

# Odwracalność mikroprzepływów

Anna Myłyk, Maria L. Ekiel-Jeżewska

*Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN, Warszawa*

---

## Reversibility of microflows

*Abstract:* In daily life, at the macroscopic scale, inertia of water flows is commonly experienced and applied. However, for micro-objects moving in water environment, inertia is negligible. That is why sometimes the processes observed at the microscale are in contradiction with our intuition. The examples of such amazing effects can be seen on the famous G.I. Taylor's movie. The aim of this paper is to analyze the most spectacular of the demonstrations presented there: apparently mixed fluid recovers its initial inhomogeneous structure when the direction of the mixing is reversed.

---

Fizyka i chemia, na równi z naukami opisowoprzyrodniczymi, kształcą zdolność bezpośredniej obserwacji, spostrzegawczość i samodzielność sądu. [...] Uczą czytać prawdę nie z bibuty ani z własnej fantazji, lecz tylko z obserwacji przyrody. Żeby ta ich charakterystyczna cecha zaznaczyła się również i w szkole, musimy uczyć ich w sposób prawidłowy, tj. nie tylko pokazując *ex cathedra* doświadczenia, ale opierając się na własnoręcznych ćwiczeniach uczniów w pracowni fizycznej i chemicznej, na własnej obserwacji przyrodniczej. [...] Nauki ścisłe kształcą nie tylko w samodzielnej obserwacji, ale wprawiają nas, jak żadne inne nauki, we właściwej metodzie rozumowania naukowego, zarówno w indukcyjnej, jak dedukcyjnej metodzie, kładąc przy tym największy nacisk na faktyczną dokładność i logiczną ścisłość.

*Marian Smoluchowski [1]*

## Wprowadzenie

Jakie prawa rządzą ruchem cząstek o rozmiarach kilku lub kilkudziesięciu mikrometrów w środowisku wodnym? Jaki jest ich opór hydrodynamiczny? Odpowiedzi na te pytania mają znaczenie uniwersalne zarówno w mikroskali jak i przy opisie zjawisk makroskopowych. Prawa te są w szczególności niezbędne do zrozumienia, jak pływają mikroobiekty, takie jak bakterie czy glony, na czym polega mechanizm ich grupowania, a także jak zaprojektować wodne mikroroboty o znaczeniu medycznym. W makroskali, dla układów zawierających ogromne liczby mikrocząstek w płynie, prawa te determinują efektywne współczynniki transportu zawiesin, np. lepkość czy prędkość opadania grawitacyjnego. Wielkości te opisują m.in. procesy o znaczeniu przemysłowym, takie jak filtracja zanieczyszczeń czy produkcja cukru, farby i PCV.

W środowisku wodnym mikrocząstki oddziałują z płynem w inny sposób niż obiekty makroskopowe. Ich prędkość i rozmiary są bowiem tak małe, że bezwładność płynu jest nieistotna. Inaczej mówiąc, płyn niemal „natchmiaszt” dostosowuje swój przepływ do ruchu mikrocząstek, a czas relaksacji prędkości jest tak mały, że można go w praktyce pominąć. Dominują efekty lepkie<sup>1</sup> i przepływy są odwracalne w czasie. W mikroskali nie tak łatwo

więc wymieszać wodę. Podobna trudność pojawia się przy większych prędkościach i rozmiarach układu, gdy zamiast wody próbujemy wymieszać płyny o znacznie większej lepkości kinematycznej, np. glicerynę lub olej silikonowy, zachowując niezmienną, znacznie mniejszą od jedności liczbę Reynoldsa [2], czyli iloczyn charakterystycznej prędkości i rozmiaru podzielony przez lepkość kinematyczną płynu. Ruch płynu w tak przeskalowanych układach opisywany jest bowiem tym samym rozwiązaniem równań Stokesa [3]. Właściwość ta, zwana prawem podobieństwa, pozwala na analizowanie efektów typowych dla mikroświata w modelowych układach odpowiednio większych, a zatem łatwiejszych do badań doświadczalnych.

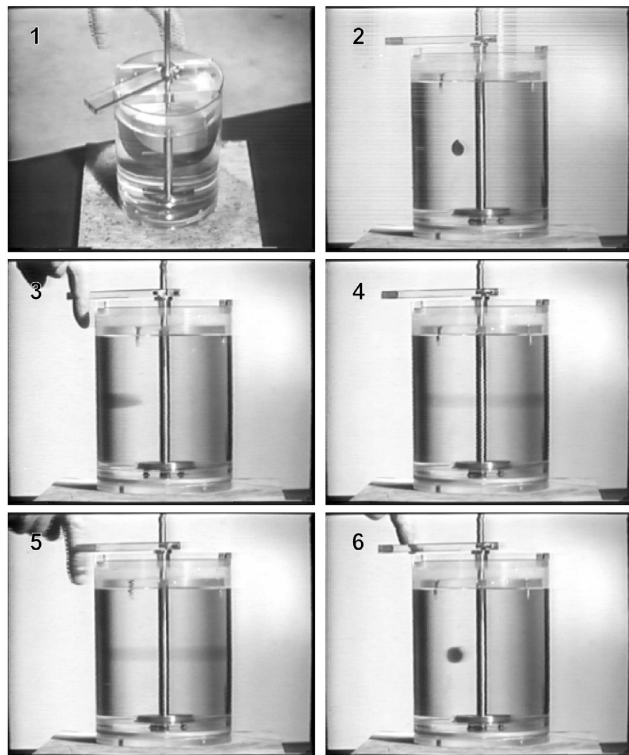
Właściwość tę niemal pół wieku temu Geoffrey Ingram Taylor wykorzystał do celów dydaktycznych. Posługując się m.in. gliceryną i syropem, przygotował pokazy doświadczalne w spektakularny sposób ilustrujące cechy charakterystyczne takich przepływów mikro- i makroskopowych, dla których efekty bezwładności są nieistotne. Pokazy te zostały zaprezentowane i przedyskutowane na filmie [2], który do dziś uważany jest [4–6] za klasyczny materiał dydaktyczny dla wszystkich zainteresowanych poznaniem hydrodynamiki przepływów o liczbie Reynoldsa znacznie mniejszej od jedności. Pokazy zadzi-

---

<sup>1</sup>Lepkość jest zdolnością cieczy do stawiania oporu przy wzajemnym przemieszczaniu się elementów płynu względem siebie.

wiają uczniów i studentów, a także inspirują współczesne badania naukowe [7,8].

Przyjrzyjmy się jednemu ze sfilmowanych eksperymentów Taylora [2,4,5,8]: na rys. 1 przedstawione zostały wybrane klatki filmu. Układ doświadczalny, pokazany na



Rys. 1. Doświadczenie Taylora [2]: 1 – układ doświadczalny, 2 – wprowadzenie zabarwionej kropli, 3 – obracanie walcem wewnętrznym, 4 – zatrzymanie, 5 – wykonanie takiej samej liczby obrotów cylindra wewnętrznego w przeciwnym kierunku, 6 – wynik

rys. 1.1, składał się z dwóch współosiowych cylindrów. Przestrzeń między nimi była wypełniona gliceryną. Możliwość obrotu miał tylko cylinder wewnętrzny. W przestrzeń między cylindrami wprowadzono małą kroplę zabarwionej gliceryny (rys. 1.2). Następnie tak długo obracano cylinder wewnętrzny (rys. 1.3), aby już prawie nie było widać zabarwionej substancji (rys. 1.4). Wtedy odwrócono kierunek ruchu cylindra, wykonując tę samą liczbę obrotów. Zabarbiona kropla wróciła do pozycji początkowej, nie mieszając się z pozostałą substancją!

## Cel artykułu

Zdarza się, że widzowie podają w wątpliwość wiarygodność oglądanego pokazu. Podejrzewają, że to fotomontaż, film puszczony od tyłu. Chcą sprawdzić wynik, który zdaje się przeczyć zdrowemu rozsądkowi. Jeśli do kawy wlejemy śmietankę i zaczniemy ją mieszać, a następnie zmienimy kierunek ruchu łyżeczki, to substancje oczywiście się wymieszają. Dlaczego w eksperymencie Taylora jest inaczej? Należałoby zrozumieć różnice między prze-

plywem w kawie a przepływem w doświadczeniu Taylora. Może nam w tym pomóc dziedzina nauki, która zajmuje się badaniem ruchu płynów.

Obserwatorom pokazu nasuwa się wiele pytań. Jak takie zjawisko jest możliwe? Dlaczego zabarwiony płyn nie miesza się podczas ruchu? Co powoduje, że prawie niewidoczna, pozornie wymieszana z gliceryną kropla po odwróceniu kierunku ruchu w magiczny sposób przybiera znowu pierwotny kształt i wraca do pozycji początkowej? Jak to zrozumieć? Jak zmienia się w czasie kształt kolorowej kropli oglądany od góry czy od spodu naczynia zamiast z boku?

Celem artykułu jest odpowiedź na te wszystkie pytania. A ściślej biorąc, Czytelnik dowie się, jak szukał, znajdował i spisywał odpowiedzi na własne pytania pewien dociekliwy obserwator. Motywacją jego niemal rocznej pracy była ciekawość i chęć zrozumienia dobrze znanego z literatury [2,4–6] zjawiska odwracalności przepływów, tak intrygująco przedstawionego na filmie Taylora. Potrzebny był jeszcze ktoś, kto coś wie i może zostać przewodnikiem: pomóc wybrać drogę, podjąć dyskusję, inspirować zmiany i ulepszenia. W ten sposób powstały warunki, w których obserwator zaczął się uczyć [9].

Najpierw pojawiła się potrzeba własnoręcznego przeprowadzenia doświadczenia. Trzeba było skonstruować układ pomiarowy. Potem, korzystając z filmu Taylora, wykonano pokaz tego zjawiska. Sprawdzone, czy odwracalność w czasie przepływu gliceryny jest prawdziwa, zgodnie z doświadczeniem Taylora. Zbadano, jak deformuje się zabarwiona kropla i czy na końcu wróci do pozycji początkowej. W szczególności można było obejrzeć ją nie tylko z boku, ale także od dołu. Później postanowiono na podstawie literatury [3] opisać matematycznie eksperyment za pomocą równań. Ale których: Naviera–Stokesa czy Stokesa? Trzeba się było zastanowić, jakie warunki nałożyć na rozwiązanie. Wreszcie pojawiły się wzory na pole prędkości płynu. Ale wzory jeszcze nie pokazują, czy wynik teoretyczny oddaje istotę doświadczenia. Chcąc zrozumieć wzory, za pomocą programu Matlab przedstawiono na filmie teoretyczny ruch zabarwionej kropli i porównano z filmem doświadczalnym. Na końcu przedyskutowano jeszcze... Pst! Nie będziemy przecież Czytelnikowi zdradzać wszystkiego od razu...

## Pokaz doświadczalny

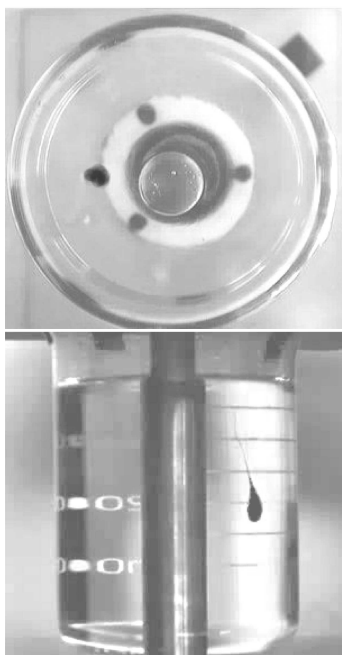
### Układ pomiarowy

Układ pomiarowy składał się ze zlewki o średnicy 8 cm, wysokości 11 cm i pojemności 400 ml, miedzianego cylindra o średnicy 1,5 cm, gliceryny o gęstości  $\rho = 1253 \text{ kg/m}^3$ , zajmującej całą pojemność zlewki, oraz specjalnie przygotowanej niewielkiej ilości zabarwionej substancji (gliceryna + barwnik rodamina B,  $\text{C}_{28}\text{H}_{31}\text{N}_2\text{O}_3\text{Cl}$ ). W skład układu wchodziła również kamera CCD (Color Vision Camera Module) umieszczona na statywie.

### Doświadczenie

Kroplę zabarwionej substancji o kształcie zbliżonym do kuli umieszczono w wypełnionej gliceryną prze-

strzeni między dwoma współosiowymi cylindrami, a następnie obracano cylinder wewnętrzny. Na podstawie obrazów z kamery wyznaczono średni (przybliżony) rozmiar kropli zabarwionej substancji, otrzymując  $l = 3$  mm, oraz odległość środka kropli od osi symetrii wewnętrznego walca  $r = 2,5$  cm. Następnie wyznaczono średnią prędkość środka plamy, otrzymując  $v = 6,3$  cm/s. Wykonano 30 obrotów, po czym zmieniono kierunek ruchu i wykonano tę samą liczbę obrotów. Widok kropli w chwili początkowej w rzucie z dołu i boku przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Widok doświadczenia z dołu i z boku w chwili początkowej

Ewolucję prześledzić można na filmach [10] oraz na rys. 3A, gdzie widoczne jest w rzucie z dołu, jak plama zabarwionej substancji się rozciąga, przyjmując kształt spiralny. Natomiast w rzucie z boku zaobserwowano, że kropla się rozmywa i rozciąga w kierunku poziomym podobnie jak na filmie Taylora [2]. Do momentu zmiany kierunku ruchu cylindra zabarwiona kropla całkowicie utraciła już początkowy kształt. Gdy odwrócono kierunek ruchu cylindra, zaobserwowano, że rozciągnięty zabarwiony płyn z powrotem gromadzi się w kroplę. Zauważono, iż niezależnie od zmiany prędkości chwilowej poruszania cylindrem wewnętrznym plama zabarwionej cieczy wraca do położenia początkowego.

Obserwacja odpowiada przewidywaniom teoretycznym, które będą opisane w następnym rozdziale. W rozdziale tym przedyskutowana zostanie także przyczyna zaobserwowanej niewielkiej deformacji kształtu końcowego kropli w porównaniu z początkowym.

Wykonano takie samo doświadczenie dla dużych liczb Reynoldsa ( $Re \gg 1$ ) w wodzie. Ruch małej kropli zabarwionej wody odbywa się inaczej. Po wprowadzeniu do

układu kropli wody zabarwionej rodaminą nastąpiło rozciągnięcie kropli z rozmyciem jej brzegu. Podczas ruchu mieszanie to coraz bardziej się wzmacniało. Następnie, po zmianie kierunku ruchu brzegu na przeciwny, zabarwiony płyn nie zmienił natychmiast kierunku ruchu. Podczas całego ruchu zaobserwowano ciągłe mieszanie się, tak że na końcu doświadczenia kształt kropli nie przypominał zupełnie wyglądu początkowego.

## Jak zrozumieć wynik doświadczenia?

W opisanym układzie doświadczalnym odwracalność przepływów w czasie oznacza, że przy zmianie kierunku ruchu naczynia na przeciwny zostanie również odwrócony kierunek przepływu. W celu zrozumienia zagadnienia odwracalności przeanalizowano jego podstawy teoretyczne i zastosowano je do wyjaśnienia wyniku doświadczenia (patrz następne rozdziały). Skorzystano z rozwiązania stacjonarnego równań Naviera–Stokesa dla przepływu między dwoma współosiowymi cylindrami [3]. Z symetrii wynika, że jest ono jednocześnie rozwiązaniem równań Stokesa. Ogólnie równania Naviera–Stokesa można zapisać w postaci równań Stokesa, jeśli stosunek sił bezwładności do sił lepkich (czyli liczba Reynoldsa) jest mały. Analityczne rozwiązania stacjonarnych równań Naviera–Stokesa modelujące eksperyment przedstawiono graficznie za pomocą programu Matlab i porównano je z doświadczeniem.

Podczas doświadczenia zauważono niewielką różnicę między początkowym i końcowym kształtem oraz położeniem zabarwionej kropli substancji. Sprawdzone więc, jaki wpływ na to zjawisko ma proces dyfuzji. Jeśli proces ten podczas ruchu cieczy jest istotny, to po odwróceniu ruchu brzegów kropla nie wróci do początkowego położenia. W związku z tym obliczono średni kwadrat przesunięcia brownowskiego i porównano go z kwadratem przesunięcia elementu płynu podczas doświadczenia. W celu wyjaśnienia, czy niewielka różnica między końcowym a początkowym kształtem i położeniem kropli może być spowodowana efektami bezwładności, obliczono także liczbę Reynoldsa.

## Opis teoretyczny

### Stacjonarne pola prędkości płynu między dwoma współosiowymi cylindrami

Stacjonarne pole prędkości cieczy lepkiej [3] między dwoma nieskończonymi współosiowymi walcami wykonanymi z ciała stałego, obracającymi się z różnymi prędkościami kątowymi  $\omega_1$  oraz  $\omega_2$ , spełnia równania Naviera–Stokesa:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{F} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:  $p$  – ciśnienie zmodyfikowane płynu (uwzględniające także grawitację),  $\nu$  – lepkość kinematyczna płynu,  $\mathbf{u}$  – szukane pole prędkości płynu,  $\mathbf{F}$  – siły na jednostkę masy płynu,  $\rho$  – gęstość płynu.

Zakłada się, że siła grawitacji uwzględniona jest w ciśnieniu zmodyfikowanym, a inne siły na jednostkę masy

nie występują ( $F = 0$ ). Poszukuje się przepływu stacjonarnego, dla którego  $\partial \mathbf{u} / \partial t = 0$ . Przy takim założeniu równanie Naviera–Stokesa (1) przybiera postać

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2)$$

gdzie  $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$  – przyspieszenie elementu płynu o jednostkowej masie,  $-\nabla p / \rho$  – siły ciśnienia na jednostkę masy,  $\nu \nabla^2 \mathbf{u}$  – siła na jednostkę masy pochodząca od lepkości płynu.

Podamy teraz rozwiązanie układu równań (2) z uwzględnieniem warunków brzegowych przylegania na powierzchni walców (prędkość płynu równa prędkości walców) i w nieskończoności (nie ma różnicy ciśnień w nieskończoności, inaczej mówiąc, gradient ciśnienia w kierunku  $\hat{z}$  jest równy zero, gdzie oś  $z$  wybrano wzdłuż osi symetrii walca). We współrzędnych biegunowych ( $r, \varphi, z$ ), zgodnie z symetrią układu,

$$\mathbf{u} = u(r) \hat{e}_\varphi, \quad (3)$$

$$p = \text{const.} \quad (4)$$

Dla prędkości postaci (3) mamy  $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = 0$  i stacjonarne równanie Naviera–Stokesa (1) są równoważne równaniom Stokesa:

$$\begin{cases} -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} = 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Po wstawieniu pola prędkości (3) do równania (5) ze stałym ciśnieniem (4) otrzymano [3]

$$\mathbf{u} = (Ar + B/r) \hat{e}_\varphi. \quad (6)$$

Warunki brzegowe przylegania na powierzchni walców mają postać:

$$\begin{cases} r_1 \omega_1 = (Ar_1 + B/r_1), \\ r_2 \omega_2 = (Ar_2 + B/r_2), \end{cases} \quad (7)$$

gdzie odpowiednio:  $r_1, \omega_1$  – promień i prędkość kątowna walca wewnętrznego,  $r_2, \omega_2$  – promień i prędkość kątowna walca zewnętrznego.

Stałe przyjmują postać:

$$A = \frac{r_1^2 \omega_1 - r_2^2 \omega_2}{r_1^2 - r_2^2}, \quad (8)$$

$$B = \frac{(\omega_2 - \omega_1) r_1^2 r_2^2}{(r_1^2 - r_2^2)}. \quad (9)$$

Stacjonarne pole prędkości dane wzorami (6–9) dla  $\omega_2 = 0$  wykorzystano poniżej do modelowania doświadczenia.

### Ruchy Browna

Ruchy Browna to nieuporządkowany ruch cząstek zawieszonych w płynie (tutaj: cząsteczek rodaminy w glicerynie) wywołany zderzeniami cząstek zawieszonych z cząsteczkami płynu. Taki ruch można opisać [11] za pomocą średniego kwadratu przesunięcia brownowskiego, który powinien być proporcjonalny do czasu obserwacji. Współczynnikiem proporcjonalności jest współczynnik dyfuzji.

Na podstawie kinetycznej teorii ruchów Browna średni kwadrat przesunięcia wzdłuż jednego kierunku na obrazie zarejestrowanym przez kamerę wynosi

$$\langle x^2 \rangle = 2Dt, \quad (10)$$

gdzie:  $t$  – czas obserwacji,  $D = kT/6\pi\eta r$  – współczynnik dyfuzji,  $T$  – temperatura bezwzględna,  $k$  – stała Boltzmann,  $\eta = \nu\rho$  – współczynnik lepkości dynamicznej cieczy,  $r$  – promień cząstki zawieszony.

Jeśli w doświadczeniu wartość średniego kwadratu przesunięcia brownowskiego  $\langle x^2 \rangle$  nie jest znacznie mniejsza niż kwadrat  $\Delta^2$  różnicy początkowego i końcowego położenia elementu zabarwionego płynu, to proces dyfuzji jest istotny.

Alternatywnie można obliczyć liczbę Péceleta, która jest charakterystycznym parametrem wykorzystywanym w opisie ruchów Browna i może być zdefiniowana jako

$$Pe = \frac{lv}{D}, \quad (11)$$

gdzie:  $l$  – charakterystyczny rozmiar,  $v$  – charakterystyczna prędkość. Proces dyfuzji nie jest istotny, jeśli  $Pe \gg 1$ .

### Liczba Reynoldsa

Liczba Reynoldsa określa stosunek sił bezwładności do sił lepkości i jest zdefiniowana jako

$$Re = \frac{lv}{\nu} = \frac{lv\rho}{\eta}. \quad (12)$$

Liczba ta określa jak szybko płyn dochodzi do stanu stacjonarnego, ponieważ  $Re = \tau_v / \tau_m$  jest stosunkiem czasu  $\tau_v = l^2\rho/\eta$  lepkiej relaksacji płynu do czasu charakteryzującego makroskopowy ruch elementu płynu  $\tau_m = l/v$ .

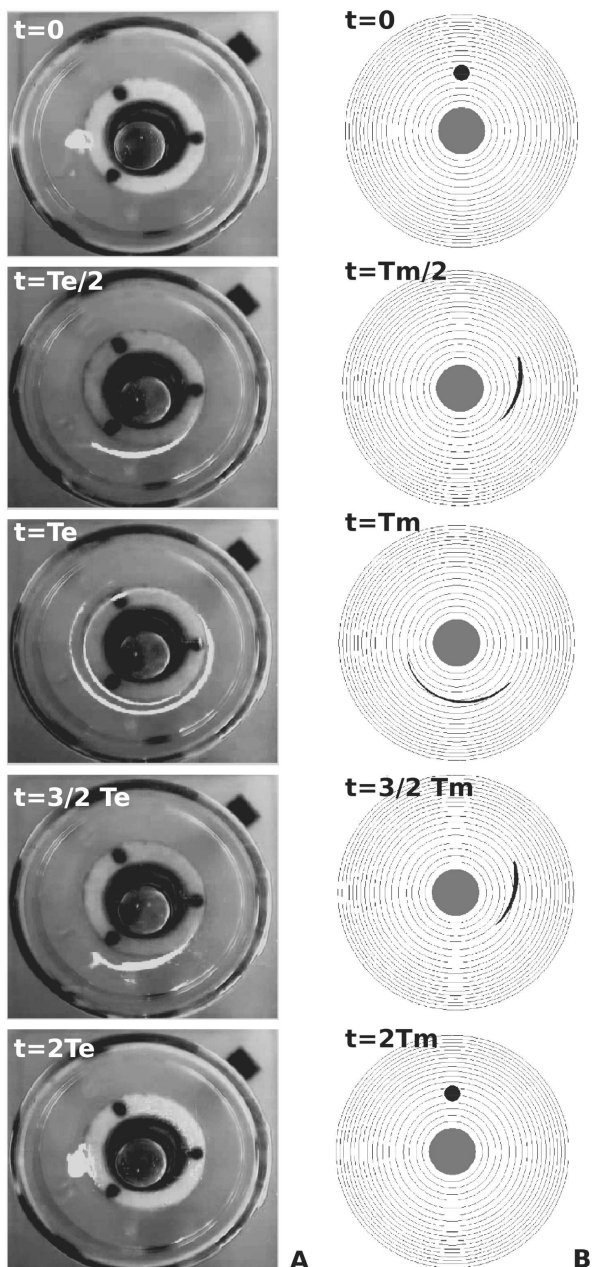
## Analiza wyników doświadczenia

### Modelowanie doświadczenia

Modelowanie teoretyczne eksperymentu przeprowadzono z wykorzystaniem stacjonarnego pola prędkości dla przepływu między dwoma nieskończonymi walcami (6). W doświadczeniu cylinder zewnętrzny jest nieruchomy, a zatem  $\omega_2 = 0$ . W tym przypadku zależność stacjonarnego pola prędkości płynu od położenia przyjmuje postać:

$$\mathbf{u} = \frac{r_1^2 \omega_1}{r_1^2 - r_2^2} \left( r - \frac{r_2^2}{r} \right) \hat{e}_\varphi. \quad (13)$$

Wykorzystując to równanie, za pomocą programu Matlab wykonano symulację zachowania się elementu zabarwionego płynu w eksperymencie. W czasie  $0 \leq t \leq T_m$  ruch odbywał się z prędkością  $\mathbf{u}$  daną wzorem (13). W czasie  $T_m$  wykonano  $\omega_1 T_m / 2\pi = 4$  obroty. Następnie w chwili  $T_m$  odwrócono kierunek ruchu cylindra, co pociągnęło za sobą natychmiastowe odwrócenie kierunku prędkości płynu (dalej ruch odbywał się z prędkością  $-\mathbf{u}$ ). Symulację przedstawiono na rys. 3B i filmie [10]. Zabawiony płyn rozciągnął się, przyjmując spiralny kształt. Następnie, po odwróceniu kierunku ruchu cylindra, każdy element płynu wracał po tej samej drodze do pozycji początkowej.



Rys. 3. Widok układu od dołu. Położenie zabarwionej kropli w kolejnych chwilach (obrazy od góry do dołu:  $0 \leq t \leq T$ , obrót zgodnie z ruchem wskazówek zegara;  $T \leq t \leq 2T$ , obrót w przeciwną stronę). A. Eksperyment ( $T = T_e$ ). B. Modelowanie za pomocą równań Stokesa ( $T = T_m$ ).

Porównując rozwiązanie teoretyczne z eksperymentem widzimy jakościowe podobieństwo zmiany kształtu zabarwionego płynu, przy czym warto zwrócić uwagę, że ewolucja w eksperymencie trwała znacznie dłużej (jej czas trwania  $2T_e$  odpowiada 30 obrotom) niż podczas modelowania teoretycznego ( $2T_m$  odpowiada 4 obrotom). Według modelu kropla idealnie wraca do pozycji początkowej. Na końcu doświadczenia zaobserwowano jednak niewielką deformację i przesunięcie plamy w stosunku do początkowego kształtu i położenia. Co jest przyczyną: nieuporząd-

kowe ruchy cząstek, czy to, że układ nie osiąga stanu stacjonarnego dostatecznie szybko? Skoro siły bezwładności nie są równe zero, to czy przyspieszenie elementu płynu można pominąć? W następnych punktach sprawdzimy, czy oba te efekty są istotne w doświadczeniu.

#### Wyznaczenie lepkości gliceryny

Za pomocą wiskozymetru Höpplera wyznaczono lepkość kinematyczną gliceryny w temperaturze 297,15 K, otrzymując  $\nu = 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ . W tabeli 1 porównano zmierzoną wartość lepkości użytej w doświadczeniu gliceryny z danymi tablicowymi [12] i stwierdzono, że wartość jej odpowiadała glicerynie o stężeniu ok. 97%. Lepkość otrzymana na podstawie pomiaru jest odpowiednia do przewidywanej.

Tabela 1. Lepkość gliceryny [13]. Wartość zmierzoną w temperaturze 24 °C podkreślono.

| Gęstość<br>[kg/m <sup>3</sup> ] | Stężenie<br>[%] | Lepkość kinematyczna<br>[10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup> /s] |             |
|---------------------------------|-----------------|--|-------------|
|                                 |                 | 20 °C  | 25 °C       |
| 1182                            | 70              | 0,19   | 0,15        |
| 1209                            | 80              | 0,51   | 0,38        |
| 1236                            | 90              | 1,90   | 1,32        |
| 1249                            | 95              | 4,36   | 2,93        |
| 1252                            | 96              | 5,28   | 3,48        |
| <u>1253</u>                     | —               | —  | <u>4,19</u> |
| 1254                            | 97              | 6,42   | 4,17        |
| 1257                            | 98              | 7,75   | 5,00        |
| 1262                            | 100             | 11,88  | 7,49        |

#### Średni kwadrat przesunięcia dla ruchów Browna w eksperymencie

W celu obliczenia średniego kwadratu przesunięcia cząsteczek rodaminu o gęstości 1,31 g/cm<sup>3</sup> i masie molowej 479,02 g/mol, wyznaczono najpierw promień cząsteczki na podstawie jej gęstości, otrzymując  $r = 5,25 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ , a następnie znając wartość współczynnika lepkości kinematycznej gliceryny wyznaczono lepkość dynamiczną ( $\eta = 526 \cdot 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ) i współczynniki dyfuzji  $D$ . Czas obserwacji wynosił  $t = 150 \text{ s}$ . Podstawiając te wartości do wzoru (10), otrzymano  $\langle x^2 \rangle = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$ . Zmierzony końcowy kwadrat przesunięcia plamy był rzędu  $\Delta^2 = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ . Po porównaniu  $\Delta^2$  z pierwiastkiem średniego kwadratu przesunięcia brownowskiego  $\langle x^2 \rangle$  stwierdzono, iż podczas ruchu dyfuzja była nieistotna. Liczba Pécleta  $Pe = 2,4 \cdot 10^8$  obliczona zgodnie ze wzorem (11) przy charakterystycznym rozmiarze zabarwionej plamy  $l = 0,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  oraz prędkości  $v = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$  jest znacznie większa od jedności.

#### Wyznaczenie liczby Reynoldsa

Wyznaczono wartość liczby Reynoldsa ze wzoru (12) w celu sprawdzenia, czy w warunkach doświadczalnych układ równań (1) może zostać uproszczony do równań Stokesa; otrzymano  $Re \approx 0,5$ .

Na podstawie tej wartości widzimy, że skala czasowa lepkiej relaksacji jest mniejsza niż skala czasowa ruchu makroskopowego, ale nie aż tak, żeby w układzie doświadczalnym siły bezwładności można było pominąć. Wartość liczby Reynoldsa jest tylko nieco mniejsza od jedności, czyli siły bezwładności mogą wyjaśniać powstanie małej zmiany kształtu i położenia plamy zabarwionej substancji pod koniec eksperymentu.

## Podsumowanie

### Odwracalność mikroprzepływów

Dla mikroprzepływów w środowisku wodnym liczba Reynoldsa jest znacznie mniejsza od jedności. Oznacza to, że naprężenia lepkie płynu dominują nad siłami bezwładności. Efekty typowe dla takiego warunku, np. odwracalność przepływu, można obserwować także przy większych rozmiarach i prędkościach charakterystycznych, o ile płyn wykazuje lepkość odpowiednio większą niż woda. Na przykład, w temperaturze pokojowej lepkość kinematyczna gliceryny jest tysiąc razy większa niż wody, a miodu, syropu i niektórych olei – kilka tysięcy razy<sup>2</sup>. Co więcej, przedyskutowane w tej pracy doświadczenie wzorowane na filmie Taylora [2] pokazuje, że odwracalność przepływów można zaobserwować nawet dla liczb Reynoldsa niewiele mniejszych od jedności. Nie bez powodu dobre gospodynie, ręcznie ucierając majonez, nie zmieniały kierunku mieszania...

### Wnioski dydaktyczne

Czytelnika może dziwić, dlaczego artykuł ten napisany został w konwencji oryginalnej pracy naukowej. Nie opisujemy w nim przecież wyników oryginalnych badań, a praca wykonana została wyłącznie w celach dydaktycznych. Niech nas jednak nie zmyli bezosobowa forma tekstu. Pamiętajmy, że nie powstałby on bez obecności dociekliwego obserwatora, który z własnej inicjatywy, przy pomocy swojego opiekuna-przewodnika, szukał zrozumienia odwracalności mikroprzepływów. Nieprzypadkowo odbywało się to w opisany powyżej sposób. Jak bowiem pisał Piaget [15], „podstawową zasadą metod aktywnych jest szukanie inspiracji w historii nauki, a wyrazić można tę zasadę w następującej formie: *rozumieć – to znaczy*

Mgr ANNA MYŁYK w roku 2007 obroniła pracę magisterską na Wydziale Matematyczno-Fizycznym Uniwersytetu w Białymstoku. Zajmowała się teorią rozpraszania i tunelowania w mechanice kwantowej. Obecnie rozpoczyna drugi rok studiów doktoranckich w IPPT PAN w Warszawie. Teraz interesuje ją opis teoretyczny przepływów lepkich ([www.ippt.gov.pl/~amylyk](http://www.ippt.gov.pl/~amylyk)).

Dr hab. MARIA L. EKIEL-JEŻEWSKA jest docentem w IPPT PAN w Warszawie. Zajmuje się fizyką teoretyczną materii miękkiej. W szczególności badania obejmują dynamikę mikroobiektów w płynie i ich proces grupowania, opór hydrodynamiczny wywierany przez mikrocząstki na przepływ oraz transport i strukturę zawiesin ([www.ippt.gov.pl/~mekiel](http://www.ippt.gov.pl/~mekiel)).

<sup>2</sup>Jak się przekonać, że płyn ma dużą lepkość? Można sprawdzić, czy potrzeba dużej siły, żeby przesunąć w nim tyłeczkę, albo też zaobserwować, czy płyn wolno wycieka z brzegu przechylonego słoika. Tak zachowuje się np. miód. Wiele innych płynnych produktów spożywczych, w języku potocznym zwanych „gęstymi” (czyli o lepkości znacznie większej niż woda), takich jak majonez, keczup czy jogurt, ma lepkość zależną od gradientu ich prędkości. „Nie chcą” wylać się z pojemnika tak szybko jak miód, ale stawiają mniejszy niż miód opór przy mieszaniu [14].

odkrywać lub odtwarzać przez ponowne odkrycie. Trzeba będzie nagiąć się do tych wymagań, jeśli chcemy kształtować jednostki zdolne w przyszłości do wytwarzania lub do tworzenia, a nie tylko do powielania”.

A.M. serdecznie dziękuje S. Błońskiemu oraz P. Korczykowi za cenne uwagi. Praca powstała częściowo w ramach sieci MANAR oraz projektu badawczego 45/N-COST/2007/0, finansowanych przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego.

## Literatura

- [1] M. Smoluchowski, „Znaczenie nauk ścisłych w wykształceniu ogólnym”, przemówienie wygłoszone podczas Zjazdu Członków Towarzystwa Nauczycieli Szkół Wyższych w dniu 27 maja 1917 r. w Auli Uniwersytetu Jagiellońskiego, *Muzeum XXXII*, 286 (1917). Przedruk w: *Wybór pism filozoficznych* (PWN, Warszawa 1956).
- [2] G.I. Taylor, „Low Reynolds number flows”, Encyclopaedia Britannica Educational Corp., Chicago, 1985, video No 21617 (originally a colour sound film, Educational Services Inc., 1967).
- [3] L.D. Landau, E.M. Lifszyc, *Hydrodynamika* (PWN, Warszawa 1994).
- [4] G.M. Homsy i in., *Multi-Media Fluid Mechanics (DVD-ROM)* (Cambridge University Press, 2000).
- [5] <http://web.mit.edu/hml/ncfmf.html>.
- [6] D.J. Jeffrey, „Some basic principles in interaction calculation”, w: *Sedimentation of small particles in a viscous fluid*, red. E.M. Tory (Computational Mechanics Publications, 1996).
- [7] D.J. Pine i in., *Nature* **438**, 997 (2005).
- [8] [www.physics.nyu.edu/pine/research/hydroreverse.html](http://www.physics.nyu.edu/pine/research/hydroreverse.html).
- [9] S.D. Głazek, S.B. Sarason, *Productive learning* (Corwin Press, 2007).
- [10] [www.ippt.gov.pl/~amylyk/activity.html](http://www.ippt.gov.pl/~amylyk/activity.html).
- [11] N.G. van Kampen, *Procesy stochastyczne w fizyce i chemii* (PWN, Warszawa 1990).
- [12] Ch.D. Hodgman, *Handbook of Chemistry and Physics*, 40th ed. (Chemical Rubber Publishing Co., Cleveland, Ohio 1959).
- [13] [www.fizyka.umk.pl/lab2/tables/viscosit.html](http://www.fizyka.umk.pl/lab2/tables/viscosit.html).
- [14] [www.seed.slb.com/en/scictr/lab/index\\_liquid.htm](http://www.seed.slb.com/en/scictr/lab/index_liquid.htm); [www.practicingoilanalysis.com/article\\_detail.asp?articleid=294](http://www.practicingoilanalysis.com/article_detail.asp?articleid=294).
- [15] J. Piaget, *Dokąd zmierza edukacja* (PWN, Warszawa 1977).



KRZYSZTOF SADLEJ