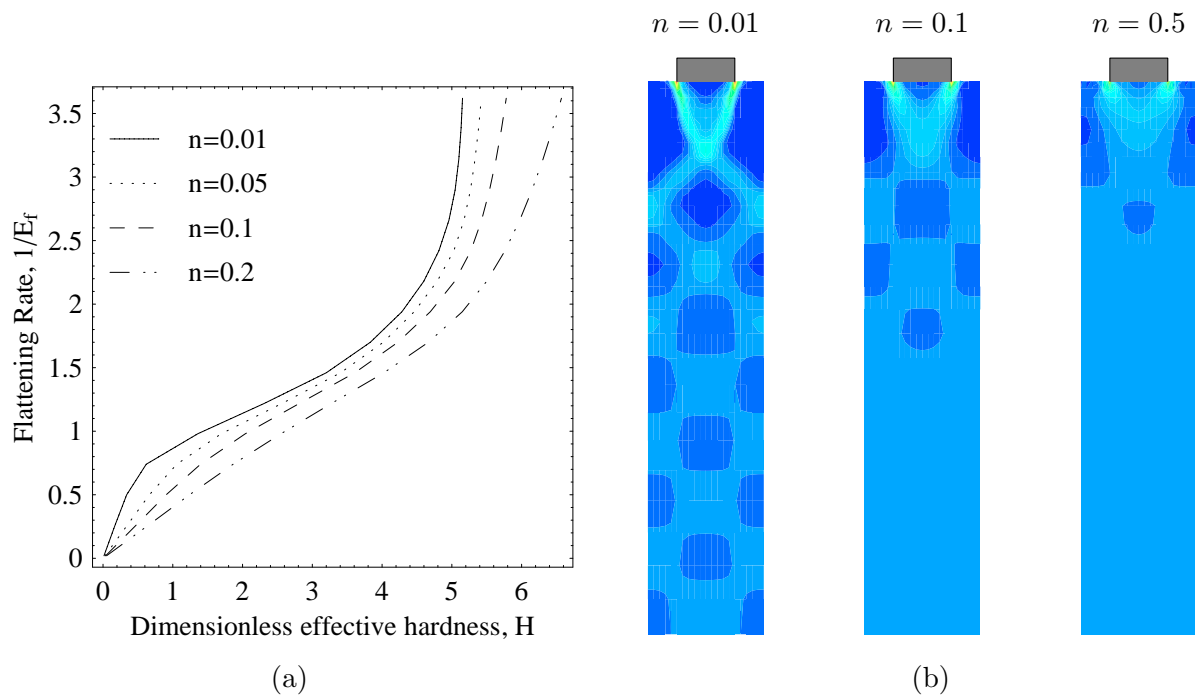
$$H = \frac{P_N}{\alpha}, \quad (\text{A.23})$$

gdzie $P_N = p_N/k$ oznacza bezwymiarowe makroskopowe ciśnienie kontaktowe. Ciśnienie p_N wynika z sił reakcji na spłaszczenie wymuszone warunkiem brzegowym (A.6).

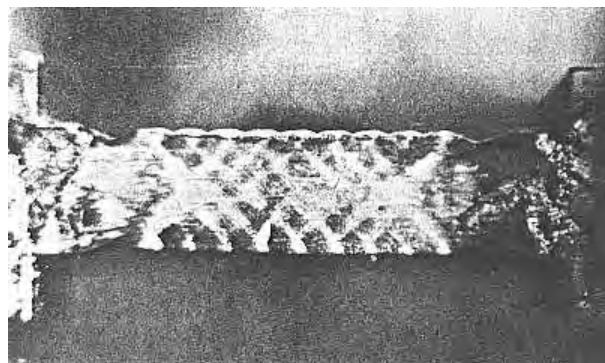
Do parametrów wejściowych prowadzonej analizy należą: rzeczywista powierzchnia kontaktu $\alpha = a/w$, bezwymiarowa prędkość odkształcenia E_f oraz lokalny czynnik tarcia m .

Zmianę bezwymiarowej prędkości spłaszczenia $1/E_f$ w funkcji znormalizowanej efektywnej twardości w warunkach bez tarcia przedstawiono na rysunku A.2. Uzyskane wyniki porównano z przewidywaniami modelu Stupkiewicza i Mroza [95] oraz z wynikami uzyskanymi przez Korzekwę i in. [46] przy pomocy dwóch programów elementów skończonych. Wszystkie modele przewidują, że dla zadanej wartości α wzrost makroskopowego ciśnienia powoduje wzrost $1/E_f$, czyli szybsze spłaszczenie nierówności powierzchni.

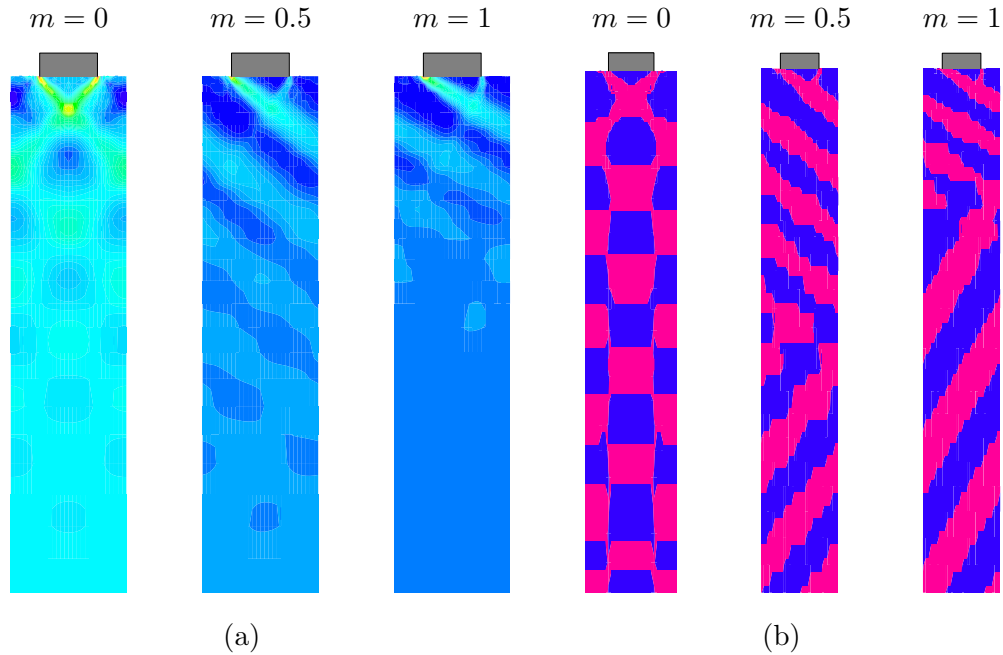
Dla wykładnika $n \rightarrow 0$ trudno jest uzyskać rozwiązanie. Na rysunku A.3(a) pokazano wpływ wartości n na zmianę $1/E_f$ w funkcji H . Dla n dążącego do zera bezwymiarowa prędkość spłaszczenia $1/E_f$ dąży do nieskończoności dla twardości $H \simeq 2 + \pi$. Wartość ta wynika z rozwiązania wciskania stempla w półprzestrzeń sztywno-plastyczną dla małych α (Hill [37], Szczepiński [100]). Na rysunku A.3(b) pokazane jest pole ekwiwalentnej prędkości odkształcenia dla trzech wybranych wartości wykładnika n . Gdy zachowanie materiału jest bliższe modelowi ciała idealnie sztywno-plastycznego (n dąży do zera) wówczas zaburzenie prezentowanej wielkości, wywołane chropowatością powierzchni, propaguje się w głąb materiału. Rozwiązanie jest jakościowo podobne do rozwiązania uzyskanego przez Sutcliffe'a [99] metodą linii poślizgu, potwierdzonego eksperymentalnie (patrz rysunek A.4). W przeciwnym przypadku (n dąży do jedności) strefa niejednorodnej deformacji nie jest tak mocno rozwinięta i koncentruje się przy powierzchni w okolicy stempla. Wyniki przedstawione poniżej odpowiadają wykładnikowi $n = 0.02$.



Rysunek A.3: Wpływ wartości wykładnika n w równaniu konstytutywnym (A.2) na: (a) zależność bezwymiarowej prędkości spłaszczania nierówności w funkcji znormalizowanej twardości i (b) pole efektywnej prędkości odkształcenia d_{II} przy $1/E_f = 2$ ($m = 0$, $\alpha = 0.5$).



Rysunek A.4: Linie poślizgu w próbce (klinowe nierówności na powierzchni) poddanej rozciąganiu ze ścisnaniem (Sutcliffe [99]).



Rysunek A.5: Ekwiwalentna prędkość odkształcenia dla bezwymiarowej prędkości spłaszczenia $1/E_f = 0.5$, $\alpha = 0.5$ oraz zmiennej wartości naprężenia stycznego P_T : (a) pole prędkości odkształcenia d_{II} i (b) obszary ekwiwalentnej prędkości odkształcenia większe (kolor czerwony) i mniejsze (kolor niebieski) od wartości makroskopowej D_{II} .

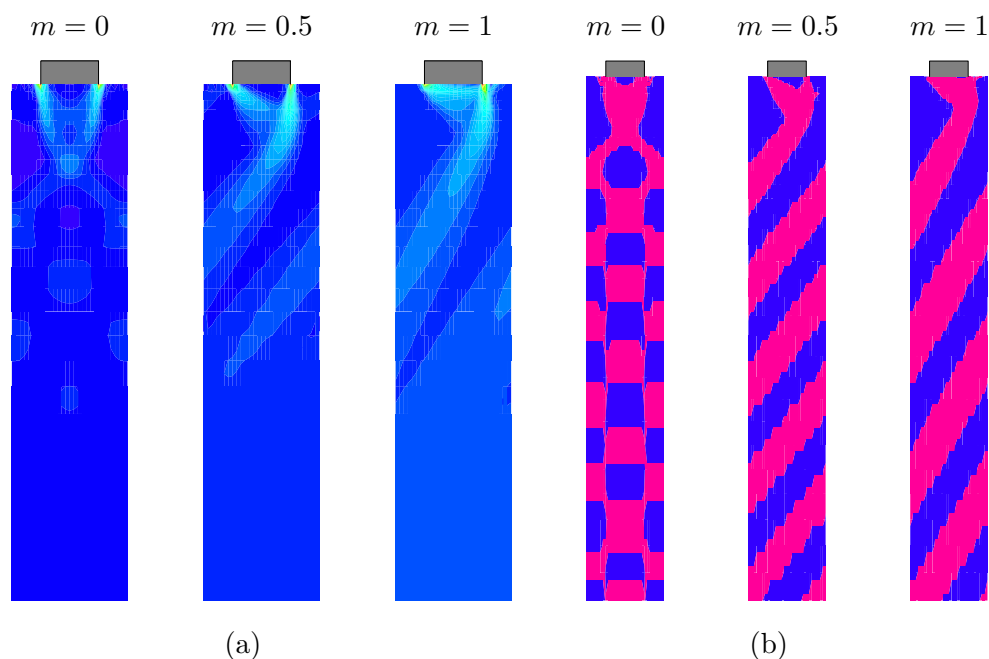
Podstawowy wynik jaki uzyskano w ramach prowadzonych rozważań został przedstawiony w rozdziale 2 na rysunku 2.9. Pokazano wpływ makroskopowego naprężenia stycznego P_T na zmianę bezwymiarowej prędkości spłaszczenia $1/E_f$ w funkcji efektywnej twardości H . Dla prędkości spłaszczenia $1/E_f > 1$ zwiększające się tarcie na szczytach nierówności ułatwia ich spłaszczanie. Wzrost czynnika tarcia m powoduje, że tę samą wartość prędkości spłaszczenia można uzyskać dla coraz mniejszej wartości nacisków kontaktowych. Zaskakujący wynik uzyskano dla prędkości spłaszczenia $1/E_f < 1$. W tym zakresie tarcie spowalnia spłaszczanie nierówności.

Na rysunkach A.5 i A.6 pokazane jest pole prędkości odkształcenia d_{II} dla różnych czynników tarcia i bezwymiarowej prędkości spłaszczenia równej odpowiednio $1/E_f = 0.5$ i $1/E_f = 3$. Pokazano jedynie górną część komórki reprezentatywnej. Zaobserwowano znaczące różnice pola deformacji dla małych ($1/E_f < 1$) i dużych ($1/E_f > 1$) prędkości spłaszczenia.

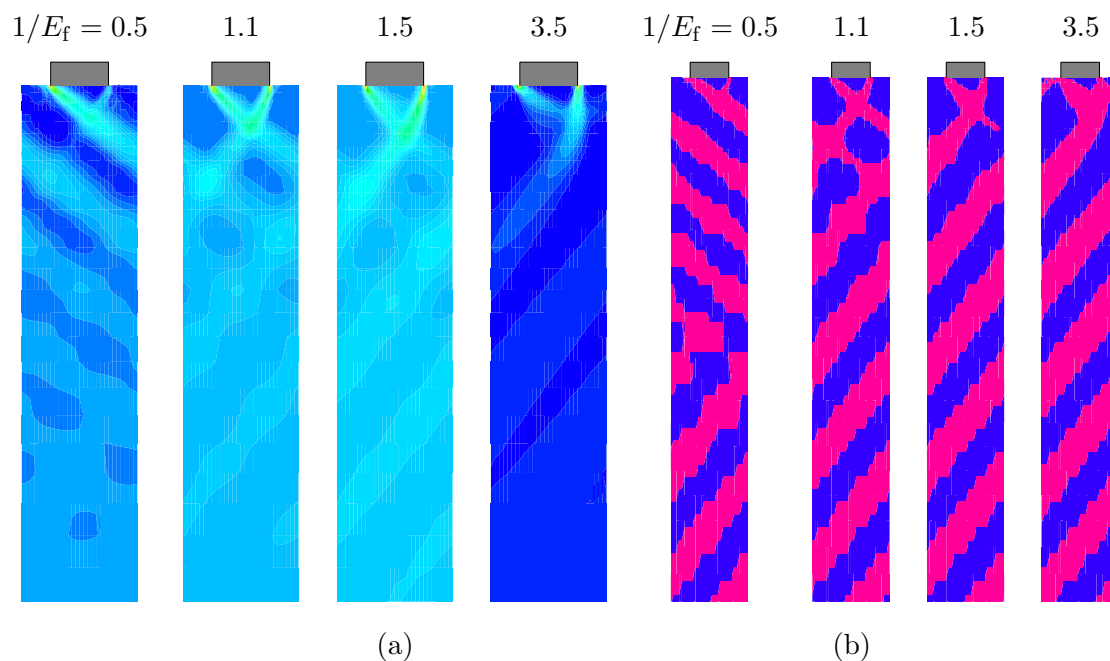
Zmiana ekwiwalentnej prędkości odkształcenia, przy stałym czynniku tarcia i zwiększającej się sile normalnej działającej na stempel, pokazana jest na rysunku A.7. Przykładowe rozwiązanie odpowiada krzywej $m = 0.5$ na rysunku 2.9.

Rozkład prędkości v_3 punktów powierzchni na całej szerokości komórki periodycznej dla dwóch różnych prędkości spłaszczenia jest pokazany na rysunku A.8. Stała prędkość pod stemplem wynika z warunku brzegowego (A.6). W przypadku braku tarcia rozkład prędkości jest symetryczny względem osi symetrii stempla. Działające tarcie ($m > 0$) zaburza symetryczny rozkład prędkości. Jego wpływ na rozkład profili prędkości został przedstawiony na rysunku A.8(a) dla prędkości spłaszczenia $1/E_f = 0.5$ i na rysunku A.8(b) dla $1/E_f = 3$.

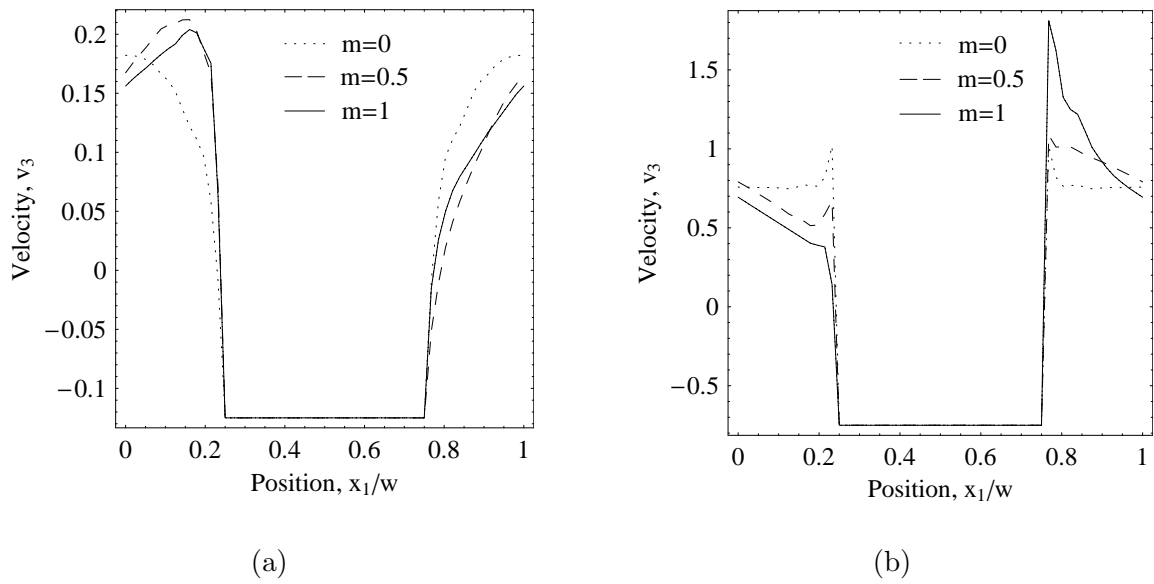
Na rysunku A.9 pokazano wybrane wartości bezwymiarowej prędkości spłaszczenia nierówności w płaszczyźnie (P_N, P_T). Różnice w oddziaływaniu tarcia przejawiają się zmi-



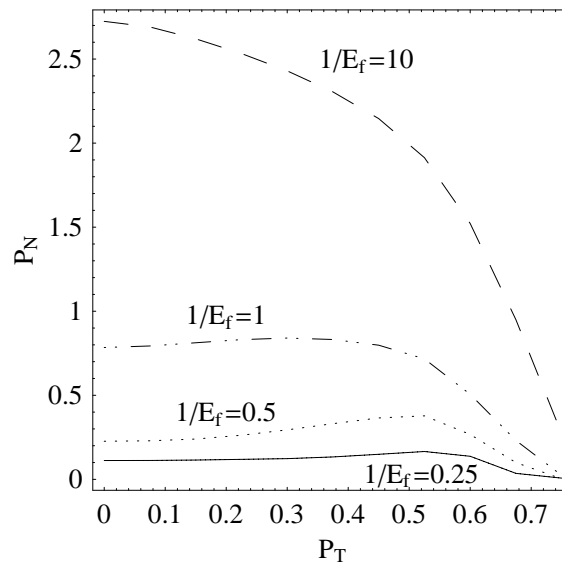
Rysunek A.6: Ekwiwalentna prędkość odkształcenia dla bezwymiarowej prędkości spłaszczenia $1/E_f = 3$, $\alpha = 0.5$ oraz zmiennej wartości naprężenia stycznego P_T : (a) pole prędkości odkształcenia d_{II} i (b) obszary ekwiwalentnej prędkości odkształcenia większe (kolor czerwony) i mniejsze (kolor niebieski) od wartości makroskopowej D_{II} .



Rysunek A.7: Zmiana ekwiwalentnej prędkości odkształcenia dla $\alpha = 0.5$ oraz różnych prędkości spłaszczenia $1/E_f$ nierówności przy ustalonym czynniku tarcia $m = 0.5$: (a) pole prędkości odkształcenia d_{II} i (b) obszary ekwiwalentnej prędkości odkształcenia większe (kolor czerwony) i mniejsze (kolor niebieski) od wartości makroskopowej D_{II} .



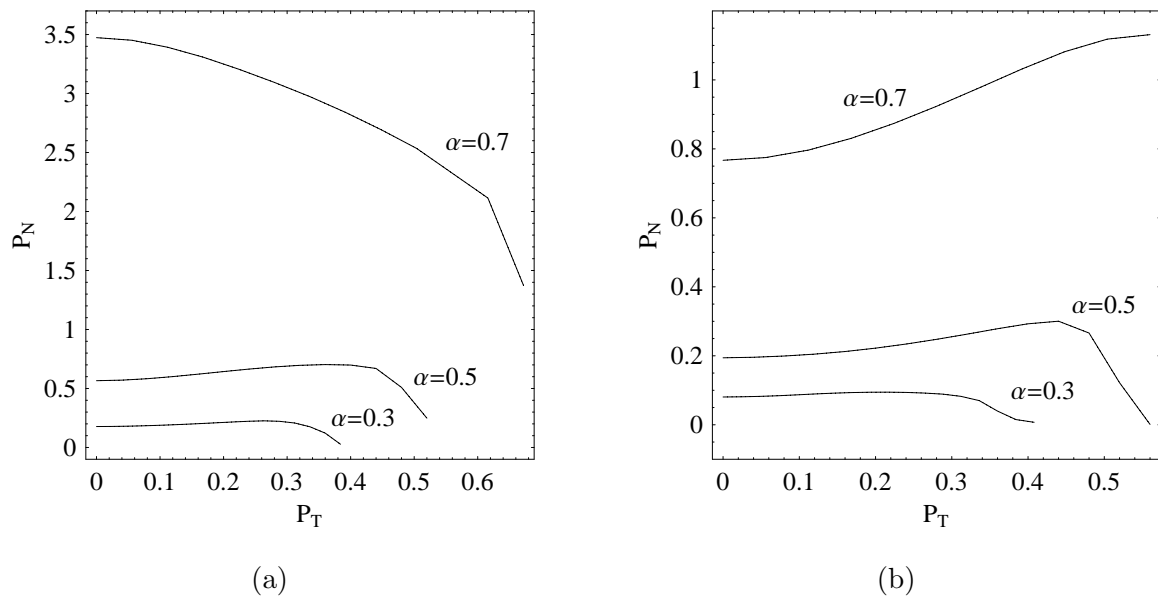
Rysunek A.8: Rozkład prędkości v_3 na powierzchni kontaktowej dla bezwymiarowej prędkości spłaszczenia (a) $1/E_f = 0.5$ i (b) $1/E_f = 3$ ($n = 0.02$, $\alpha = 0.5$).



Rysunek A.9: Zmiana makroskopowego ciśnienia P_N w funkcji makroskopowego naprężenia stycznego P_T dla wybranych bezwymiarowych prędkości spłaszczenia ($\alpha = 0.5$).

ną charakteru przedstawionych krzywych.

Zmiana kontaktowego ciśnienia P_N w funkcji makroskopowego naprężenia stycznego P_T dla różnych wartości α jest pokazana na rysunku A.10.



Rysunek A.10: Zmiana makroskopowego ciśnienia P_N w funkcji makroskopowego naprężenia stycznego P_T dla wybranych wartości rzeczywistej powierzchni kontaktu α przy bezwymiarowej prędkości spłaszczania (a) $1/E_f = 0.5$ i (b) $1/E_f = 1$.

Bibliografia

- [1] ABBOTT, E.J., FIRESTONE, F.A. Specifying surface quality. *Mechanical Engineering* 55 (1933), 569–572.
- [2] ANDREASEN, J.L., BAY, N., ANDERSEN, M., CHRISTENSEN, E., BJERRUM, N. Screening the performance of lubricants for the ironing of stainless steel with a strip reduction test. *Wear* 207 (1997), 1–5.
- [3] ANDREASEN, J.L., BAY, N., DE CHIFFRE, L. Quantification of galling in sheet metal forming by surface topography characterisation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 38 (1998), 505–510.
- [4] ARCHARD, J.F. Elastic deformation and the laws of friction. *Proceedings of the Royal Society of London A* 243 (1957), 190–205.
- [5] ARCHARD, J.F. The temperature of rubbing surfaces. *Wear* 2 (1958), 438–455.
- [6] AVITZUR, B. Boundary and hydrodynamic lubrication. *Wear* 139 (1990), 49–76.
- [7] BAHRAMI, M. *Modelling of thermal joint resistance for sphere-flat contacts in a vacuum*. PhD thesis, University of Waterloo, Ontario, Canada, 2004.
- [8] BAHRAMI, M., CULHAM, J.R., YOVANOVICH, M.M. Modelling thermal contact resistance: a scale analysis approach. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 126 (2004), 896–905.
- [9] BAHRAMI, M., CULHAM, J.R., YOVANOVICH, M.M., SCHNEIDER, G.E. Thermal contact resistance of nonconforming rough surfaces, part 1: contact mechanics model. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 18 (2004), 209–217.
- [10] BAHRAMI, M., CULHAM, J.R., YOVANOVICH, M.M., SCHNEIDER, G.E. Thermal contact resistance of nonconforming rough surfaces, part 2: thermal model. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 18 (2004), 218–227.
- [11] BAHRAMI, M., CULHAM, J.R., YOVANOVICH, M.M., SCHNEIDER, G.E. Review of thermal joint resistance models for nonconforming rough surfaces. *Applied Mechanics Reviews* 59 (2006), 1–12.
- [12] BARIANI, P.F., BERTI, G., DAL NEGRO, T., MASIERO, S. Experimental evaluation and FE simulation of thermal conditions at tool surface during cooling and deformation phases in hot forging operations. *CIRP Annals Manufacturing Technology* 51 (2002), 219–222.

-
- [13] BAY, N. Friction stress and normal stress in bulk metal-forming processes. *Journal of Mechanical Working Technology* 14 (1987), 203–223.
- [14] BAY, N., BECH, J.I., ANDREASEN, J.L., SHIMIZU, I. Studies on micro plasto hydrodynamic lubrication in metal forming. In *Metal forming science and practice*, J.G. Lenard, Ed. Elsevier, New York, 2002, ch.7, pp.115–134.
- [15] BAY, N., WANHEIM, T., PETERSEN, A.S. R_a and the average effective strain of surface asperities deformed in metal-working processes. *Wear* 34 (1975), 77–84.
- [16] BECH, J., BAY, N., ERIKSEN, M. Entrapment and escape of liquid lubricant in metal forming. *Wear* 232 (1999), 134–139.
- [17] BOWDEN, F.P., TABOR, D. *The Friction and Lubrication of Solids*. Oxford University Press, London, 1954.
- [18] BROOKS, A.N., HUGHES, T.J.R. Streamline Upwind/Petrov–Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier–Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 32 (1982), 199–259.
- [19] CARSLAW, H.S., JAEGER, J.C. *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, London, 1959.
- [20] CHANTRENNE, P., RAYNAUD, M. A microscopic thermal model for dry sliding contact. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 40 (1997), 1083–1094.
- [21] CIAVARELLA, M., MUROLO, G., DEMELIO, G. The electrical/thermal conductance of rough surfaces – the Weierstrass-Archard multiscale model. *International Journal of Solids and Structures* 41 (2004), 4107–4120.
- [22] CLAUSING, A.M. Heat transfer at the interface of dissimilar metals – the influence of thermal strain. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 9 (1966), 791–801.
- [23] CLAUSING, A.M., CHAO, B.T. Thermal contact resistance in a vacuum environment. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 87 (1965), 243–251.
- [24] COOPER, M.G., MIKIĆ, B.B., YOVANOVICH, M.M. Thermal contact conductance. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 12 (1969), 279–300.
- [25] DAS, A.K., SADHAL, S. Thermal constriction resistance between two solids for random distribution of contacts. *Heat and Mass Transfer* 35 (1999), 101–111.
- [26] ENLUB: Development of new environmentally acceptable lubricants, tribological tests and models for European sheet forming industry. FP5-GROWTH project G1RD-CT-2002-00740.
- [27] FENECH, H., ROHSENOW, W.M. Prediction of thermal conductance of metallic surfaces in contact. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 85 (1963), 15–24.

-
- [28] FOURMENT, L., CHENOT, J.L. Optimal design for non-steady-state metal forming processes—I. Shape optimization method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 39 (1996), 33–50.
- [29] FULLER, J.J., MAROTTA, E.E. Thermal contact conductance of metal/polymer joints. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 14 (2000), 283–286.
- [30] FURMAŃSKI, P., WIŚNIEWSKI, T.S. *Thermal Contact Resistance and Other Thermal Phenomena at Solid-Solid Interface*. Instytut Techniki Ciepłej, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2002.
- [31] GIBSON, R.D. The contact resistance of a semi-infinite cylinder in a vacuum. *Applied Energy* 2 (1976), 57–65.
- [32] GREENWOOD, J.A. A note on Nayak’s third paper. *Wear* 262 (2007), 225–227.
- [33] GREENWOOD, J.A., TRIPP, J.H. The elastic contact of rough spheres. *Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics* 89 (1967), 153–159.
- [34] GREENWOOD, J.A., WILLIAMSON, J.B.P. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London A* 295 (1966), 300–319.
- [35] GREENWOOD, J.A., WU, J.J. Surface roughness and contact: an apology. *Mechanica* 36 (2001), 617–630.
- [36] HEGAZY, A.A. *Thermal joint conductance of conforming rough surface: effect of surface micro-hardness variation*. PhD thesis, University of Waterloo, Department of Mechanical Engineering, Waterloo, Canada, 1985.
- [37] HILL, R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, Oxford, 1950.
- [38] JACKSON, R.L., BHAVNANI, S.H., FERGUSON, T.P. A multiscale model of thermal contact resistance between rough surfaces. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 130 (2008), 1–8.
- [39] JACOBS, R.B., STARR, C. Thermal conductance of metallic contacts. *Review of Scientific Instruments* 10 (1939), 140–141.
- [40] JOHNSON, K.L. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
- [41] KAKAÇ, S., YENER, Y. *Heat Conduction*. Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1985.
- [42] KIMURA, Y., CHILDS, T.H.C. Surface asperity deformation under bulk plastic straining conditions. *International Journal of Mechanical Sciences* 41 (1999), 283–307.
- [43] KOBAYASHI, S., OH, S.-I., ALTAN, T. *Metal Forming and the Finite Element Method*. Oxford University Press, New York, 1989.
- [44] KORELC, J. Automatic generation of numerical codes with introduction to AceGen 4.0 symbolic code generator. Available at <http://www.fgg.uni-lj.si/Symech/>.

- [45] KORELC, J. Computational Templates. User manual. Available at <http://www.fgg.uni-lj.si/Symech/>.
- [46] KORZEKWA, D.A., DAWSON, P.R., WILSON, W.R.D. Surface asperity deformation during sheet forming. *International Journal of Mechanical Sciences* 34 (1992), 521–539.
- [47] KUCHARSKI, S., KLIMCZAK, T., POLIJANIUK, A., KACZMAREK, J. Finite-elements model for the contact of rough surfaces. *Wear* 177 (1994), 1–13.
- [48] LAMBERT, M.A., FLETCHER, L.S. Review of models for thermal contact conductance of metals. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 11 (1997), 129–140.
- [49] LAMBERT, M.A., FLETCHER, L.S. Thermal contact conductance of spherical metals. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 119 (1997), 684–690.
- [50] LARAQI, N. Velocity and relative contact size effects on the thermal constriction resistance in sliding solids. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 119 (1997), 173–177.
- [51] LARAQI, N., BAIRI, A. New models of thermal resistance at the interface of solids connected by random disk contacts. *C.R. Mecanique* 330 (2002), 39–43.
- [52] LE, H.R., SUTCLIFFE, M.P.F. Evolution of surface pits on stainless steel strip in cold rolling and strip drawing. *Transactions of the ASME Journal of Tribology* 125 (2003), 384–390.
- [53] LENARD, J.G., DAVIES, M.E. An experimental study of heat transfer in metal-forming processes. *Annals of the CIRP* 41 (1992), 307–310.
- [54] LEWIS, R.W., MORGAN, K., THOMAS, H.R., SEETHARAMU, K.N. *The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis*. Wiley, New York, 1996.
- [55] LI, Y.Z., MADHUSUDANA, C.V., LEONARDI, E. On the enhancement of the thermal contact conductance: effect of loading history. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 14 (2000), 540–547.
- [56] LO, S., WILSON, W.R.D. A theoretical model of micro-pool lubrication in metal forming. *Transactions of the ASME Journal of Tribology* 121 (1999), 731–738.
- [57] MADHUSUDANA, C.V. *Thermal Contact Conductance*. Springer, 1996.
- [58] MAJUMDAR, A., TIEN, C.L. Fractal network model for contact conductance. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 113 (1991), 516–525.
- [59] MALINOWSKI, Z., LENARD, J.G., DAVIES, M.E. A study of the heat-transfer coefficient as a function of temperature and pressure. *Journal of Materials Processing Technology* 41 (1994), 125–142.
- [60] MARCHAND, A.S., RAYNAUD, M. Numerical determination of thermal contact resistance for nonisothermal forging processes. *Transactions of the ASME Journal of Heat Transfer* 122 (2000), 776–784.

-
- [61] MARCINISZYN, A., SADOWSKI, P. Strip reduction test for strips with pockets. Tech. rep., ENLUB/2003, PMMN, IPPT PAN Warszawa, 2003.
- [62] MARCINISZYN, A., STUPKIEWICZ, S. Mikromechaniczna analiza przepływu smaru między powierzchniami chropowatymi. Tech. rep., ENLUB/2006/4, PMMN, IPPT PAN Warszawa, 2006.
- [63] MICARI, F., FRATINI, L., ALBERTI, N. An explicit model for the thermal-mechanical analysis of hot metal forming processes. *Annals of the CIRP* 44 (1995), 193–196.
- [64] MIKIĆ, B.B. Thermal constriction resistance due to non-uniform surface conditions; contact resistance at non-uniform interface pressure. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 13 (1970), 1497–1500.
- [65] MIKIĆ, B.B. Analytical studies of contact of nominally flat surfaces; effect of previous loading. *Transactions of the ASME Journal of Lubrication Technology* 93 (1971), 451–456.
- [66] MIKIĆ, B.B. Thermal contact conductance; theoretic considerations. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 17 (1974), 205–214.
- [67] MIKIĆ, B.B., ROHSENOW, W.M. Thermal contact conductance. Tech. rep., Department of Mechanical Engineering MIT, Cambridge, Massachusetts, 1966.
- [68] MONTMITONNET, P. Plasto-hydrodynamic lubrication (PHD) – application of lubrication theory to metal forming processes. *C.R. Physique* 2 (2001), 729–737.
- [69] MRÓZ, Z., STUPKIEWICZ, S. Constitutive model of adhesive and ploughing friction in metal-forming processes. *International Journal of Mechanical Sciences* 40 (1998), 281–303.
- [70] NAYAK, P.R. Random process model of rough surfaces. *Transactions of the ASME Journal of Lubrication Technology* 93 (1971), 398–407.
- [71] NAYAK, P.R. Random process model of rough surfaces in plastic contact. *Wear* 26 (1973), 305–333.
- [72] NAYAK, P.R. Some aspects of surface roughness measurement. *Wear* 26 (1973), 165–174.
- [73] NEGUS, K.J., YOVANOVICH, M.M. Application of the method of optimized images to the steady three dimensional conduction problems. *ASME*, 84-WA/HT-110 (1984).
- [74] NHO, K.M. *Experimental investigation of heat flow rate and directional effect on contact conductance of anisotropic ground/lapped interfaces*. PhD thesis, University of Waterloo, Department of Mechanical Engineering, Waterloo, Canada, 1990.
- [75] NOWICKI, B. *Struktura geometryczna: chropowatość i falistość powierzchni*. Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa, 1991.

- [76] NSHAMA, W., JESWIET, J. Evaluation of temperature and heat transfer conditions at the metal-forming interface. *Annals of the CIRP 44* (1995), 201–204.
- [77] OLSSON, D.D. *Limits of Lubrication in Sheet Metal Forming of Stainless Steel*. PhD thesis, IPL, DTU Denmark, 2003.
- [78] OLSSON, D.D., BAY, N., ANDREASEN, J.L. Prediction of limits of lubrication in strip reduction testing. *Annals of the CIRP 53* (2004), 231–234.
- [79] OROWAN, E. The calculation of roll pressure in hot and cold flat rolling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 150* (1943), 140–167.
- [80] PIETRZYK, M., LENARD, J.G. A study of heat transfer during flat rolling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering 30* (1990), 1459–1469.
- [81] PULLEN, J., WILLIAMSON, J.B.P. On the plastic contact of rough surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London A 327* (1972), 159–173.
- [82] ROESS, L.C. Theory of spreading conductance. (*Unpublished paper*) (1950).
- [83] ROGERS, G.F.C. Heat transfer at the interface of dissimilar metals. *International Journal of Heat and Mass Transfer 2* (1961), 150–154.
- [84] ROSTAMI, A.A., HASSAN, A.Y., LIM, P.C. Parametric study of thermal constriction resistance. *Heat and Mass Transfer 37* (2001), 5–10.
- [85] SADOK, L., PIETRZYK, M., PACKO, M., LENARD, J.G. A study of the interface heat transfer coefficient in metal-forming processes. In *First International Conference on Transport Phenomena in Processing* (Honolulu, Hawaii, 22–26, March 1992), S.I. Güçeri, Ed., CRC Press.
- [86] SADOWSKI, P. Strip reduction test for polymer coated sheets. Tech. rep., EN-LUB/2005/5, PMMN, IPPT PAN Warszawa, 2005.
- [87] SALTİ, B., LARAQI, N. 3–D numerical modelling of heat transfer between two sliding bodies: temperature and thermal contact resistance. *International Journal of Heat and Mass Transfer 42* (1999), 2363–2374.
- [88] SANCHEZ-PALENCIA, E. Boundary layers and edge effects in composites. In *Homogenization Techniques for Composite Media*, E.Sanchez-Palencia and A.Zaoui, Eds., vol.272 of *Lecture Notes in Physics*. Springer, Berlin, 1987, pp.121–192.
- [89] SCHEDIN, E. Galling mechanisms in sheet forming operations. *Wear 179* (1994), 123–128.
- [90] SCHEDIN, E., LEHTINEN, B. Galling mechanisms in lubricated systems: a study of sheet metal forming. *Wear 170* (1993), 119–130.
- [91] SEVOSTIANOV, I., KACHANOV, M. Contact of rough surfaces: a simple model for elasticity, conductivity and cross-property connections. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids 56* (2008), 1380–1400.

-
- [92] SHAW, M.C., BER, A., MAMIN, P.A. Friction characteristics of sliding surfaces undergoing subsurface plastic flow. *Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering* 82 (1960), 342–346.
- [93] SONG, S., YOVANOVICH, M.M. Relative contact pressure: dependence on surface roughness and Vickers microhardness. *AIAA Journal of Thermophysics* 2 (1988), 43–47.
- [94] STUPKIEWICZ, S. *Micromechanics of Contact and Interphase Layers*. Springer, Berlin, 2007.
- [95] STUPKIEWICZ, S., MRÓZ, Z. Phenomenological model of real contact area evolution with account for bulk plastic deformation in metal forming. *International Journal of Plasticity* 19 (2003), 323–344.
- [96] STUPKIEWICZ, S., MRÓZ, Z. A model of third body abrasive friction and wear in hot metal forming. *Wear* 231 (1999), 124–138.
- [97] STUPKIEWICZ, S., MRÓZ, Z. Friction model accounting for bulk deformation in metal forming. In *5th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes* (Jeju Island, Korea, 21-25, October 2002), pp.459–464.
- [98] STUPKIEWICZ, S., SADOWSKI, P., MARCINISZYN, A., LENGIEWICZ, J. Thermomechanical model of lubricant film breakdown. Tech. rep., ENLUB/Deliverable D32, PMMN, IPPT PAN Warszawa, 2005.
- [99] SUTCLIFFE, M.P.F. Surface asperity deformation in metal forming processes. *International Journal of Mechanical Sciences* 30 (1988), 847–868.
- [100] SZCZEPIŃSKI, W. *Wstęp do analizy procesów obróbki plastycznej*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1967.
- [101] THOMAS, T.R., PROBERT, S.D. Thermal contact of solids. *Chemical and Process Engineering* (1966), 1–12.
- [102] THOMAS, T.R., PROBERT, S.D. Thermal contact resistance: the directional effect and other problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 13 (1970), 789–807.
- [103] VAN DER HEIDE, E., SCHIPPER, D.J. Galling initiation due to frictional heating. *Wear* 254 (2003), 1127–1133.
- [104] VICK, B., FUREY, M.J. A basic theoretical study of the temperature rise in sliding contact with multiple contacts. *Tribology International* 34 (2001), 823–829.
- [105] WANHEIM, T., BAY, N. Real area of contact and friction stress at high pressure sliding contact. *Wear* 38 (1976), 201–209.
- [106] WANHEIM, T., BAY, N., PETERSEN, A.S. A theoretically determined model for friction in metal working processes. *Wear* 28 (1974), 251–258.

- [107] WILLIAMS, A. Comment on Rogers' paper "Heat transfer at the interface of dissimilar metals". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 3 (1961), 159.
- [108] WILSON, W.R.D., SCHIMD, S.R., LIU, J. Advanced simulations for hot forging: heat transfer model for use with the finite element method. *Journal of Materials Processing Technology* 155–156 (2004), 1912–1917.
- [109] WILSON, W.R.D., SHEU, S. Real area of contact and boundary friction in metal forming. *International Journal of Mechanical Sciences* 30 (1988), 475–489.
- [110] WIŚNIEWSKI, T.S. *Badanie wymiany ciepła przy periodycznym styku ciał stałych*. PhD thesis, Politechnika Warszawska, Warszawa, 1992.
- [111] WIŚNIEWSKI, T.S., FURMAŃSKI, P. Thermal contact conductance of valve face/seat interface in IC engine. *Thermal Conductivity* 24 (1999), 97–104.
- [112] <http://www.wolfram.com>.
- [113] WRIGGERS, P. *Computational Contact Mechanics*. Wiley, New York, 2002.
- [114] YOVANOVICH, M.M. Overall constriction resistance between contacting rough, wavy surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 12 (1969), 1517–1520.
- [115] YOVANOVICH, M.M. Four decades of research on thermal contact, gap, and joint resistance in microelectronics. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies* 28 (2005), 182–206.
- [116] YOVANOVICH, M.M., BURDE, S.S., THOMPSON, C.C. Thermal constriction resistance of arbitrary planar contacts with constant flux. *AIAA, Paper No. 76-440 56* (1976), 126–139.
- [117] YOVANOVICH, M.M., FENECH, H. Thermal contact conductance of nominally flat, rough surfaces in a vacuum environment. *Thermophysics and Temperature Control of Spacecraft and Entry Vehicles* 18 (1966), 773–794.
- [118] YÜNCÜ, H. Thermal contact conductance of nominally flat surfaces. *Heat and Mass Transfer* 43 (2006), 1–5.
- [119] ZHANG, X., CONG, P.Z., FUJII, M. A study on thermal contact resistance at the interface of two solids. *International Journal of Thermophysics* 27 (2006), 880–895.
- [120] ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L., SHERWIN, S.J., PEIRO, J. On discontinuous Galerkin methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 58 (2003), 1119–1148.