PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY

OPEN ACCESS

Hubert GRZYWACZ
ORCID: 0000-0001-6564-0330
DOI: 10.15199/48.2026.08.23

Wyznaczanie rzeczywistych i modelowych charakterystyk obciążeniowych motoreduktora (szczotkowy mikrosilnik prądu stałego i przekładnia planetarna) w stanie ustalonym

The determination of the actual and model-based performance curve of a DC gearmotor (brushed DC micromotor and planetary gear-box) under steady-state conditions

Hubert Grzywacz: Politechnika Warszawska, Instytut Mikromechaniki i Fotoniki, ul. Św. A. Boboli 8, 02-525 Warszawa, e-mail: hubert.grzywacz@pw.edu.pl; Polska Akademia Nauk, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, ul. A. Pawińskiego 5B, 02-106 Warszawa, e-mail: hgrzywa@ippt.pan.pl

Adres do korespondencji: hubert.grzywacz@pw.edu.pl

Streszczenie: W niniejszej pracy przedstawiono metodykę wyznaczania charakterystyk obciążeniowych motoreduktora, którego budowa opiera się na szczotkowym mikrosilniku prądu stałego i dołączonej szeregowo trójstopniowej przekładni planetarnej. Przedstawiono opis matematyczny motoreduktora i metodykę wyznaczania parametrów: rezystancji, stałej momentu, sprawności przekładni planetarnej. Omawiane parametry poddano weryfikacji na podstawie kart katalogowych producenta mikrosilnika i przekładni planetarnej. Zaproponowana metodyka pomiarowa pozwala na wyznaczenie parametrów i charakterystyk motoreduktora nawet wtedy, gdy producent nie oferuje kart katalogowych lub zawierają one niepełne informacje.

Słowa kluczowe: motoreduktor, charakterystyki obciążeniowe, moc wyjściowa, sprawność

Abstract: This paper presents a methodology for determining the performance curve of a DC gearmotor whose design is based on a brushed DC micromotor and three-stage planetary gearbox. A mathematical description of the DC gearmotor was presented, along with a methodology for determining parameters such as resistance, torque (speed) constant, and the efficiency of the planetary gearbox. The mentioned parameters of the DC gearmotor were verified using the manufacturer's datasheets for the brushed DC motor and the planetary gearbox. The proposed measurement methodology enables the determination of the parameters and performance curve of the DC gearmotor even when the manufacturer does not provide datasheets or when the available information is incomplete.

Keywords: DC gearmotor, performance curve, output power, efficiency

Wstęp

Motoreduktory zbudowane z szczotkowego mikrosilnika prądu stałego i kompaktowej przekładni planetarnej (obiegowej), znajdują szerokie zastosowanie w przemyśle, konstrukcjach drobnych urządzeń precyzyjnych w roli napędów i układów pozycjonujących. Użycie motoreduktorów obserwuje się m.in. w robotyce, automatyce, urządzeniach medycznych, przemyśle konsumenckim (np. wkrętarki zasilane bateryjnie, motoreduktory modelarskie). Ich prosta i kompaktowa, małych rozmiarów budowa, cieszy się uznaniem wśród konstruktorów, ponieważ charakteryzują się wysoką niezawodnością, łatwym sterowaniem napięciowym itp.

Dołączenie szeregowo przekładni planetarnej do pracy z mikrosilnikiem prądu stałego powoduje redukcję prędkości obrotowej – wałek wyjściowy reduktora obraca się wolniej niż wałek silnika. Z kolei moment napędowy na wałku reduktora jest wyższy niż moment na wałku silnika, a współczynnikiem proporcjonalności jest iloczyn przełożenia reduktora przez jego sprawność. W dobie kryzysu energetycznego i efektywnego wykorzystywania układów napędowych, dobór motoreduktora małych rozmiarów przeprowadza się na podstawie charakterystyki mocy wyjściowej (moc na wałku wyjściowym) i sprawności całkowitej układu w funkcji momentu obciążającego wałek wyjściowy. Kolejne dwie charakterystyki: prędkości kątowej i natężenia prądu w uzwojeniu mikrosilnika, stanowią podstawę sterowania omawianym układem.

Wspomniane charakterystyki motoreduktora w funkcji momentu obciążającego można uzyskać minimum na trzy sposoby. Najprostszym z nich jest odszukanie wykresów w kartach katalogowych producentów, przykładem są karty firmy POLOLU [1], RIC MOTOR [2]. Nieco trudniejszym sposobem jest przeprowadzenie symulacji numerycznych bądź obliczeń matematycznych samodzielnie. Sięgając po karty katalogowe producentów, np. ASSUN MOTOR [3], PORTESCAP [4], MAXON [5], FAULHABER [6], należy odszukać pięć podstawowych wielkości: dla mikrosilnika jego rezystancję uzwojenia, stałą momentu (napięcia), natężenie prądu biegu jałowego, zaś dla przekładni redukcyjnej jej sprawność

i przełożenie. Zakładając stałe napięcie zasilania silnika i znając model matematyczny opisujący motoreduktor, można wyznaczyć omawiane charakterystyki w funkcji momentu hamującego wałek wyjściowy. Przykład metody symulacyjnej wyznaczania omawianych charakterystyk opisano w pracy [7]. Trzecią metodą są pomiary eksperymentalne, prowadzone przede wszystkim wówczas, gdy producent nie oferuje kart katalogowych produktu bądź są one niepełne i nie zawierają istotnych informacji. Metodę eksperymentalną prowadzi się także w celu precyzyjnego wyznaczenia własności motoreduktora, bowiem karty katalogowe stanowią cenną, aczkolwiek orientacyjną informację o omawianym komponencie, a parametry rzeczywistego produktu mogą nieco odbiegać od katalogowych.

W niniejszej publikacji zaprezentowano eksperymentalną metodę otrzymywania obciążeniowych charakterystyk motoreduktora na zbudowanym stanowisku badawczym. Eksperyment oparto na zbadaniu komponentów firmy PORTESCAP. Karty katalogowe mikrosilnika i przekładni planetarnej wykorzystano w celu weryfikacji wyznaczenia parametrów mikrosilnika: rezystancji i stałej momentu (napięcia), z kolei dla przekładni planetarnej zweryfikowano wyznaczenie jej sprawności. Przedstawiono również opis modelowych charakterystyk motoreduktora.

Opis teoretyczny rozpatrywanego motoreduktora

Przykład analizowanego w artykule mikrosilnika prądu stałego firmy PORTESCAP pokazano na rysunku 1. Wirnik w tym przypadku przypomina kształt kubka (tzw. wirnik kubkowy), który zbudowany jest z uzwojenia miedzianego, łączonego żywicą syntetyczną. Połączenie elektryczne pomiędzy źródłem zasilania zewnętrznego a uzwojeniem wirnika zapewniają komutatory i szczotki. Wałek mikrosilnika ułożyskowany jest na dwóch łożyskach ślizgowych. Nieruchomy magnes znajduje się wewnątrz wirnika i jest źródłem stałego pola magnetycznego.

W celu objaśnienia generowania momentu napędowego w mikrosilniku według [8, 9], zakłada się, że wirnik stanowi jedna ramka z przewodnika prądu elektrycznego w kształcie, przedstawionym na rysunku 2. Gdy przez ramkę o długości L, umieszczoną w polu magnetycznym o indukcji B płynie prąd o natężeniu I, wytwarza się siła elektrodynamiczna F:

$$F = BIL \tag{1}$$

Gdy w silniku występuje liczba zwojów z, moment M rozwijany przez silnik jest równy:

$$M = \frac{1}{2} \cdot Frz = \frac{1}{2} \cdot BILrz = \left(\frac{1}{2} \cdot BLrz \right) I = KI \tag{2}$$

w którym r jest promieniem wirnika, K jest współczynnikiem opisującym zależność momentu od natężenia prądu pobieranego przez silnik, zwanym potocznie stałą momentu. Zależy ona od liczby zwojów wirnika, jego wymiarów i wartości indukcji pola magnetycznego magnesu B. Jednostka stałej K to [Nm·A^{-1}].

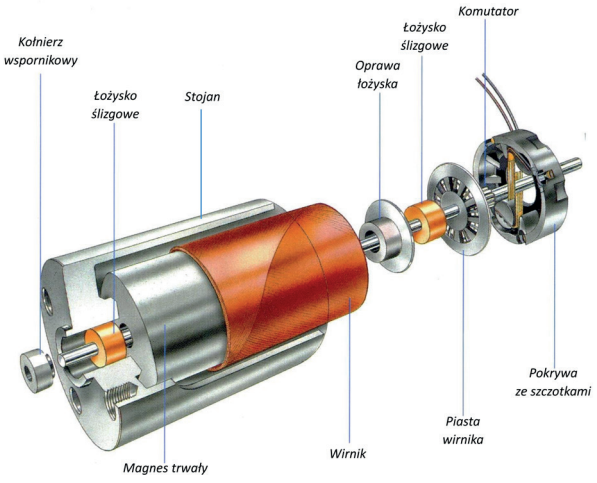
Wspomniany model ramki wirnika silnika z rysunku 2 obraca się wokół osi OO' w polu magnetycznym B z prędkością liniową v. Stąd, wytwarza się w niej siła elektromotoryczna E:

$$E = vBL \tag{3}$$

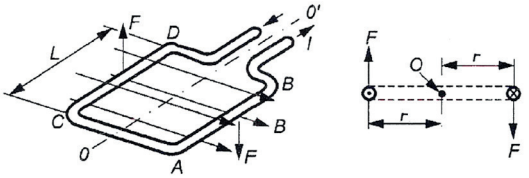
którą można zinterpretować jako pewną część wartości napięcia indukowanego w silniku. Ponieważ wirnik składa się z liczby zwojów z, napięcie indukowane U_{ind} jest równe:

$$U_{ind} = \frac{1}{2} \cdot Ez = \frac{1}{2} \cdot vBLz = \left(\frac{1}{2} \cdot rBLz \right) \omega_s = K\omega_s \tag{4}$$

gdzie ω_s jest prędkością kątową wirnika (jednocześnie wałka wirnika silnika). W tym przypadku K jest tzw. stałą napięcia, równą co do wartości stałej momentu, lecz z jednostką [V·s·rad^{-1}]. Generalnie, mikrosilnik prądu stałego w trybie pracy ustalonej ($\omega_s = const$), można opisać dwoma podstawowymi wzorami [8]: równaniem równowagi napięć:



Rys. 1. Przekrój mikrosilnika prądu stałego z wirnikiem kubkowym na podstawie [10]



Rys. 2. Zasada powstawania momentu napędowego w silniku prądu stałego [8]

(5) $$U = U_R + U_{ind} = R_t I + K\omega_s$$

oraz równaniem równowagi momentów:

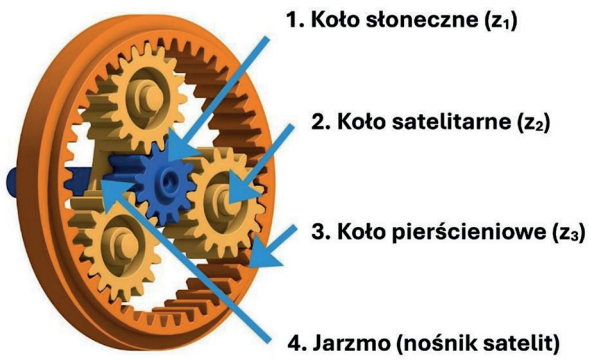
(6) $$KI = M_F + M_D + M_H = KI_0 + K_D\omega_s + \frac{M_{obc}}{i\eta_r}$$

w którym:
U – całkowite napięcie zasilania mikrosilnika,
U_R – spadek napięcia spowodowany rezystancją uzwojeń wirnika,
R_t – rezystancja uzwojeń wirnika,
M_F – moment strat silnika spowodowany tarciem w łożyskach i szczotek o komutator,
M_D – moment strat silnika spowodowany tłumieniem lepkim w silniku (opory powietrza pomiędzy stojanem, wirnikiem i obudową),
M_H – moment obciążający wałek mikrosilnika,
I_0 – natężenie prądu biegu jałowego silnika (bez obciążenia momentem zewnętrznym),
K_D – stała tłumienia lepkiego w silniku,
M_{obc} – moment obciążający wałek wyjściowy,
i – przełożenie przekładni planetarnej,
η_r – sprawność przekładni planetarnej.

Sprawność mikrosilnika prądu stałego uzależniona jest od pewnych składowych. Najczęstsze straty pojawiające się podczas jego pracy to: wydzielanie ciepła z uzwojenia wirnika (prawo Joule'a), straty mocy wynikające z tarcia Coulomba (tarcie w łożyskowaniu i komutatora o szczotki) oraz tłumienie lepkie powietrza wewnątrz silnika. Ponieważ rozważany silnik posiada wirnik bezrdzeniowy, nie występują w nim straty wynikające z indukowanych prądów wirowych. W omawianym modelu można także pominąć składową strat lepkościowych M_D.

W sposób szeregowy do mikrosilnika prądu stałego dołączono reduktor w postaci trójstopniowej przekładni planetarnej. Pozwala ona na zwiększenie momentu obciążającego, np. przy napędach mechanizmu oraz redukcję prędkości obrotowej, w odniesieniu do parametrów mikrosilnika prądu stałego. Charakteryzuje je kompaktowa konstrukcja, w małej objętości mogą być realizowane przełożenia ponad 100. Kolejnymi zaletami są: stosunkowo wysoka sprawność (dla trójstopniowej nawet 60%) i długa żywotność. Straty w przekładni planetarnej pochodzą najczęściej od tarcia w zazębieniach oraz ułożyskowaniu. Ponadto producenci mikrosilników oferują w sprzedaży kompatybilne reduktory planetarne, które z łatwością można zmontować po zakupie obu komponentów. Na rysunku 3 pokazano schemat jednostopniowej przekładni planetarnej.

Odnosząc się do oznaczeń z rysunku 3, przełożenia redukcyjne (powyżej jedności) przekładni planetarnej można zrealizować na trzy sposoby [11]:



Rys. 3. Schemat ideowy jednostopniowej przekładni planetarnej: 1 – koło centralne słoneczne (liczba zębów z_1), 2 – satelita (liczba zębów z_2), 3 – koło centralne pierścieniowe (liczba zębów z_3), 4 – jarzmo

a) gdy nieruchome jest jarzmo 4, człon czynny – koło słoneczne 1, a człon bierny – koło pierścieniowe 3,
b) gdy nieruchome jest koło pierścieniowe 3, człon czynny – koło słoneczne 1, a człon bierny – jarzmo 4,
c) gdy nieruchome jest koło słoneczne 1, człon czynny – koło pierścieniowe 3, a człon bierny – jarzmo 4.

Model matematyczny charakterystyk obciążeniowych motoreduktora

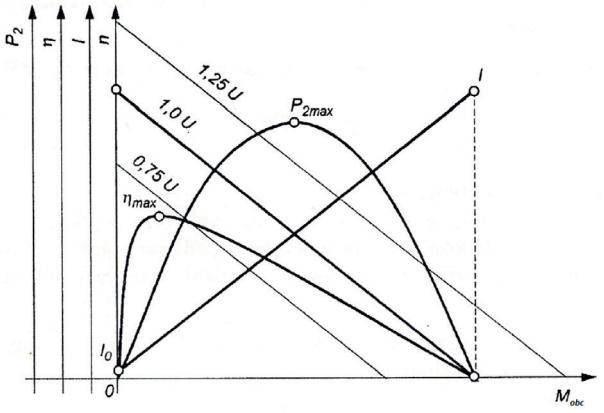
Przy wyznaczaniu charakterystyk motoreduktora pomija się człon momentu tarcia spowodowanego tłumieniem lepkim w silniku, ponieważ stałe tłumienia lepkiego w silniku często nie są podawane w kartach katalogowych, a ich wartości są rzędu 10^{-7} Nms [8]. Kolejnym założeniem do badań jest utrzymywanie stałego napięcia zasilania mikrosilnika i niezmienności współczynników opisujących motoreduktor. Najprostszy do wyznaczenia jest przebieg natężenia prądu w funkcji momentu obciążenia wałka wyjściowego, wynikający wprost z równania momentów (6), stąd jest to funkcja liniowa rosnąca:

(7) $$I\left(M_{obc}\right) = I_0 + \frac{1}{Ki\eta_r}\cdot M_{obc}$$

Charakterystyka prędkości kątowej motoreduktora ω_r w funkcji M_{obc} wynika z (5) i (7) oraz faktu, iż prędkość wałka mikrosilnika jest iloczynem przełożenia reduktora i przez ω_r:

(8) $$\omega_r\left(M_{obc}\right) = \frac{U - R_t I_0}{Ki} - \frac{R_t}{\eta_r\left(Ki\right)^2}\cdot M_{obc}$$

więc również jest to zależność liniowa, lecz malejąca. Warto zwrócić uwagę na fakt, iż nachylenie tzw. charakterystyki mechanicznej jest stałe, zaś wyraz wolny zależy m.in. od napięcia zasilania silnika (im większe napięcia zasilania, charakterystyka przesuwa się w górę).



Rys. 4. Modelowe charakterystyki obciążeniowe motoreduktora dla stałego napięcia zasilania na podstawie [8]

Przebieg mocy wyjściowej P_2, czyli mocy na wałku wyjściowym, jest iloczynem M_{obc} przez ω_r według (8):

$$(9)\quad P_2\left(M_{obc}\right)=M_{obc}\cdot\omega_r=M_{obc}\cdot\left(\frac{U-R_tI_0}{Ki}-\frac{R_t}{\eta_r\left(Ki\right)^2}\cdot M_{obc}\right)$$

i jest to parabola skierowana ramionami w dół i z wartością maksymalną, występującą dla połowy maksimum M_{obc} (a także dla połowy prędkości kątowej biegu jałowego reduktora ω_{r0}). Sprawność całkowita motoreduktora η_c obliczana jest jako iloraz mocy P_2 według (9) przez moc wejściową P_1:

$$(10)\quad \eta_c\left(M_{obc}\right)=\frac{P_2}{P_1}=\frac{M_{obc}\cdot\omega_r}{U\cdot I}$$

Przebieg modelowych charakterystyk obciążeniowych według (7)–(10) przedstawiono na rysunku 4.

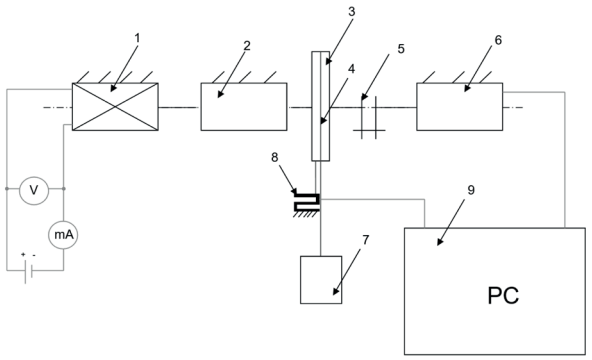
Z rysunku 4 można wysunąć wniosek, iż maksymalna sprawność całkowita η_{max} występuje dla ok. 1/7 maksymalnej wartości M_{obc}, zaś maksymalna moc motoreduktora $P2_{max}$ w połowie maksimum M_{obc}. Stąd, efektywny punkt pracy motoreduktora powinien być położony pomiędzy maksymalnymi wartościami sprawności i mocy wyjściowej [8], np. dla 1/3 maksymalnej wartości M_{obc}.

Stanowisko badawcze i metodyka pomiarowa

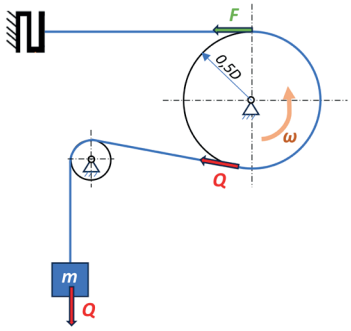
Na podstawie analizy współczynników wzorów (7)–(10) wynika, iż charakterystyki obciążeniowe wyznaczane są w funkcji momentu obciążającego wałek wyjściowy i niezmiennego napięcia zasilania silnika. Stąd, ideą pomiarową charakterystyk obciążeniowych motoreduktora jest: zadawanie coraz większych momentów obciążających, utrzymywanie stałego napięcia zasilania mikrosilnika, rejestracja pomiarów natężenia prądu uzwojenia i prędkości kątowej wałka wyjściowego w funkcji momentu jego obciążenia.

Zaproponowany schemat ideowy i rzeczywisty odpowiednik stanowiska badawczego do wyznaczenia charakterystyk obciążeniowych i parametrów motoreduktora pokazano na rysunku 5. Stanowisko pomiarowe składało się z badanego mikrosilnika prądu stałego {1} firmy PORTESCAP, model 35 NT2R 32-416-SP2 oraz dedykowanemu temu mikrosilnikowi reduktorowi w formie przekładni planetarnej {2} firmy PORTESCAP, model P42 o stałym przełożeniu redukcyjnym 123:1. Mikrosilnik podłączono do zasilacza stabilizowanego (UNITRA, TYP 521), ponadto podczas jego pracy mierzono napięcie woltomierzem cyfrowym (ALDA, AVD838) i natężenie prądu układu miliamperomierzem cyfrowym (METRIX MTX3281). Na wałku motoreduktora zamocowano koło pasowe {3}, którego średnica rowka D = 55 mm. Koło pasowe było opasane nierozciągliwą liną {4}. Jej pierwszy swobodny koniec stanowił punkt zaczepienia ciężarków {7} o znanej masie, zaś drugi swobodny koniec był zamocowany do czujnika tensometrycznego typu „S” {8} (maksymalna siła 200 N, wykalibrowany współczynnik 0,486 mV/V). W ten sposób na wałek motoreduktora zadawano moment obciążający w postaci hamulca Prony'ego (rysunek 6). Do koła pasowego zamocowano współosiowo poprzez sprzęgło mieszkowe {5} enkoder inkrementalny {6} (BAUMER, liczba impulsów: 3000 na pełny obrót tarczy enkodera). Prędkość wałka wyjściowego, jak i siła na czujniku tensometrycznym, były rejestrowane w komputerze stacjonarnym PC {9}, w programach dedykowanych kartom akwizycji danych, odpowiednio: ADE4U-PC i ADT-42-PC (WOBIT).

Obciążenie wałka wyjściowego motoreduktora momentem hamującym, opartym na zasadzie działania tarciowego hamulca Prony'ego, przedstawiono szczegółowo na rysunku 6. Znając ciężar Q (od obciążnika o masie m) oraz odczytując siłę o wartości F_t z oprogramowania czujnika tensometrycznego, obliczono siłę tarcia liny o koło pasowe:



Rys. 5. Schemat stanowiska pomiarowego: 1 – mikrosilnik DC, 2 – przekładnia planetarna, 3 – koło pasowe, 4 – nierozciągliwa nić, 5 – sprzęgło mieszkowe, 6 – enkoder inkrementalny, 7 – ciężarek, 8 – czujnik tensometryczny typu „S”, 9 – komputer stacjonarny



Rys. 6. Zasada działania hamulca Prony'ego w stanowisku badawczym

$$T = Q - F_t = mg - F_t \tag{11}$$

w którym g = 9,81 ms^{-2} jest wartością przyspieszenia ziemskiego. Stąd, moment obciążający był równy:

$$M_{obc} = \frac{TD}{2} = \frac{(mg - F_t)D}{2} \tag{12}$$

w którym D jest średnicą rowka koła pasowego, zamocowanego na wale wyjściowym motoreduktora.

W celu dokonania eksperymentu, włączono zasilanie motoreduktora, ustawiono napięcie U = 4,5 V bez momentu obciążenia (m = 0). Zanotowano prędkość kątową biegu jałowego motoreduktora ω_{r0}, natężenie prądu biegu jałowego I_0. Następnie hamowano motoreduktor, opasając liną koło pasowe i stopniowo dodając obciążniki o znanej masie (250–4500 g z inkrementem 250 g). Jedną z najważniejszych kwestii było regulowanie napięcia mikrosilnika według założenia, iż dla każdego momentu obciążenia: U = 4,5 V = *const*. Dla każdego, rosnącego obciążenia notowano masę ciężarków m, odczytaną siłę z dynamometru F_t, prędkość kątową ω_r oraz natężenie prądu I. Obliczono na podstawie (12) moment obciążający M_{obc}.

Eksperyment powtórzono 12-krotnie, przy tych samych warunkach pracy i otoczenia (napięcie zasilania mikrosilnika 4,5 V, temperatura otoczenia T_{ot} = 24±1°C, wilgotność powietrza RH = 50±5%). Dla każdego punktu pomiarowego dokonano obliczeń średniej arytmetycznej z wartości momentów M_{obc}, natężeń prądów I, prędkości kątowych ω_r. Jako niepewność podstawową wyznaczenia omawianych wielkości przyjęto odchylenie standardowe z próby pomiarów (niepewność standardowa typu A). Ponieważ obliczone niepewności standardowe typu B były o rząd wielkości mniejsze niż niepewności typu A, nie zastosowano prawa propagacji niepewności i przyjęto do dalszej analizy jedynie niepewność standardową typu A.

Opracowanie wyników pomiarowych i dyskusja

W pierwszej kolejności przystąpiono do wyznaczenia dwóch parametrów mikrosilnika: rezystancji uzwojeń R_t oraz stałej momentu (napięcia) K. W tym celu wykonano charakterystykę natężenia prądu I w funkcji prędkości kątowej silnika ω_s z tym, że był to pomiar pośredni:

$$\omega_s = i\omega_r \tag{13}$$

a niepewność złożona pomiaru wynosiła:

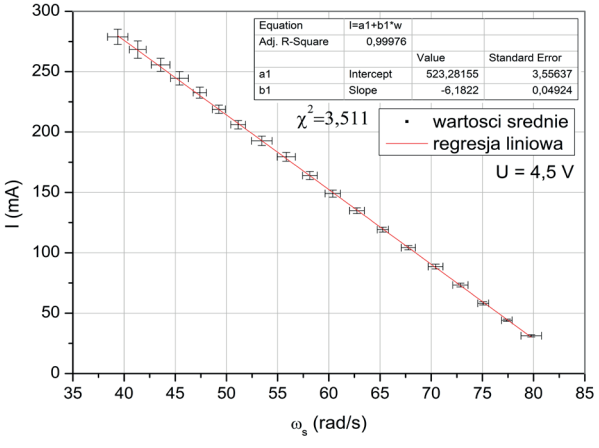
$$u(\omega_s) = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega_s}{\partial \omega_r}\right)^2 u_A^2(\omega_r)} = i \cdot u_A(\omega_r) \tag{14}$$

w którym $u_A(\omega_r)$ jest niepewnością standardową typu A wyznaczenia prędkości kątowej motoreduktora. Omawianą charakterystykę pokazano na rysunku 7, gdzie pionowe słupki niepewności odpowiadają niepewności standardowej typu A wyznaczenia natężenia prądu $u_A(I)$, zaś poziome słupki niepewności według (14). Dokonano regresji liniowej za pomocą oprogramowania OriginPro8.0, przekształcając równanie napięć (5) następująco:

$$I(\omega_s) = \frac{U}{R_t} - \frac{K}{R_t} \cdot \omega_s = a_1 + b_1 \cdot \omega_s \tag{15}$$

w którym a_1, b_1 są współczynnikami regresji liniowej, $u(a_1)$, $u(b_1)$ są odpowiadającymi niepewnościami ich wyznaczenia, odczytanymi z rysunku 7.

W niniejszej publikacji postanowiono skorzystać z testu χ^2, który pozwala na przyjęcie bądź odrzucenie hipotezy o liniowej zależności, w tym przypadku (15) i (20). Dla znanej liczby swobody (liczba punktów pomiarowych pomniejszona o 2) i dla poziomu istotności α (prawdopodobieństwo odrzucenia założonej hipotezy; w laboratoriach stosuje się najczęściej wartość 0,05) należy odczytać krytyczną wartość testu χ_{kr}^2. Jeśli $\chi^2 \leq \chi_{kr}^2$, można przyjąć hipotezę o liniowej zależności, gdy nierówność nie jest spełniona, hipoteza ta jest



Rys. 7. Charakterystyka natężenia prądu I w funkcji prędkości kątowej silnika ω_s dla napięcia 4,5 V, z regresją liniową, współczynnikami dopasowania i testem χ^2=3,511

odrzucana [12]. Liczba stopni swobody w eksperymencie wynosiła 17, krytyczna wartość testu $\chi_{kr}^2 = 27{,}6$ (dla poziomu istotności $\alpha = 0{,}05$) [12], z kolei wyznaczone z eksperymentu $\chi^2 = 3{,}511$. Stąd, można przyjąć hipotezę o liniowym przebiegu $I(\omega_s)$, wyznaczonym według (15). Rezystancja z tej zależności wynosiła:

$$R_t = \frac{U}{a_1} = 8{,}599\ \Omega \tag{16}$$

z niepewnością złożoną jej wyznaczenia:

$$u(R_t) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_t}{\partial a_1}\right)^2 u^2(a_1)} = 0{,}058\ \Omega \tag{17}$$

z kolei stała (napięcia) momentu K na podstawie (15) i (16):

$$K = -\frac{b_1}{a_1}\cdot U = \left(5{,}316\cdot 10^{-2}\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}}\right) = 53{,}16\ \frac{\mathrm{mNm}}{\mathrm{A}} \tag{18}$$

z niepewnością złożoną jej wyznaczenia:

$$u(K) = \sqrt{\left(\frac{\partial K}{\partial a_1}\right)^2 u^2(a_1) + \left(\frac{\partial K}{\partial b_1}\right)^2 u^2(b_1)} = 0{,}58\ \frac{\mathrm{mNm}}{\mathrm{A}} \tag{19}$$

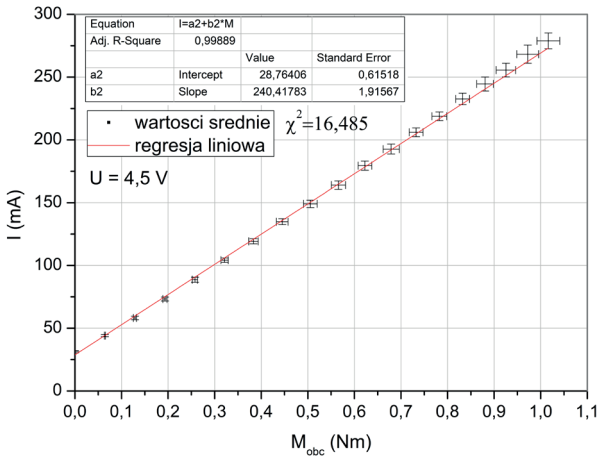
Natężenie prądu biegu jałowego I_0 oraz sprawność przekładni planetarnej η_r wyznaczono, przekształcając (7). W tym celu utworzono charakterystykę natężenia prądu I w funkcji M_{obc}, przedstawioną na rysunku 8. Pionowe słupki niepewności opisano powyżej, poziome słupki niepewności stanowią wartości niepewności standardowej typu A z wyznaczonej serii momentów obciążenia $u_A(M_{obc})$. Dokonano regresji liniowej za pomocą oprogramowania OriginPro8.0, przekształcając zależność (7):

$$I(M_{obc}) = I_0 + \frac{1}{Ki\eta_r}\cdot M_{obc} = a_2 + b_2\cdot M_{obc} \tag{20}$$

w którym a_2, b_2 są współczynnikami regresji liniowej, $u(a_2)$, $u(b_2)$ są odpowiadającymi niepewnościami ich wyznaczenia, odczytanymi z rysunku 8. Liczba stopni swobody wynosiła 17, krytyczna wartość testu $\chi_{kr}^2 = 27{,}6$ (dla poziomu istotności $\alpha = 0{,}05$) [12], z kolei wyznaczone z eksperymentu $\chi^2 = 16{,}485$. Stąd można potwierdzić hipotezę o liniowym przebiegu $I(M_{obc})$.

Natężenie prądu biegu jałowego jest bezpośrednio wyrazem wolnym z (20), z kolei sprawność przekładni planetarnej według tej samej zależności jest równa:

$$\eta_r = \frac{1}{Kib_2} = 0{,}6361 \tag{21}$$



Rys. 8. Charakterystyka natężenia prądu I w funkcji momentu obciążenia wałka wyjściowego motoreduktora M_{obc} dla napięcia 4,5 V, z regresją liniową, współczynnikami dopasowania i testem χ^2=16,485

z niepewnością złożoną jej wyznaczenia:

$$u(\eta_r) = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta_r}{\partial K}\right)^2 u^2(K) + \left(\frac{\partial \eta_r}{\partial b_2}\right)^2 u^2(b_2)} = 0{,}0084 \tag{21}$$

W tabeli 1 zestawiono wyznaczone eksperymentalnie parametry motoreduktora wraz niepewnościami rozszerzonymi (przyjęto współczynnik rozszerzenia równy 2), a także wartości katalogowe wskazane przez producenta PORTESCAP [10], w celu weryfikacji metodyki pomiarowej.

Tabela 1. Wartości eksperymentalne i katalogowe parametrów motoreduktora PORTESCAP

Wielkość	Jednostka	Wartość z eksperymentu	Wartość katalogowa
R_t	Ω	8,60 ± 0,12	8,50
K	mNm·A^{-1}	53,16 ± 1,11	51,20
η_r	-	0,636 ± 0,017	0,60

Wartości eksperymentalne i katalogowe zestawione w tabeli 1 są tego samego rzędu. Jedynie katalogowa rezystancja uzwojenia R_t znajduje się w zakresie wyznaczonym eksperymentalnie, z kolei wartości eksperymentalne stałej momentu (napięcia) K oraz sprawności η_r są nieco wyższe niż wskazał producent. Stąd można wysnuć wniosek, iż w celu dokładniejszego wyznaczenia parametrów motoreduktora, należy przeprowadzić badania laboratoryjne, a następnie skonfrontować z badaniami prowadzonymi przez producentów. Producenci w kartach katalogowych podają zazwyczaj uśrednione wartości parametrów, oparte na badaniach kilkudziesięciu motoreduktorów, jednakże bez wskazania wartości niepewności ich wyznaczenia [3–6]. Badany w niniejszej pracy egzemplarz cechuje się nieco wyższymi wartościami

rezystancji, stałej momentu (napięcia) oraz sprawności przekładni planetarnej.

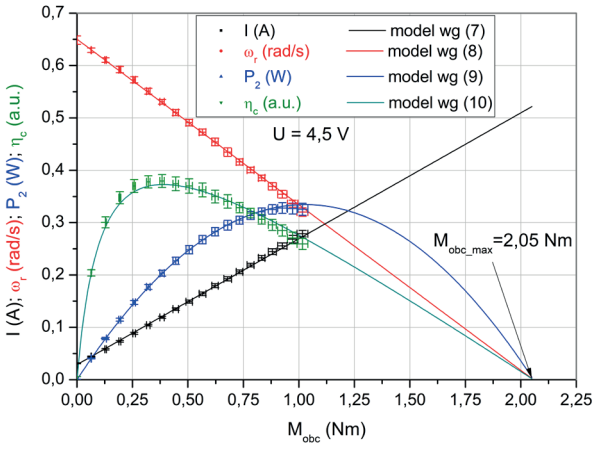
Następnie dokonano wykreślenia charakterystyk obciążeniowych punktowych dla napięcia zasilania motoreduktora 4,5 V, które zestawiono na rysunku 9. Pionowe słupki niepewności mocy wyjściowej P_2 liczonej według (9) oraz sprawności całkowitej η_c według (10) obliczono z prawa propagacji niepewności następująco:

$$(23)\quad u(P_2)=\sqrt{\left(\frac{\partial P_2}{\partial M_{obc}}\right)^2 u_A^2(M_{obc})+\left(\frac{\partial P_2}{\partial \omega_r}\right)^2 u_A^2(\omega_r)}$$

$$(24)\quad u(\eta_c)=\sqrt{\left(\frac{\partial \eta_c}{\partial M_{obc}}\right)^2 u_A^2(M_{obc})+\left(\frac{\partial \eta_c}{\partial \omega_r}\right)^2 u_A^2(\omega_r)+\left(\frac{\partial \eta_c}{\partial I}\right)^2 u_A^2(I)}$$

Ponadto na rysunku 9 przedstawiono odpowiadające punktom pomiarowym charakterystyki modelowe, wyznaczone według zależności (7)–(10), posługując się przy ich wykreśleniu eksperymentalnymi współczynnikami z tabeli 1 (kolumna 3). Cztery krzywe regresji przechodzą przez odpowiadające im pola niepewności. W celu pokazania predykcji przebiegów dla pominiętego zakresu momentów obciążenia (1,05–2,06 Nm), postanowiono nanieść charakterystyki modelowe spoza badanego obszaru M_{obc}. Ich trendy są zgodne z wykresami ideowymi z rysunku 4, co potwierdza słuszność metodyki pomiarowej. Ponadto predykcja omawianych przebiegów pozwala na odczyt maksymalnego momentu obciążenia motoreduktora M_{obc_max} = 2,05 Nm – jest to wartość momentu, dla której wałek wyjściowy zatrzymuje się (prędkość kątowa, moc wyjściowa i sprawność całkowita wynoszą 0).

Ważnym aspektem wykonywania charakterystyk obciążeniowych jest kryterium wydajnego wykorzystania motoreduktora jako napędu określonego mechanizmu w warunkach ustalonych. Efektywny zakres pracy można określić na kilka sposobów. Pierwszym z nich jest praca w warunkach maksymalnej sprawności całkowitej motoreduktora. W omawianym modelu (dla napięcia 4,5 V) η_{c_max} = 0,373 występuje dla momentu obciążenia 0,39 Nm (jest to 19% wartości M_{obc_max}). Kolejnym kryterium jest praca w warunkach maksymalnej mocy wyjściowej, w rozpatrywanym modelu (dla napięcia 4,5 V) P_{2_max} = 0,334 W, występowała dla połowy wartości M_{obc_max}. Warunkiem łączącym oba kryteria jest dobranie punktu pracy motoreduktora pomiędzy maksymalnymi wartościami sprawności i mocy wyjściowej, toteż za efektywne wykorzystanie badanego motoreduktora należy przyjąć pracę w zakresie momentów obciążenia 0,39–1,03 Nm, czyli od 19% do 50% wartości M_{obc_max}.



Rys. 9. Rzeczywiste oraz modelowe charakterystyki obciążeniowe motoreduktora (mikrosilnik PORTESCAP 35 NT2R 32-416-SP2 z przekładnią planetarną PORTESCAP P42 – 123:1) dla stałego napięcia zasilania mikrosilnika 4,5 V

Warto zwrócić uwagę na fakt, iż charakterystyki mogą przyjmować nieco inne wartości, np. dla coraz większych napięć zasilania, eksploatacji (pod wpływem ciągłej pracy zwiększa się temperatura uzwojenia i rośnie rezystancja; rosną opory ruchu w łożyskach i zazębieniu przekładni planetarnej), warunków otoczenia (znaczące zwiększenie temperatury otoczenia powoduje zwiększenie wartości rezystancji). Wspomniane czynniki należy uwzględniać w modelu charakterystyk obciążeniowych i odpowiednio je skorygować, podstawiając do wzorów (7)–(10) rzeczywiste wartości napięcia, rezystancji uzwojenia czy sprawności przekładni redukcyjnej.

Podsumowanie

Niniejsza praca ukazuje metodykę pomiarową charakterystyk obciążeniowych i podstawowych parametrów motoreduktora, zbudowanego z mikrosilnika prądu stałego oraz redukcyjnej przekładni planetarnej, na przykładzie analizy rzeczywistych komponentów handlowych firmy PORTESCAP oraz kart katalogowych producenta. Artykuł oparto na wynikach badań eksperymentalnych motoreduktora i porównaniu wartości rezystancji uzwojenia mikrosilnika, stałej momentu (napięcia) mikrosilnika oraz sprawności przekładni planetarnej z danymi producenta. Rząd wielkości wspomnianych parametrów był zgodny, jednakże wartości z eksperymentu wraz z uwzględnieniem niepewności rozszerzonych ich wyznaczenia były nieco wyższe niż katalogowe, pomimo laboratoryjnych warunków pracy i otoczenia. Ostatecznie, przyjęto zgodność wyznaczenia powyższych parametrów, argumentując hipotezę zastosowanej metodyki pomiarowej dla podobnych konstrukcji motoreduktorów występujących na rynku handlowym.

Wykreślono charakterystyki obciążeniowe punktowe dla napięcia zasilania motoreduktora 4,5 V,

a po uwzględnieniu wartości eksperymentalnych rezystancji, stałej momentu (napięcia), sprawności przekładni planetarnej i natężenia prądu biegu jałowego, wyznaczonych w sposób pośredni, wykreślono odpowiadające im modelowe charakterystyki obciążeniowe. Oszacowano, że efektywny zakres momentów obciążających motoreduktor to 0,39–1,03 Nm, co stanowi przedział 19–50% maksymalnej wartości momentu obciążenia motoreduktora M_{obc_max} (jest to również zakres 50–81% prędkości kątowej biegu jałowego ω_{r0}).

Omawiana metodyka pomiarowa umożliwia prostotę i niezawodność przeprowadzenia badań motoreduktorów, których producenci nie oferują kart katalogowych bądź są one niepełne, niedostarczające pełnych informacji o pracy motoreduktora w warunkach pracy ustalonej.

Artykuł został zaprezentowany podczas X Kongresu Metrologii w 2026 roku. Publikacja w ramach projektu finansowanego ze środków budżetu państwa w ramach programu Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego pod nazwą Wektory Nauki nr projektu WNK/SP/0311/2025/01. Kwota finansowania projektu: 276 232,00 zł. Całkowita wartość projektu: 635 552,00 zł.

Przyjęto: 29.04.2026, **zaakceptowano:** 24.06.2026, **opublikowano:** 20.08.2026

LITERATURA

[1] POLOLU – producent m.in. motoreduktorów modelarskich: https://www.pololu.com/category/51/pololu-metal-dc-gearmotors [dostęp 12.01.2026 r.]
[2] RIC MOTOR – producent m.in. motoreduktorów: https://www.ricmotor.com/details/6mm-planetary-gear-motor [dostęp 12.01.2026 r.]
[3] ASSUN MOTOR – producent m.in. mikrosilników i reduktorów: https://assunmotor.com/blog/planetary-gear-motor/ [dostęp 12.01.2026 r.]
[4] PORTESCAP – producent m.in. mikrosilników prądu stałego i przekładni redukcyjnych: https://www.portescap.com/en/products/dc-gear-motor [dostęp 12.01.2026 r.]
[5] MAXON – producent m.in. mikrosilników prądu stałego i przekładni redukcyjnych: https://www.maxongroup.net.au/maxon/view/catalog/ [dostęp 12.01.2026 r.]
[6] FAULHABER - producent m.in. mikrosilników prądu stałego i przekładni redukcyjnych: https://www.faulhaber.com/en/products/dc-motors/ [dostęp 12.06.2026 r.]
[7] Kecskés I., Burkus E. and Odry P. "Gear efficiency modeling in a simulation model of a DC gearmotor," 2018 IEEE 18th International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI), Budapest, Hungary, 2018, pp. 000065-000070, doi: 10.1109/CINTI.2018.8928193.
[8] Napędy elektromechaniczne urządzeń precyzyjnych: ćwiczenia laboratoryjne / Jaszczuk W., Wierciak J., Bodnicki M. Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2000 r.
[9] Mikrosilniki elektryczne: badanie właściwości statycznych i dynamicznych, Praca zbiorowa pod red. Jaszczuka W. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1991.
[10] Katalog firmy Portescap CA18Z15A. Szwajcaria, 1995 r.
[11] Konstrukcja przyrządów i urządzeń precyzyjnych. Praca zbiorowa pod red. Oleksiuka W. WNT. Warszawa 1996 r.
[12] Kubiaczyk A., Określanie niepewności pomiarów. Poradnik do Laboratorium Fizyki I. Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki. Warszawa, 2019 r.