

# XVI Konferencja Naukowo-Techniczna

# TKI2022

## TECHNIKI KOMPUTEROWE W INŻYNIERII

18–21 października 2022

### Modelowanie i symulacja zagadnień inżynierskich metodą elementów dyskretnych

Jerzy Rojek

Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk  
email: jrojek@ippt.pan.pl

**STRESZCZENIE:** W pracy przedstawiono wykorzystanie metody elementów dyskretnych do modelowania i symulacji zagadnień inżynierskich. Krótko opisano ideę modelowania dyskretnego, główne założenia i sformułowanie metody elementów dyskretnych. Przedstawiono zastosowanie metody elementów dyskretnych do modelowania materiałów sypkich, płynów magnetoreologicznych, skał, zagadnień cieplnych, przepływów mieszanin płynu z cząstkami stałymi w młynie wentylatorowym. Opisane zastosowania pokazują zalety metody oraz jej duży potencjał aplikacyjny.

**SŁOWA KLUCZOWE:** metoda elementów dyskretnych, symulacja, modelowanie, materiały sypkie, skały

#### 1. Wstęp – modelowanie dyskretne

Fizyczne modele materiałów, konstrukcji i układów mechanicznych można ogólnie podzielić na:

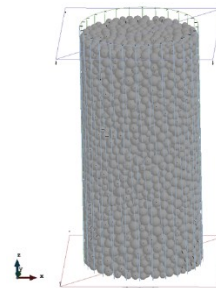
- modele ciągłe (kontinuum),
- modele dyskretne.

Układy mechaniczne lub konstrukcje o parametrach skupionych można rozpatrywać jako układy dyskretne składające się z ciał sztywnych oraz nieważkich sprężyn i tłumików. Modele dyskretne materiałów uwzględniają strukturę i nieciągłości materiału lub jego rozdrobnienie, traktując go jako ośrodek złożony z obiektów dyskretnych.

Fizyczny model ciągły jest podstawą do sformułowania ciągłego modelu matematycznego. Zastosowanie metod komputerowych wymaga przeprowadzenia odpowiedniej procedury dyskretyzacyjnej. W przypadku fizycznego modelu dyskretnego otrzymuje się bezpośrednio dyskretny przestrzennie model matematyczny. W związku z tym rozwiązanie numeryczne tego zagadnienia uzyskuje się bez potrzeby stosowania przestrzennej procedury dyskretyzacyjnej.

#### 2. Główne założenia i sformułowanie metody elementów dyskretnych

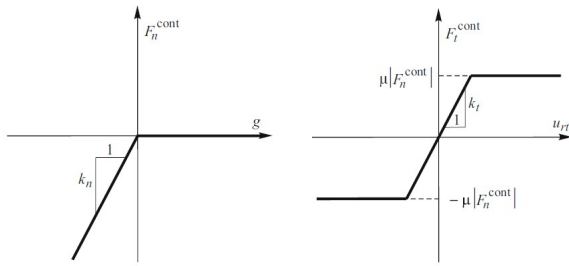
Metoda elementów dyskretnych jest typową metodą wykorzystującą fizyczny model dyskretny materiału a niekiedy również układu lub konstrukcji. W metodzie tej rozpatrywany jest zbiór elementów/cząstek/bloków o skończonych rozmiarach, oddziałujących między sobą [1]. Cząstki (elementy dyskretne) mogą być dowolnego kształtu. Cząstki o nieregularnym kształcie mogą lepiej reprezentować rzeczywisty ośrodek dyskretny, jednak ze względu na efektywność obliczeniową często stosuje się sferyczne elementy dyskretne (rys. 1).



Rys. 1. Model próbki piasku w próbie trójosiowego ściskania

Ruch cząstek (elementów dyskretnych) jest opisany równaniami dynamiki ciała sztywnego. Rozwiązanie sprowadza się do całkowania równań ruchu (równań różniczkowych zwyczajnych) względem czasu. Najczęściej stosuje się jawny schemat całkowania dzięki czemu uzyskuje się efektywne obliczeniowo rozwiązanie dla pojedynczego kroku całkowania. Wadą jawnych schematów całkowania jest ograniczenie długości kroku całkowania z powodu warunkowej stabilności rozwiązania co zazwyczaj prowadzi do bardzo dużej liczby kroków całkowania potrzebnej do analizy całego zagadnienia.

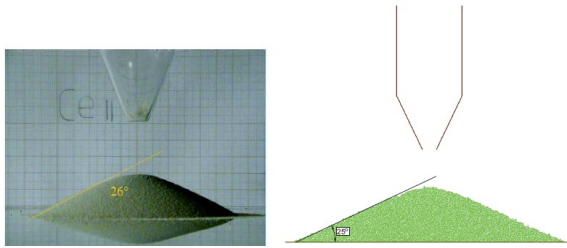
W zależności od modelowanego problemu cząstki (elementy dyskretne) mogą oddziaływać między sobą różnego rodzaju siłami. Głównym mechanizmem oddziaływania jest oddziaływanie kontaktowe. Model oddziaływania kontaktowego może uwzględniać różne mechanizmy takie jak odkształcenie sprężyste, tarcie, tłumienie, siły spójności. Rysunek 2 przedstawia zależności sił kontaktu w kierunku normalnym i stycznym od odpowiednich przemieszczeń względnych w modelu kontaktu z tarcie bez kohezji.



Rys. 2. Modelu oddziaływania kontaktowego bez kohezji z tarcieniem: a) siła normalna, b) siła styczna

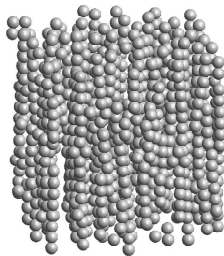
### 3. Zastosowania metody elementów dyskretnych

Metoda elementów dyskretnych jest naturalnym narzędziem do modelowania materiałów sypkich. Rysunek 3 przedstawia wyznaczenie kąta naturalnego usypu piasku. Wynik symulacji jest porównany z wynikiem doświadczalnym. W symulacji wykorzystano model oddziaływania kontaktowego z tarcieniem. Dodatkowo uwzględniono tarcie toczone.



Rys. 3. Wyznaczanie kąta naturalnego usypu piasku: a) piasek rzeczywisty, b) symulacja numeryczna

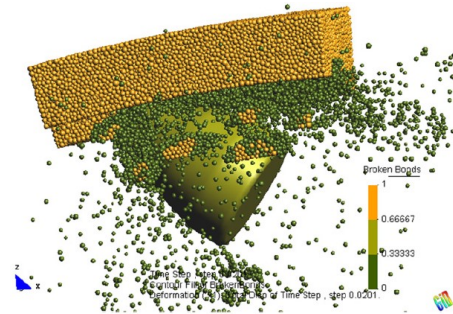
Model oddziaływania może uwzględniać również siły oddziaływania dalekiego zasięgu np. siły elektrostatyczne lub magnetyczne. Rys. 4 przedstawia łańcuchy cząstek płynu magnetoreologicznego w polu magnetycznym uzyskane za pomocą modelu metody elementów dyskretnych uwzględniającego oddziaływania magnetyczne.



Rys. 4. Modelowanie płynu magnetoreologicznego

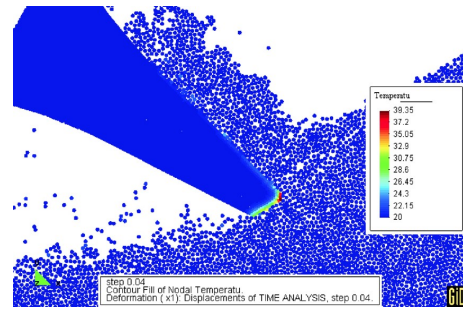
Uwzględnienie sił spójności pozwala modelować metodą elementów dyskretnych skały i inne materiały kohezyjne. Rys. 5 przedstawia wynik symulacji urabiania skały nożem stożkowym kombajnu chodnikowego. Uwzględnienie zerwania wiązań kohezyjnych między cząstkami umożliwia modelowanie zniszczenia materiału.

Sformułowanie elementów dyskretnych można rozszerzyć na zagadnienia przepływu ciepła. Połączenie algorytmu analizy termicznej z algorytmem dynamiki prowadzi do sprzężonego sformułowania termomechanicznego



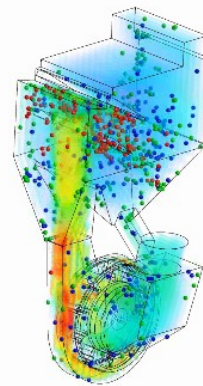
Rys. 5. Symulacja urabiania skał

metody elementów dyskretnych [2]. Rys. 6 przedstawia rozkład temperatury uzyskany w analizie termomechanicznej urabiania skał.



Rys. 6. Termomechaniczna symulacja urabiania skał (rozkład temperatury) [2]

Metodę elementów można również łączyć z innymi metodami numerycznymi np. metodą elementów skończonych, metodą elementów brzegowych lub metodami obliczeniowej mechaniki płynów co pozwala stworzyć optymalny model obliczeniowy wykorzystujący zalety poszczególnych metod a jednocześnie uniknąć ich słabych stron. Rys. 7 przedstawia wynik symulacji metodą elementów dyskretnych połączonej z numeryczną analizą zagadnienia mechaniki płynów.



Rys. 7. Symulacja przepływu mieszanki pyłowo-powietrznej w młynie wentylatorowym

### Literatura

- [1] Rojek J., *Modelowanie i symulacja komputerowa złożonych zagadnień mechaniki nieliniowej metodami elementów skończonych i dyskretnych*, IPPT PAN, Warszawa 2007.
- [2] Rojek J., *Discrete element thermomechanical modelling of rock cutting with valuation of tool wear*, *Comp. Part. Mech.*, Vol. 1, pp. 71–84, 2014.