

**WYKORZYSTANIE MODELOWANIA PROPAGACJI FAL
ULTRADŹWIĘKOWYCH DO OPTYMALIZACJI UKŁADÓW
GŁOWIC STOSOWANYCH W TECHNICIE TOFD**

Sławomir MACKIEWICZ
IPPT PAN, Warszawa
smackiew@ippt.gov.pl

1. WSTĘP

Modelowanie matematyczne odgrywa coraz większą rolę w opracowywaniu, planowaniu i optymalizacji nowoczesnych technik badań nieniszczących. Kompleksowy przegląd metod modelowania stosowanych w badaniach ultradźwiękowych przedstawiono w referacie [1] prezentowanym na poprzednim SNBM. W niniejszym artykule skoncentrowano się na praktycznym wykorzystaniu zaawansowanej techniki modelowania numerycznego do optymalizacji układów głowic stosowanych w ultradźwiękowej metodzie TOFD.

Technika TOFD została opracowana i wprowadzona do badań nieniszczących w latach 90-tych ubiegłego wieku w Wielkiej Brytanii [2]. Podstawowe założenia oraz zasady jej stosowania zostały przedstawione na Seminarium w Zakopanem już w 1997 r [3]. Od tego czasu technika TOFD stopniowo zdobywała uznanie oraz zwiększała swój udział w praktyce badań nieniszczących. Obecnie TOFD jest jedną z kluczowych technik ultradźwiękowych stosowanych w badaniach nieniszczących złączy spawanych. Ze względu na swoje ograniczenia (strefy martwe przy powierzchni materiału) jest zazwyczaj stosowana w połączeniu z ultradźwiękową techniką echa (PE) w wersji klasycznej lub *phased array*. Obie techniki, TOFD i PE, uzupełniają się wzajemnie i dają łącznie znacznie wyższy stopień wiarygodności badań niż każda z tych technik stosowana osobno [4]. Potwierdzeniem ugruntowanej pozycji techniki TOFD w badaniach złączy spawanych było wprowadzenie norm europejskich EN ISO 10863 [5] oraz EN ISO 15626 [6], odpowiednio w 2011 i 2014 roku.

Podstawową zaletą TOFD w porównaniu do techniki PE jest fakt, że do detekcji wad wykorzystuje ona nie tylko fale odbite od powierzchni wady, lecz także fale ugięte dyfrakcyjnie na jej krawędziach. Dzięki temu możliwe jest wykrywanie nieciągłości niezależnie od ich orientacji względem kierunku wiązki ultradźwiękowej. W przypadku stosowania samej techniki PE wiele wad o niekorzystnej (ukośnej) orientacji pozostaje niewykrytych, ponieważ fala odbita nie powraca do głowicy ultradźwiękowej.

Z drugiej strony, konieczność detekcji słabych fal dyfrakcyjnych nakłada na technikę TOFD znacznie wyższe wymagania odnośnie czułości układu ultradźwiękowego. Chodzi przy tym nie tylko o proste wzmocnienie sygnału odbiorczego, lecz także o zwiększenie stosunku sygnału do szumu (SNR) tak, aby rzeczywiste wskazania wad były lepiej widoczne na tle szumów. W celu rozwiązania tego problemu w systemach TOFD stosuje się specjalne niskoszumowe przedwzmacniacze umieszczane możliwie najbliżej głowicy odbiorczej. Chodzi o to, aby zredukować wpływ szumu elektromagnetycznego „wylapywanego” przez kabel łączący głowicę z odbiornikiem aparatu ultradźwiękowego. Pomimo tego, w wielu praktycznych zastosowaniach metody TOFD stosunek sygnał-szum nadal pozostaje niezadawalający, a czasem wręcz nieakceptowalny z punktu widzenia wiarygodności badań.

Wynika to z częstej konieczności pracy w otoczeniu przemysłowym, gdzie występują silne zakłócenia elektromagnetyczne generowane przez agregaty spawalnicze, generatory diesla czy silniki napędzające skanery ultradźwiękowe.

Należy jednak zauważyć, że oprócz poprawy i optymalizacji elektroniki systemów badawczych istnieje druga, równie ważna i skuteczna, droga do podwyższenia SNR rejestrowanych sygnałów TOFD. Co więcej, droga ta była dotychczas słabo rozumiana i wykorzystywana do podwyższania jakości badań. Chodzi tutaj o optymalizację konstrukcji układu głowic TOFD w taki sposób, aby z jednej strony zapewniał wystarczające pokrycie obszaru badania, z drugiej zaś generował impulsy ultradźwiękowe o możliwie dużej amplitudzie. Pierwsze wspomniane wymaganie spowodowało, że stosowane obecnie rozmiary przetworników głowic TOFD są bardzo małe. Przykładowo, norma EN ISO 10863 rekomenduje dla najmniejszych grubości spoin (6 - 10 mm) przetworniki o średnicach od 2 do 3 mm, zaś dla zakresu (15 – 35 mm) od 2 do 6 mm. Energia ultradźwiękowa wypromieniowana przez przetwornik o średnicy 2-3 mm jest bardzo niewielka. Nawet przetwornik o średnicy 6 mm jest praktycznie najmniejszym przetwornikiem spotykanym w konwencjonalnych badaniach ultradźwiękowych ze względu na wymagania odnośnie amplitudy impulsów.

Obecna sytuacja w technice TOFD wygląda więc tak, że dla uzyskania wymaganej rozbieżności wiązki stosuje się kołowe przetworniki ultradźwiękowe o bardzo małych średnicach, które generują słabe impulsy ultradźwiękowe i odbierają słabe z natury fale dyfrakcyjne. Wszystkie wspomniane słabości po stronie ultradźwiękowej ma nadrobić niskoszumowa elektronika i softwarowe uśrednianie impulsów. Jak wynika z dotychczasowych doświadczeń podejście takie nie do końca sprawdza się w praktyce.

Pytanie, które nasuwa się w świetle powyższej analizy brzmi zatem, czy można tak zaprojektować układ głowic TOFD, aby zapewnić odpowiednio dużą rozbieżność wiązki w płaszczyźnie pionowej, a jednocześnie uzyskiwać impulsy ultradźwiękowe o zwiększonej energii, umożliwiające uzyskanie wyższego SNR. Jednym z potencjalnych rozwiązań mogłoby być np. zastosowanie przetworników eliptycznych o zwiększonych rozmiarach poprzecznych. Można oczekiwać, że zwiększona szerokość przetwornika zwiększy ilość energii ultradźwiękowej wprowadzanej do materiału nie wpływając przy tym na rozbieżność wiązki w płaszczyźnie pionowej. Aby odpowiedzieć na pytanie, czy i na ile takie rozwiązanie jest skuteczne trzeba wykonać obliczenia pola ultradźwiękowego generowanego przez głowice TOFD wykorzystujące taki rodzaj przetworników. Wyniki odpowiednich obliczeń opisano w dalszej części artykułu.

2. CHARAKTERYSTYKA UKŁADU GŁOWIC TOFD

Podstawą układu badawczego TOFD są dwie głowice kątowe fal podłużnych, ustawione przeciwobnie po obu stronach spoiny (patrz rys. 1). Badanie przeprowadzane jest metodą przepuszczania. Głowica nadawcza wytwarza wiązkę ultradźwiękową, która powinna objąć całą badaną objętość materiału, np. całą grubość spoiny lub (dla grubszych spoin) ściśle określoną strefę jej grubości. Głowica odbiorcza rejestruje impulsy ultradźwiękowe odbite lub ugięte dyfrakcyjnie od nieciągłości znajdujących się w badanej strefie materiału, a także echo dna oraz impuls fali podpowierzchniowej przechodzącej bezpośrednio między głowicami. Strefa czułości głowicy odbiorczej jest symetrycznym odbiciem pola akustycznego głowicy nadawczej i również powinna obejmować całą badaną objętość materiału.

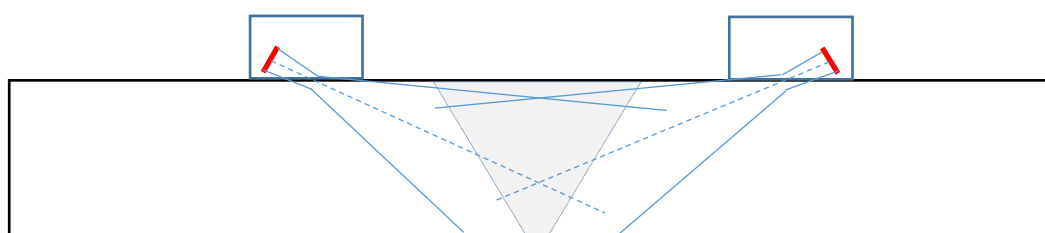
Drugim podstawowym wymaganiem w stosunku do głowic TOFD jest to aby ich częstotliwość podstawowa była możliwie wysoka a czas trwania impulsu możliwie krótki (np. 1,5 okresu częstotliwości podstawowej). Oba parametry determinują głębokość strefy martwej przy powierzchni skanowania a także rozdzielczość zobrazowania TOFD w kierunku grubości. Z drugiej strony, nadmierne podwyższanie częstotliwości głowic może prowadzić do zbytznego zmniejszenia rozbieżności wiązki i w rezultacie do niezgodności z pierwszym wymaganiem.

Dodatkowo należy mieć na uwadze fakt, że wraz ze wzrostem częstotliwości rośnie tłumienie fali ultradźwiękowej w materiale, co skutkuje obniżeniem amplitudy rejestrowanych impulsów.

Kolejnym ważnym aspektem projektowania układu głowic TOFD jest zapewnienie możliwie dużej amplitudy rejestrowanych sygnałów ultradźwiękowych przy możliwie dużym SNR. To z kolei wymaga stosowania przetworników o większej powierzchni, co jednak znowu wiąże się z ryzykiem zbytniego zmniejszenia rozbieżności wiązki.

Warto również przyjrzeć się szerokości wiązki ultradźwiękowej w przekroju poprzecznym, czyli w płaszczyźnie przekroju podłużnego spoiny. Szerokość ta powinna być możliwie, jak najmniejsza, ponieważ zwiększa to dokładność wyznaczania długości wad oraz ogólną rozdzielczość zobrazenia TOFD w kierunku skanowania.

Ważny jest także odpowiedni dobór odległości między głowicami układu. Z jednej strony odległość ta musi być na tyle duża aby głowice nie zahaczały o lico spoiny podczas skanowania, z drugiej jednak, nie może powodować nadmiernego spadku amplitudy impulsów wskutek wydłużenia drogi fali między głowicami.



Rys. 1. Układ głowic stosowany w badaniach metodą TOFD.

Widać więc, że optymalny dobór parametrów układu głowic TOFD musi być pewnym kompromisem pomiędzy różnymi, często sprzecznymi, wymaganiami. Aby ułatwić to zadanie norma EN ISO 10863 daje ogólne rekomendacje odnośnie doboru parametrów głowic ultradźwiękowych w zależności od grubości badanych spoin. W tabeli 1 przytoczono w/w rekomendacje dla spoin o grubościach poniżej 100 mm.

Zakres grubości spoin t [mm]	Liczba skanów TOFD	Zakres grubości Δt [mm]	Częstotliwość f [MHz]	Kąt załamania α [°]	Rozmiar przetwornika D [mm]	Głębokość przecięcia osi wiązek
6 - 10	1	0 - t	15	70	2 - 3	$2/3 t$
>10 - 15	1	0 - t	10 - 15	70	2 - 3	$2/3 t$
>15 - 35	1	0 - t	5 - 10	60 - 70	2 - 6	$2/3 t$
>35 - 50	1	0 - t	3 - 5	60 - 70	3 - 6	$2/3 t$
>50 - 100	2	0 - $t/2$	3 - 5	60 - 70	3 - 6	$1/3 t$
		$t/2$ - t	3 - 5	45 - 60	6 - 12	$5/6 t$

Tab. 1. Rekomendowane parametry układów głowic TOFD do badań spoin doczołowych o grubości poniżej 100 mm (wg EN ISO 10863).

Z przedstawionej tabeli wynika w szczególności, że norma rekomenduje wykonywanie jednego skanu TOFD przy badaniu spoin aż do grubości 50 mm. Począwszy od tej grubości należy dzielić grubość spoiny na 2, 3 lub nawet 4 strefy badania skanowane różnymi układami głowic.

Dla dokładniejszego przeanalizowania zaleceń normowych oraz problemów związanych z optymalizacją układu głowic TOFD skupimy się na typowej spoinie doczołowej wykonanej ze stali ferrytycznej o grubości 22 mm. Jak wynika z tabeli 1 spoiny o grubościach od 15 do 35 mm mogą być badane na całej grubości za pomocą jednego układu głowic TOFD. Częstotliwość podstawowa głowic powinna zawierać się w przedziale od 5 do 10 MHz, kąt załamania fal podłużnych powinien leżeć w zakresie 60° - 70°, zaś średnica przetwornika w zakresie od 2 do 6 mm.

Jak widać, rekomendowane przedziały parametrów są dosyć szerokie i nie dają jednoznacznej recepty na prawidłowe zaprojektowanie układu głowic. W praktyce, specjaliści badań ultradźwiękowych wybierają spośród posiadanych układów głowic ten, który spełnia kryteria normowe i ewentualnie weryfikują go na próbkach odniesienia. Jednak postępowanie takie nie daje pewności, że wybrany układ głowic jest faktycznie najbardziej optymalny dla planowanego badania. Z drugiej strony ilość kombinacji parametrów głowic, spełniających w danym przypadku zalecenia normowe, jest tak duża, że trudno byłoby zakupić a następnie przetestować wszystkie możliwe kombinacje. Znacznie lepszym rozwiązaniem jest wykorzystanie w tym celu programu komputerowego pozwalającego na symulowanie rozkładów pola ultradźwiękowego dla różnych kombinacji parametrów głowic. W dalszej części artykułu opisano przykładowe zastosowanie takiego programu do optymalizacji układu głowic TOFD do badań spoin doczołowych o grubości 22mm. W wyniku takiej analizy można określić najbardziej odpowiedni układ parametrów głowic TOFD i do testów praktycznych wytypować głowice najbardziej zbliżone do układu optymalnego.

3. METODYKA OBLICZEŃ POLA ULTRADŹWIĘKOWEGO GŁOWIC TOFD

Metodyka obliczeń pola ultradźwiękowego wytwarzanego w badanym materiale przez głowice kątowe fal podłużnych wychodzi z powszechnie znanej zasady Huygensa. Mówi ona, że ciśnienie akustyczne w danym punkcie pola ultradźwiękowego jest sumą kulistych fal cząstkowych wytworzonych przez elementarne źródła punktowe leżące na powierzchni przetwornika nadawczego. W jednorodnym ośrodku sprężystym zasadę tą można wyrazić matematycznie w postaci całkowego wzoru Rayleigha-Sommerfelda [7]:

$$p(\mathbf{r}) = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \iint \frac{v_0 e^{-ikr}}{\lambda r} dS \quad (1)$$

gdzie całkowanie odbywa się po całej aktywnej powierzchni przetwornika S , zaś v_0 oznacza prędkość cząstkową fali przy jego powierzchni, k – liczbę falową, ω – częstość kątową, ρ – gęstość ośrodka, r – odległość między punktem pola \mathbf{r} a bieżącym punktem całkowania na powierzchni przetwornika. Zakładamy tutaj, że przetwornik wykonuje harmoniczne drgania tłokowe, czyli amplituda prędkości cząstkowej na jego powierzchni - v_0 jest stała.

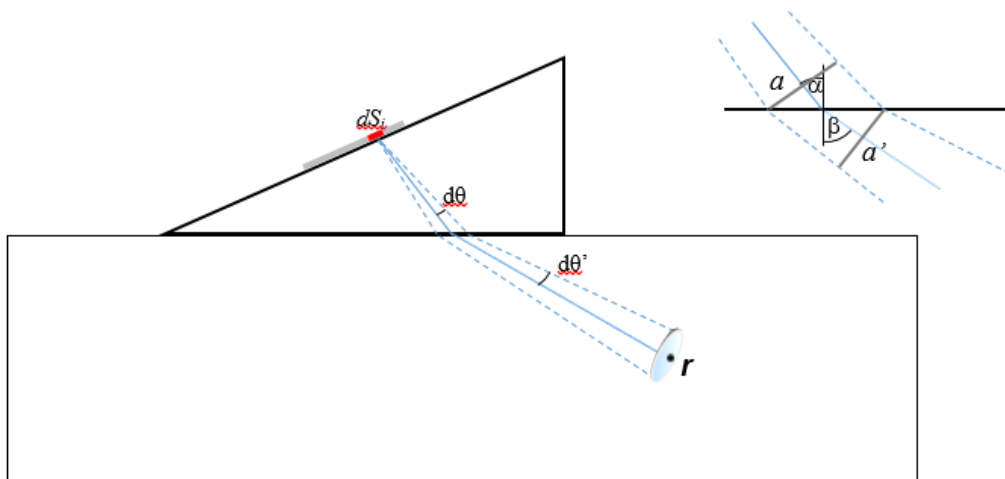
Wzór Rayleigha-Sommerfelda nadaje się do bezpośredniego wykorzystania jedynie w ośrodku jednorodnym, gdy przetwornik pobudzający przylega bezpośrednio do powierzchni badanego materiału. Sytuacja taka występuje np. przy modelowaniu pola ultradźwiękowego głowicy normalnej przyłożonej do płaskiej powierzchni badanego elementu.

Jednak w przypadku głowic kątowych fal podłużnych, stosowanych w metodzie TOFD, sytuacja jest bardziej skomplikowana. Wiązka ultradźwiękowa wytwarzana przez przetwornik ulega załamaniu na granicy klina głowicy i materiału badanego. Elementarne fale kuliste wytwarzane przez źródła punktowe na powierzchni przetwornika ulegają na tej granicy odbiciu, załamaniu oraz transformacji. Chcąc obliczyć pole ultradźwiękowe w materiale badanym należy odpowiednio zmodyfikować wzór Rayleigha-Sommerfelda, tak aby uwzględnił wspomniane efekty.

W celu rozwiązania tego stosunkowo trudnego problemu wykorzystano podstawowe założenia metody *pencil tracing* wprowadzonej przez Deshampa [9] dla fal elektro-

magnetycznych i zaadaptowanej następnie przez Gengembre [10] do modelowania propagacji fal ultradźwiękowych.

Metoda *pencil tracing* jest rozwinięciem metody *ray tracing* i polega na śledzeniu trajektorii, nie pojedynczych promieni, lecz całych stożków promieni (tzw. ołówków) wychodzących z elementarnych źródeł punktowych na powierzchni przetwornika. Stożki takie składają się z promienia centralnego oraz grupy promieni przyosiowych propagujących się pod bardzo małym kątem $d\theta$ względem promienia centralnego (patrz rys. 2). W metodzie *pencil tracing* zakłada się, że energia ultradźwiękowa wypromieniowana w wirtualny stożek przez elementarne źródło cały czas propaguje się w jego obrębie aż do momentu napotkania granicy ośrodków. Na granicy ośrodków (w tym przypadku na granicy klina głowicy i materiału badanego) promienie stożka ulegają załamaniu zaś jego przekrój ulega deformacji (z koła staje się elipsą). Energia fali niesiona wewnątrz stożka zostaje na granicy ośrodków częściowo odbita, częściowo transformowana na fale poprzeczną, a częściowo kontynuuje propagację jako fala podłużna w obrębie stożka załamane. Na granicy ośrodków musimy więc obliczyć zarówno zmianę geometrii stożka propagacji, jak też współczynnik transmisji energii T_E ze stożka pierwotnego (w materiale klina) do stożka załamane (w materiale badanym).



Rys. 2. Schemat propagacji stożka promieni pomiędzy elementarnym źródłem punktowym na powierzchni przetwornika dS_i a punktem r w badanym materiale.

Zmiany geometrii stożka wskutek załamania na granicy ośrodków można obliczyć wychodząc z prawa Snelliusa. W wyniku załamania promieni na granicy stożek zmniejsza swoją szerokość w płaszczyźnie padania (patrz rys. 2). Nową szerokość stożka załamane – a' można obliczyć ze wzoru:

$$a' = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} a = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} l_k d\theta \quad (2)$$

gdzie α oraz β oznaczają odpowiednio kąt padania i załamania promienia centralnego, a szerokość stożka pierwotnego przy granicy ośrodków, zaś l_k – długość drogi promienia centralnego w klinie głowicy.

Szerokość stożka w kierunku prostopadłym do płaszczyzna padania - a'' nie ulega zmianie.

$$a'' = a = l_k d\theta \quad (3)$$

Wskutek zjawiska załamania zmieniają się także kąty rozbieżności stożka propagacji w obu płaszczyznach. W płaszczyźnie padania kąt rozbieżności stożka załamanego - $d\theta'$ dany jest wzorem:

$$d\theta' = \frac{V_m \cos\alpha}{V_k \cos\beta} d\theta \quad (4)$$

gdzie V_k – prędkość fali w materiale klina głowicy, V_m – prędkość fali w materiale badanym.

Z kolei, kąt rozbieżności stożka w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny padania i zawierającej promień centralny stożka zmienia się zgodnie ze wzorem:

$$d\theta'' = \frac{V_m}{V_k} d\theta \quad (5)$$

Znając rozmiary początkowe oraz kąty rozbieżności stożka załamanego można obliczyć jego przekrój poprzeczny w płaszczyźnie prostopadłej do promienia centralnego w dowolnym punkcie pola \mathbf{r} (patrz rys. 2). Przekrój ten ma kształt elipsy o średnicach b' (wysokość) oraz b'' (szerokość) określonych następującymi wzorami:

$$b' = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} l_k d\theta + \frac{V_m \cos\alpha}{V_k \cos\beta} l_m d\theta \quad (6)$$

$$b'' = l_k d\theta + \frac{V_m}{V_k} l_m d\theta \quad (7)$$

Znając obie średnice przekroju stożka można obliczyć pole jego powierzchni w dowolnym punkcie pola \mathbf{r} .

$$S_P = \frac{\pi}{4} b' b'' = \pi \left(\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} l_k + \frac{V_m \cos\alpha}{V_k \cos\beta} l_m \right) d\theta \left(l_k + \frac{V_m}{V_k} l_m \right) d\theta \quad (8)$$

Zgodnie z podstawowym założeniem metody *pencil tracing* wzrost pola przekroju stożka S_P oznacza spadek strumienia energii fali ultradźwiękowej na jednostkę powierzchni (czyli intensywności fali I) proporcjonalnie do $1/S_P$.

$$I(\mathbf{r}) \sim \frac{1}{S_P} = \frac{1}{\pi \left(l_k + \frac{V_m}{V_k} l_m \right) \left(\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} l_k + \frac{V_m \cos\alpha}{V_k \cos\beta} l_m \right)} \quad (9)$$

gdzie $I(\mathbf{r})$ oznacza intensywność fali ultradźwiękowej w punkcie pola \mathbf{r} .

Uzyskaliśmy powyżej ważne wyrażenie opisujące spadek intensywności energii fali cząstkowej w materiale badanym wskutek rozbieżności stożka propagacji. Należy jeszcze obliczyć współczynnik transmisji energii fali T_E ze stożka pierwotnego do stożka załamanego na granicy ośrodków.

Zgodnie z założeniem metody *pencil tracing* współczynnik ten oblicza się tak samo jak dla fali płaskiej padającej na granicę ośrodków pod tym samym kątem co promień centralny stożka. Założenie takie znacząco upraszcza rozwiązanie postawionego problemu.

Całkowita energia fali płaskiej padająca w jednostce czasu pod kątem α na fragment dS powierzchni granicznej wynosi:

$$dE_k = \frac{p_k^2}{2z_k} \cos\alpha \, dS \quad (10)$$

gdzie: p_k – ciśnienie akustyczne fali padającej w materiale klina,
 z_k – impedancja akustyczna materiału klina

Podobnie, energia fali płaskiej załamanej wychodząca w jednostce czasu z fragmentu powierzchni dS wynosi:

$$dE_m = \frac{p_m^2}{2z_m} \cos\beta \, dS \quad (11)$$

gdzie: p_m – ciśnienie akustyczne fali załamanej w materiale badanym,
 z_m – impedancja akustyczna materiału badanego

Współczynnik transmisji energii fali na granicy ośrodków – T_E wynosi więc:

$$T_E = \frac{dE_m}{dE_k} = \frac{p_m^2}{2z_m} \frac{2z_k \cos\beta}{p_k^2 \cos\alpha} = T_p^2 \frac{z_k \cos\beta}{z_m \cos\alpha} \quad (12)$$

gdzie T_p oznacza ciśnieniowy współczynnik transmisji podłużnej fali płaskiej na granicy ośrodków. Współczynnik ten zależy od kąta padania fali na granicę ośrodków oraz prędkości fal i impedancji akustycznych obu ośrodków. Odpowiedni wzór obliczeniowy można znaleźć w literaturze [11].

Można teraz sformułować następujące wyrażenie na intensywność przepływu energii fali cząstkowej w punkcie pola r :

$$I(\mathbf{r}) = \frac{P_0 T_E}{S_P} = \frac{P_0 T_p^2 \frac{z_k \cos\beta}{z_m \cos\alpha}}{\pi \left(l_k + \frac{v_m}{v_k} l_m \right) \left(\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} l_k + \frac{v_m \cos\alpha}{v_k \cos\beta} l_m \right)} \quad (13)$$

gdzie stała P_0 oznacza moc promieniowaną w jednostkowy kąt bryłowy przez źródło punktowe na powierzchni przetwornika. Powyższy wzór, po podzieleniu licznika i mianownika przez czynnik $\cos\beta/\cos\alpha$ sprowadza się do następującej uproszczonej postaci:

$$I(\mathbf{r}) = \frac{P_0 z_k}{z_m} \frac{T_p^2}{\pi \left(l_k + \frac{v_m}{v_k} l_m \right) \left(l_k + \frac{v_m \cos^2\alpha}{v_k \cos^2\beta} l_m \right)} \quad (14)$$

Ponieważ intensywność fali ultradźwiękowej jest proporcjonalna do kwadratu jej ciśnienia akustycznego możemy napisać wzór na amplitudę ciśnienia akustycznego fali cząstkowej w punkcie pola r .

$$p(\mathbf{r}) = \sqrt{2z_m} \sqrt{I(\mathbf{r})} = \frac{\sqrt{2z_k P_0} T_p}{\sqrt{\pi \left(l_k + \frac{v_m}{v_k} l_m \right) \left(l_k + \frac{v_m \cos^2\alpha}{v_k \cos^2\beta} l_m \right)}} \quad (15)$$

Czynnik $\sqrt{2z_k P_0}$ w liczniku wzoru (15) można interpretować jako ciśnienie akustyczne kulistej fali cząstkowej rozchodzącej się w pierwszym ośrodku propagacji (klinie), w jednostkowej odległości od źródła punktowego i oznaczać jako $-p_0$.

Jednak wzór (15) określa jedynie amplitudę ciśnienia akustycznego fali cząstkowej w punkcie pola ultradźwiękowego \mathbf{r} . W celu pełnego scharakteryzowania pola akustycznego należy wyznaczyć także jego fazę. Fazę fali cząstkowej w punkcie \mathbf{r} obliczamy jako drogę falową promienia centralnego stożka propagacji od punktu wyjścia na powierzchni przetwornika do punktu \mathbf{r} w materiale badanym.

$$\varphi(\mathbf{r}) = k_k l_k + k_m l_m \quad (16)$$

gdzie: k_k – liczba falowa fali cząstkowej w materiale klina,
 k_m – liczba falowa fali cząstkowej w materiale badanym,
 l_k, l_m – drogi promienia centralnego w materiale klina oraz w materiale badanym,

Mając zarówno amplitudę jak i fazę fali cząstkowej możemy napisać poszukiwany wzór na zespoloną wartość ciśnienia akustycznego fali cząstkowej w dowolnym punkcie pola \mathbf{r} w materiale badanym. Jest to odpowiednik wyrażenia podcałkowego we wzorze Rayleigha-Sommerfelda dla przypadku kiedy fale cząstkowe przechodzą przez płaską granicę dwóch ośrodków.

$$p(\mathbf{r}) = \frac{p_0 T_p e^{-i(k_k l_k + k_m l_m)}}{\sqrt{\pi \left(l_k + \frac{v_m}{v_k} l_m \right) \left(l_k + \frac{v_m \cos^2 \alpha}{v_k \cos^2 \beta} l_m \right)}} \quad (17)$$

Zgodnie z zasadą Huygensa należy teraz zsumować ciśnienia akustyczne wszystkich fal cząstkowych pochodzących od źródeł punktowych na powierzchni przetwornika. W ten sposób uzyskujemy ciśnienie akustyczne p_{sum} wytworzone w punkcie pola \mathbf{r} przez cały drgający przetwornik:

$$p_{sum}(\mathbf{r}) = \iint \frac{p_0 T_p e^{-i(k_k l_k + k_m l_m)}}{\sqrt{\pi \left(l_k + \frac{v_m}{v_k} l_m \right) \left(l_k + \frac{v_m \cos^2 \alpha}{v_k \cos^2 \beta} l_m \right)}} dS \quad (18)$$

Należy podkreślić, że wzór (18) można stosować dla przetworników płaskich o dowolnym kształcie i wielkości, w szczególności dla przetworników kołowych, prostokątnych i eliptycznych. Ponieważ założyliśmy, że przetwornik wykonuje drgania tłokowe ciśnienie p_0 jest stałe dla wszystkich fal cząstkowych i możemy je wynieść przed znak całkowania. W przypadku, gdy w obliczeniach interesują nas bardziej rozkłady przestrzenne pola ultradźwiękowego niż jego wartości bezwzględne, czynnik p_0 możemy całkowicie pominąć przyjmując, że jest równy jedności.

Wzór całkowy (18) stanowi punkt wyjścia do numerycznych obliczeń pola ultradźwiękowego wytwarzanego w badanym materiale przez głowice kątowe fal podłużnych. Po wprowadzeniu pewnych modyfikacji można go zastosować także do obliczeń pola ultradźwiękowego głowic kątowych fal poprzecznych. Algorytm obliczeniowy oparty na powyższym wyrażeniu zaimplementowano w programie *SymTOFD 1.0* firmy NDT SOFT [13] do symulacji badań ultradźwiękowych techniką TOFD.

4. OPROGRAMOWANIE DO SYMULACJI BADANIA TOFD

Oprogramowanie do symulacji badania TOFD musi realizować dwie podstawowe funkcje niezbędne do kompleksowej analizy techniki badania.

Po pierwsze musi umożliwiać obliczanie rozkładów pola ultradźwiękowego wytwarzanego w badanym materiale przez głowice TOFD w zależności od ich parametrów konstrukcyjnych. Zgodnie z zasadą wzajemności rozkład ciśnienia akustycznego głowicy nadawczej jest tożsamy z rozkładem pola czułości (na źródła punktowe) głowicy odbiorczej o tych samych parametrach. Ponieważ w układach TOFD stosuje się dwie jednakowe głowice, raz obliczony rozkład opisuje zarówno pole głowicy nadawczej jak i odbiorczej.

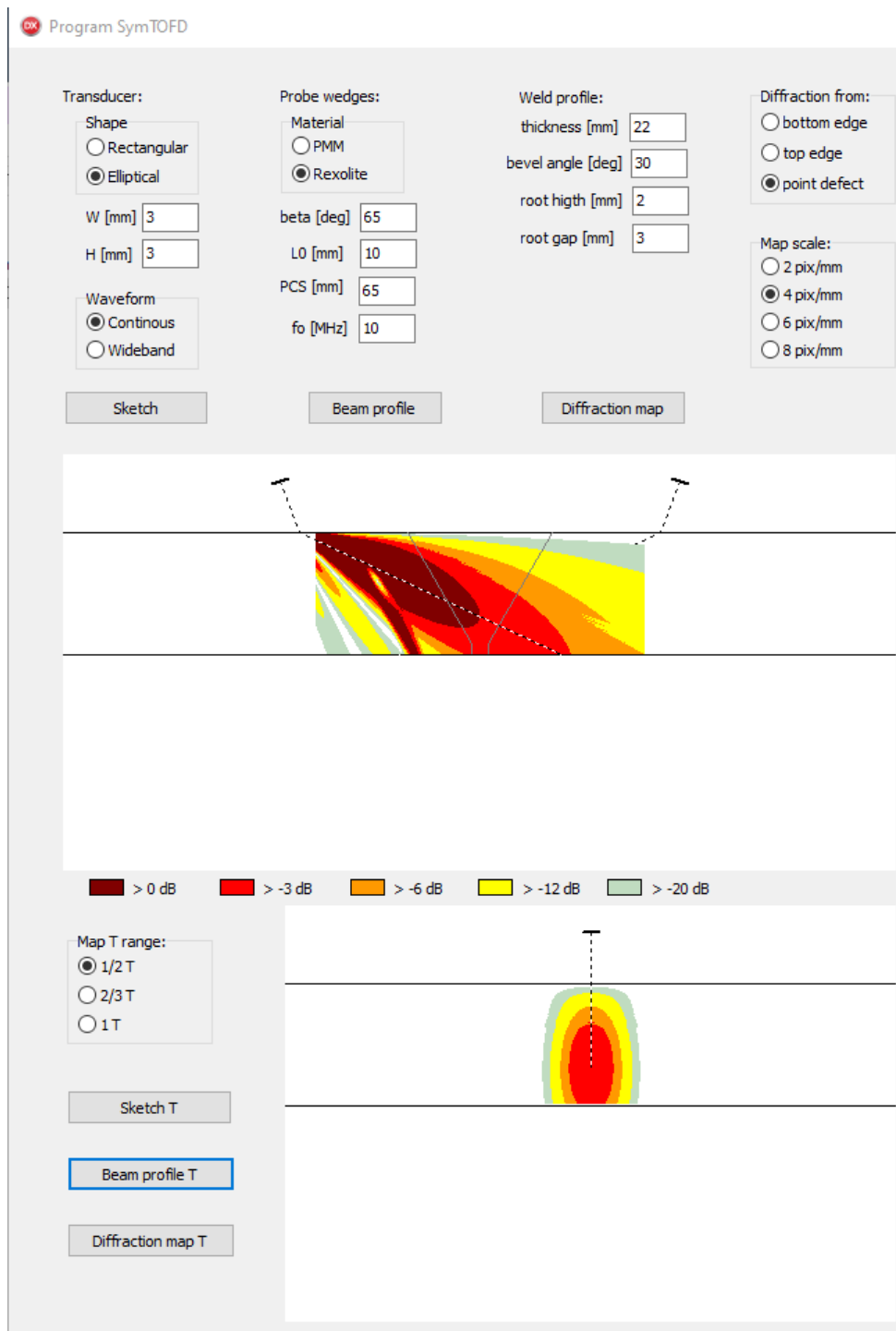
Rozkłady takie powinny być obliczane zarówno w przekroju podłużnym leżącym wzdłuż linii łączącej środki głowic jak też w przekroju poprzecznym obrazującym rozkład pola ultradźwiękowego w przekroju podłużnym spoiny. Analiza takich rozkładów jest najważniejszą podstawą do porównania różnych układów głowic TOFD w kontekście optymalizacji badań określonego typu spoiny.

Drugą, ważną funkcjonalnością takiego oprogramowania powinna być możliwość obliczania rozkładów amplitudy impulsów ultradźwiękowych rejestrowanych przez głowicę odbiorczą po odbiciu lub rozproszeniu od modelowych reflektorów dyfrakcyjnych. Reflektorami takimi są dolne oraz górne krawędzie pęknięć idealnych (tj. prostopadłych do powierzchni półpłaszczyzn nieciągłości materiału) oraz wady punktowe rozpraszające fale ultradźwiękowe równomiernie we wszystkich kierunkach. Krawędzie pęknięć idealnych reprezentują, w przybliżeniu, krawędzie pęknięć rzeczywistych, zaś wady punktowe wady rzeczywiste typu małych wtrąceń lub pęcherzy o rozmiarach mniejszych niż długość fali. Nie ma faktycznej potrzeby modelowania odbić od dużych wad objętościowych ponieważ ich echa z zasady są łatwo wykrywalne w badaniu TOFD.

Analizując rozkłady amplitudy impulsów dyfrakcyjnych od wad modelowych na przekroju spoiny można ocenić czułość badania TOFD na poszczególne rodzaje wad w różnych obszarach spoiny. Czułość badania w metodzie TOFD nie musi być idealnie równomierna w całej badanej objętości, ponieważ podstawą oceny jest bardziej kształt i położenie wskazania niż jego amplituda, jednak nie może też nadmiernie spadać gdyż grozi to całkowitym brakiem możliwości detekcji. Można przyjąć, że różnice czułości wykrywania określonego typu wady modelowej w badanej objętości nie powinny przekraczać 12 dB. Odpowiada to rozpiętości wysokości sygnałów na zobrazowaniu A-skan w granicach od 20% do 80% FSH.

Opisane wyżej wymagania realizuje program *SymTOFD 1.0* firmy NDT SOFT. Jego interfejs pokazano na rys. 3. Program umożliwia obliczanie rozkładów pola ultradźwiękowego głowic TOFD zarówno w przekroju podłużnym jak i poprzecznym. Przetworniki głowic mogą mieć kształt koła, prostokąta lub elipsy oraz dowolnie definiowane rozmiary i częstotliwości. Jako materiał klina załamującego można wybierać polimetakrylan metylu (PMM) lub Rexolite. Kąty załamania głowic fal podłużnych można wybierać w zakresie od 35° do 80° co w pełni obejmuje zakresy kątów głowic TOFD rekomendowanych w normie EN ISO 10863.

Należy zauważyć, że do obliczenia amplitud sygnałów dyfrakcyjnych pochodzących od krawędzi pęknięć idealnych nie wystarczają same rozkłady pola ultradźwiękowego głowic TOFD wyznaczone według wzoru (18). Potrzebne są dodatkowo charakterystyki kierunkowe fal dyfrakcyjnych powstających na krawędziach pęknięć. W programie *SymTOFD* charakterystyki te obliczane są na podstawie wzorów analitycznych wyprowadzonych przez Ogilvy i Temple [14] a przytoczonych także w pracy [15].



Rys. 3. Interfejs programu SymTOFD 1.0 do symulacji badań ultradźwiękowych techniką TOFD.

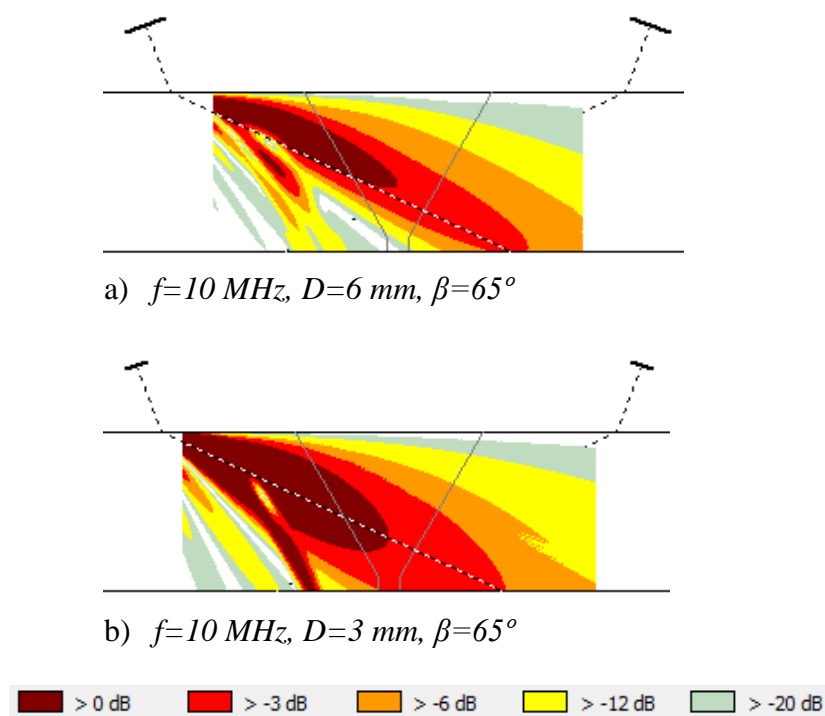
Bardzo istotną i nowatorską funkcjonalnością programu *SymTOFD 1.0* jest możliwość obliczania rozkładów pola ultradźwiękowego, nie tylko w ramach modelu fali ciągłej zakładającym jedną, ściśle określoną częstotliwość drgań przetwornika, lecz także w modelu impulsowym lepiej reprezentującym przetworniki szerokopasmowe stosowane w metodzie TOFD. Obliczenia takie są znacznie bardziej czasochłonne niż obliczenia w modelu fali ciągłej jednak funkcjonalność taka pozwala, co najmniej, na weryfikację rozkładów obliczonych w modelu standardowym w szczególnie ważnych przypadkach.

5. PRZYKŁAD OPTYMALIZACJI UKŁADU GŁOWIC TOFD

Praktyczne wykorzystanie oprogramowania symulacyjnego do optymalizacji układu głowic TOFD omówiono na przykładzie badania typowego złącza spawanego o grubości 22 mm, ukosowanego na V jakie można spotkać na budowach rurociągów, konstrukcji stalowych czy zbiorników. Punktem wyjścia będą wymagania normowe odnośnie parametrów układu głowic TOFD przytoczone w tab. 1.

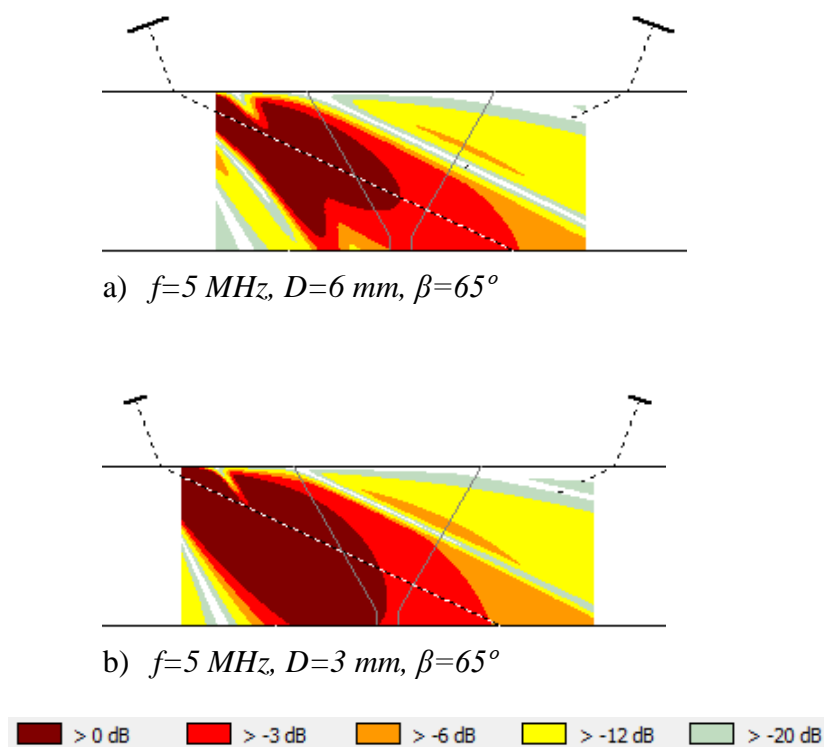
Z tabeli wynika, że do badania spoin o grubości 22 mm należy stosować głowice kątowe fal podłużnych o częstotliwości podstawowej w zakresie 5 – 10 MHz, średnicy przetwornika w zakresie 2 – 6 mm oraz kącie załamania fal podłużnych w zakresie 60° – 70°. Analizę rozpoczniemy od obliczenia rozkładów pola ultradźwiękowego dla kilku głowic reprezentujących różne kombinacje parametrów zawierających się w rekomendowanych zakresach. Biorąc pod uwagę ograniczenia wynikające z szerokości lica założymy wstępnie kąt załamania wynoszący 65° oraz odległość między środkami głowic $S_g = 63$ mm, co spełnia zalecenie normy, aby osie akustyczne głowicy nadawczej i odbiorczej przecinały się na głębokości 2/3 grubości spoiny.

Obliczenia rozpoczniemy od górnej zalecanej częstotliwości głowic wynoszącej 10 MHz oraz dwóch różnych średnic przetwornika wynoszących odpowiednio 6 oraz 3 mm. Uzyskane rozkłady ciśnienia akustycznego fali podłużnej pokazano na rys. 4. Zastosowana paleta kolorów obrazuje obszary o określonym spadku ciśnienia akustycznego fali względem maksimum wyznaczonego na osi pionowej spoiny. Taki sposób obrazowania dobrze pokazuje zmiany ciśnienia akustycznego w objętości badanej spoiny.



Rys.4. Rozkłady pola ultradźwiękowego głowic TOFD zobrazowane na przekroju spoiny o grubości 22 mm dla wybranych kombinacji parametrów głowicy o częstotliwości 10 MHz.

Kolejne dwa rozkłady obliczymy dla najniższej rekomendowanej częstotliwości głowic wynoszącej 5 MHz oraz dwóch średnic przetwornika wynoszących 6 oraz 3 mm. Uzyskane rozkłady ciśnienia akustycznego fali pokazano na rys. 5.



Rys.5. Rozkłady pola ultradźwiękowego głowic TOFD zobrazone na przekroju spoiny o grubości 22 mm dla wybranych kombinacji parametrów głowicy o częstotliwości 5MHz.

Spośród czterech zasymulowanych głowic, których parametry mieszczą się w zakresie rekomendowanym przez normę, jedynie głowica o parametrach $f=10 \text{ MHz}$, $D=3 \text{ mm}$, $\beta=65^\circ$ (rys. 4b) daje, w miarę równomierny, rozkład pola ultradźwiękowego w objętości spoiny.

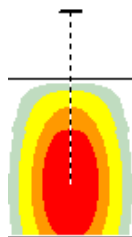
Rozkłady pola dla głowic 5 MHz, pokazane na rys. 5, koncentrują się w zbyt bliskiej odległości od głowicy (efekt krótkiego pola bliskiego) pozostawiając znaczny obszar górnej części spoiny w strefie słabego i nierównomiernego pola akustycznego.

Również rozkład pola wyznaczony dla głowicy o parametrach $f=10 \text{ MHz}$, $D=6 \text{ mm}$, $\beta=65^\circ$ (rys. 4a) nie jest odpowiedni do badania TOFD z uwagi na zbyt dużą koncentrację ciśnienia akustycznego na osi wiązki.

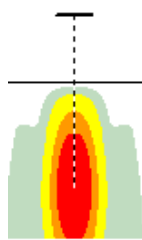
Kontynuując naszą analizę widzimy jednak, że głowica o najbardziej optymalnym rozkładzie pola ultradźwiękowego cechuje się bardzo małą średnicą przetwornika, wynoszącą zaledwie 3 mm. Oznacza to, że będzie ona wprowadzać do materiału bardzo mało energii ultradźwiękowej, a wytwarzane przez nią pole akustyczne będzie słabe. Badania TOFD prowadzone takimi głowicami cechować się będą niskim SNR oraz małą czułością na słabsze sygnały dyfrakcyjne.

Nie można jednak bezkarnie zwiększyć średnicy przetwornika kołowego ponieważ będzie to skutkowało zmniejszeniem rozbieżności wiązki i pogorszeniem równomierności rozkładu pola akustycznego głowicy (patrz rys. 4a) w objętości spoiny. W celu rozwiązania tej sprzeczności zastosujemy innowacyjne rozwiązanie polegające na odejściu od kołowych przetworników standardowo stosowanych w układach TOFD. Zamiast tego przetestujemy przetworniki eliptyczne o wysokości H równej 3 mm i zmiennej szerokości W . Mamy nadzieję, że w ten sposób zwiększymy amplitudę generowanej fali ultradźwiękowej nie zmieniając przy tym rozbieżności wiązki w płaszczyźnie pionowej.

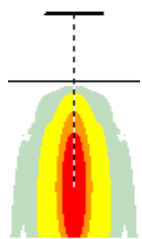
W celu modelowego przetestowania tego rozwiązania obliczymy poprzeczne rozkłady pola ultradźwiękowego głowic TOFD z przetwornikami w kształcie elipsy o różnej szerokości, wychodząc od przetwornika kołowego o wymiarach $H=3\text{ mm}$, $W=3\text{ mm}$ i częstotliwości $f=10\text{ MHz}$. Na rys. 6 pokazano rozkłady poprzeczne pola ultradźwiękowego głowic na osi spiny przy stopniowym zwiększaniu szerokości W przetwornika eliptycznego od 3 do 12 mm.



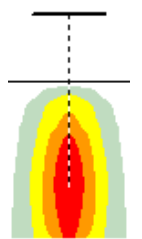
a) $W=3\text{ mm}$ (przetwornik kołowy), $P_{max} = 0,86$ (0 dB)



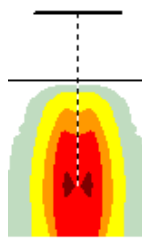
b) $W=5\text{ mm}$ (przetwornik eliptyczny), $P_{max} = 1,41$ (+4,3 dB)



c) $W=8\text{ mm}$ (przetwornik eliptyczny), $P_{max} = 2,00$ (+7,3 dB)



d) $W=10\text{ mm}$ (przetwornik eliptyczny), $P_{max} = 2,04$ (+7,5 dB)



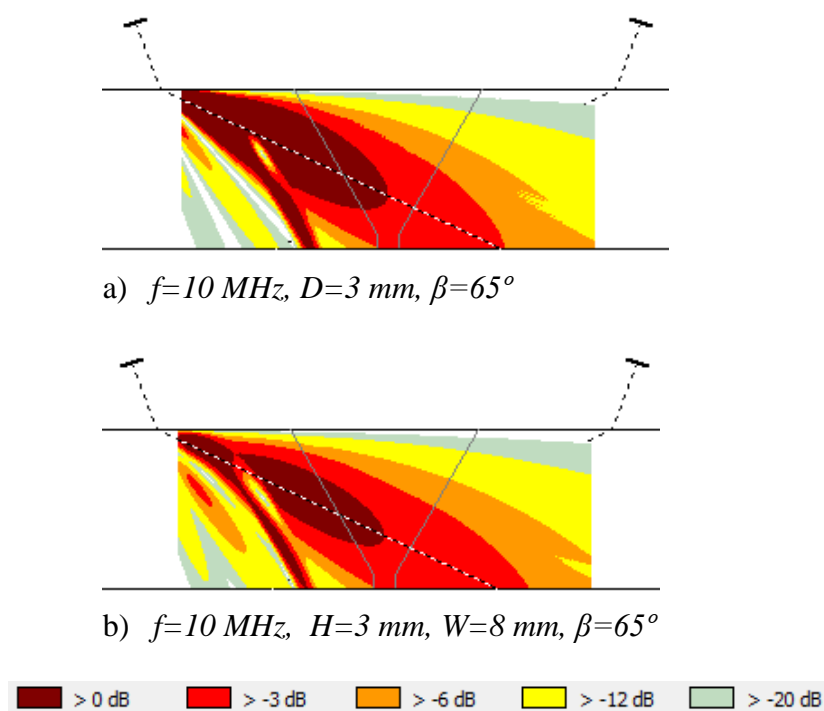
e) $W=12\text{ mm}$ (przetwornik eliptyczny), $P_{max} = 1,78$ (+6,3 dB)

Rys.6. Rozkłady poprzeczne pola ultradźwiękowego głowicy TOFD ($f=10\text{ MHz}$, $\beta=65^\circ$) dla jednakowej wysokości $H=3\text{ mm}$ oraz różnych szerokości W przetwornika eliptycznego.

Z analizy rozkładów poprzecznych pola ultradźwiękowego pokazanych na rys. 6 wynika jednoznacznie, że zwiększanie szerokości przetwornika eliptycznego daje bardzo korzystne efekty, aż do pewnej wartości optymalnej wynoszącej w rozpatrywanym przypadku $W=8\text{ mm}$. Dla optymalnego przetwornika eliptycznego o wymiarach $3\times 8\text{ mm}$ szerokość wiązki zmniejsza się ponad dwukrotnie, zaś ciśnienie akustyczne w maksimum zwiększa się o ponad 7 dB w porównaniu do standardowego przetwornika kołowego o średnicy $D=3\text{ mm}$. Prowadzi to zarówno do podwyższenia amplitudy rejestrowanych sygnałów dyfrakcyjnych jak też do poprawy dokładności wyznaczania długości wskazań wad.

Jednak dalsze zwiększanie szerokości przetwornika eliptycznego, powyżej wartości optymalnej, prowadzi do ponownego zwiększenia szerokości wiązki oraz stopniowej redukcji efektu przyrostu maksymalnego ciśnienia akustycznego wskutek wzrostu powierzchni przetwornika. Zaczynają też pojawiać się pozaosiowe maksima amplitudy ciśnienia akustycznego (patrz rys. 6e) co świadczy o wchodzeniu w obszar pola bliskiego głowicy.

Mając ustalone optymalne rozmiary przetwornika eliptycznego $3\times 8\text{ mm}$ warto jednak sprawdzić czy zwiększenie szerokości przetwornika nie spowodowało pogorszenia rozkładu pola ultradźwiękowego głowicy w przekroju podłużnym. W tym celu na rys. 7 porównano rozkłady pola ultradźwiękowego głowicy ze standardowym przetwornikiem kołowym o średnicy $D=3\text{ mm}$ oraz z przetwornikiem eliptycznym o rozmiarach $H\times W=3\times 8\text{ mm}$, przy jednakowych pozostałych parametrach układu ($f=10\text{ MHz}$, $\beta=65^\circ$).



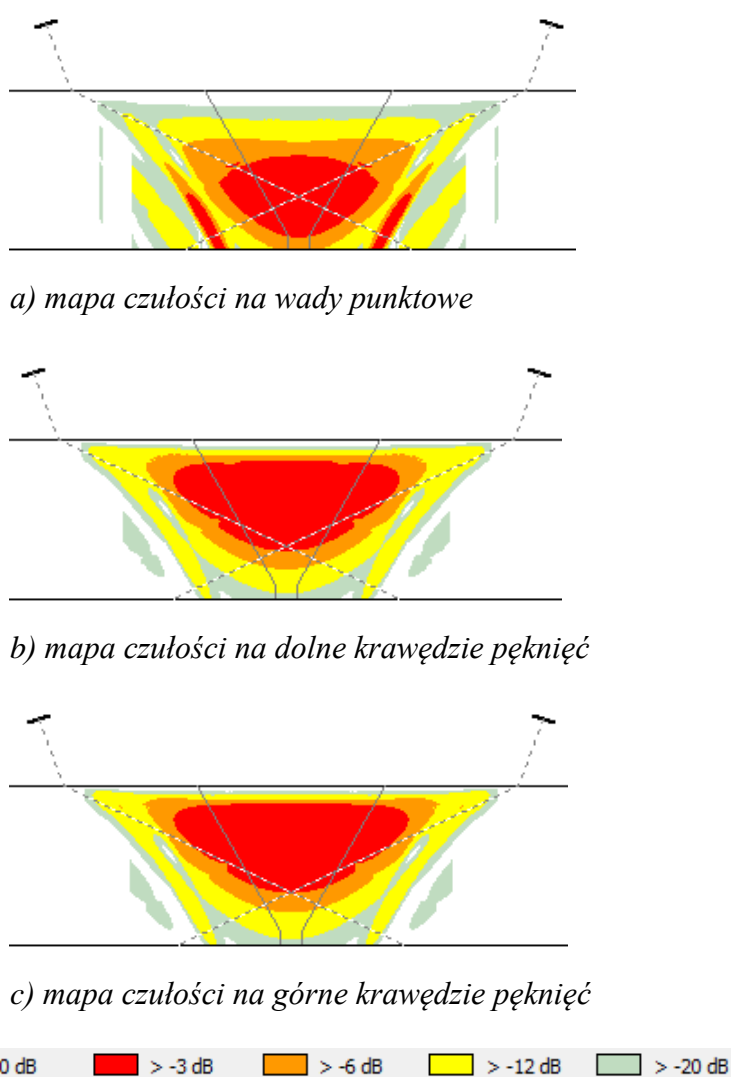
Rys.7. Porównanie rozkładów pola ultradźwiękowego głowic TOFD z przetwornikiem kołowym $D=3\text{ mm}$ oraz przetwornikiem eliptycznym $H\times W=3\times 8\text{ mm}$.

Z porównania rozkładów pola ultradźwiękowego pokazanych na rys. 7a i 7b wynika, że zastąpienie przetwornika kołowego optymalnie dobranym przetwornikiem eliptycznym nie pogorszyło równomierności rozkładu pola głowicy w obszarze badanej spoiny. Jedynie w polu bliskim głowicy, poza obszarem badania, fluktuacje ciśnienia akustycznego głowicy uległy pewnemu zwiększeniu.

W wyniku przeprowadzonej analizy modelowej można stwierdzić, że dla rozpatrywanego badania TOFD spoiny doczołowej o grubości 22 mm optymalne będą głowice z przetwornikiem eliptycznym o wymiarach $3 \times 8 \text{ mm}$, częstotliwości $f=10 \text{ MHz}$ i kącie załamania fal podłużnych $\beta=65^\circ$.

W niektórych zastosowaniach celem badania TOFD może być, nie tyle standardowa kontrola jakości spoin, co wykrywanie określonych rodzajów wad w określonych miejscach badanego elementu. Dobrym przykładem mogą być tutaj np. badania eksploatacyjne konstrukcji stalowych poddawanych silnym obciążeniom zmęczeniowym. Podstawowym celem takich badań będzie wykrywanie pęknięć zmęczeniowych wychodzących od określonej powierzchni badanego elementu.

Do optymalizacji tego rodzaju badań wykorzystać można dodatkową funkcjonalność programu *SymTOFD* polegającą na obliczaniu map czułości układu głowic TOFD na określone rodzaje modelowych reflektorów dyfrakcyjnych. Jako przykład obliczymy pola czułości opracowanego wcześniej układu głowic na wady punktowe oraz dolne i górne krawędzie pęknięć.

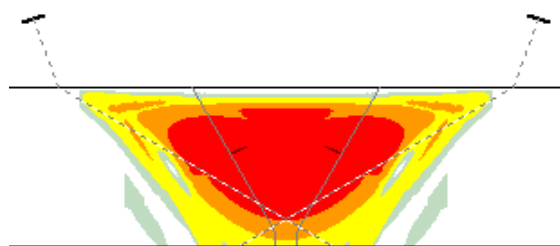


Rys.8. Mapy czułości układu głowic TOFD na modelowe reflektory dyfrakcyjne dla parametrów $f=10 \text{ MHz}$, $\beta=65^\circ$, $H \times W=3 \times 8 \text{ mm}$, $S_g=63 \text{ mm}$.

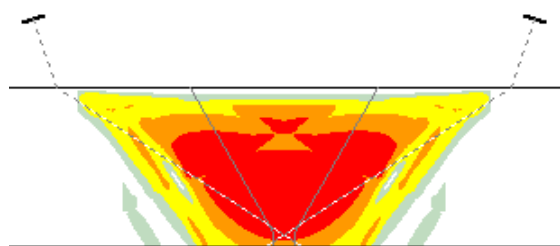
Z rozkładu pokazanego rys. 8a, widać, że najwyższą czułość wykrywania wad punktowych uzyskuje się, zgodnie z oczekiwaniem, w strefie przecięcia osi głowicy nadawczej i odbiorczej. Nieco inaczej wyglądają rozkłady czułości na dolne i górne krawędzie pęknięć

zobrazowane na rys. 8b i 8c. Ujawnia się tutaj kierunkowy charakter krawędziowych fal dyfrakcyjnych [15], który prowadzi do przesunięcia strefy maksymalnej czułości z obszaru przecięcia osi głowic do górnej połowy spoiny.

W przypadku, gdyby głównym celem badania TOFD było wykrywanie pęknięć zmęczeniowych wychodzących od powierzchni zewnętrznej (powierzchni skanowania) rozkład czułości pokazany na rys. 8b byłby optymalny i analizowany układ głowic nie wymagałby większych modyfikacji. Jeśli jednak, celem badań miałyby być wykrywanie pęknięć wychodzących od powierzchni przeciwległej (dolnej), rozkład czułości pokazany na rys. 8c nie byłby najwłaściwszy, ponieważ górne krawędzie płytszych pęknięć znajdowałyby się w obszarze wyraźnie obniżonej czułości badania. W tym przypadku należałoby nieco zmniejszyć kąt załamania głowic układu, przesuując strefę czułości w głąb materiału. Odpowiednie rozkłady czułości obliczone dla układu głowic z kątami załamania $\beta=60^\circ$ i $\beta=57^\circ$ pokazano na rys. 9.



a) mapa czułości na górne krawędzie pęknięć dla kąta $\beta=60^\circ$



b) mapa czułości na górne krawędzie pęknięć dla kąta $\beta=57^\circ$



Rys.9. Mapy czułości układu głowic TOFD na górne krawędzie pęknięć dla parametrów: $f=10\text{ MHz}$, $H \times W=3 \times 8\text{ mm}$, $S_g=63\text{ mm}$ oraz $\beta=60^\circ$ i 57°

Jak widać z rys. 9 obniżenie kąta załamania do 60° a najlepiej do 57° znacznie poprawiło rozkład czułości badania na górne krawędzie pęknięć wychodzących od dolnej powierzchni badanego elementu. Układ głowic TOFD zoptymalizowany do wykrywania tego rodzaju wad w spoinach o grubości 22 mm powinien zatem mieć parametry: $f=10\text{ MHz}$, $\beta=57^\circ$, $H \times W=3 \times 8\text{ mm}$, $S_g=63\text{ mm}$.

6. PODSUMOWANIE

W artykule omówiono zastosowanie zaawansowanego modelowania numerycznego do optymalizacji parametrów funkcjonalnych układów głowic ultradźwiękowych stosowanych w metodzie TOFD. Opisano podstawy fizyczne obliczeń numerycznych pola ultradźwiękowego głowic wychodząc z podstawowej zasady Huygensa oraz wzoru całkowitego Rayleigha-

Sommerfelda. Pokazano, jak wychodząc z tych fundamentalnych zasad, przy dodatkowym wykorzystaniu założeń metody *pencil tracing*, wyprowadzić można praktyczny wzór całkowity do obliczeń pola ultradźwiękowego wytwarzanego przez głowice kątowe fal podłużnych.

Na przykładzie programu *SymTOFD 1.0* omówiono typową funkcjonalność oprogramowania do symulacji badań TOFD umożliwiającego optymalizację układów głowic do celów, warunków i wymagań konkretnego badania. Pokazano, że oprogramowanie takie, nie tylko umożliwi dobór optymalnych parametrów standardowo stosowanych głowic, lecz także projektowanie nowych układów głowic znacznie podwyższających jakość badań. Takim innowacyjnym rozwiązaniem okazało się zastąpienie w głowicach TOFD, standardowo stosowanych przetworników kołowych przez odpowiednio dobrane przetworniki eliptyczne. Pozwoliło to, z jednej strony na powiększenie amplitudy generowanych impulsów, z drugiej zaś na zmniejszenie szerokości wiązki ultradźwiękowej w przekroju poprzecznym i wynikającą stąd poprawę rozdzielczości zobrazowania TOFD w kierunku skanowania.

LITERATURA

- [1] S. Mackiewicz, Modelowanie propagacji fal ultradźwiękowych w badaniach nieniszczących., Materiały XXV Seminarium „Nieniszczące Badania Materiałów”, Zakopane 20-22 marca 2019.
- [2] J. Verkooyen, TOFD used to replace radiography., *Insight*, Vol 37, No 6, June 1995.
- [3] S. Mackiewicz, Skomputeryzowana metoda TOFD – Nowe podejście do ultradźwiękowych badań spoin., Materiały III Seminarium „Ultradźwiękowe Badania Materiałów”, Zakopane 12-14 marca 1997.
- [4] M. Śliwowski, Podwyższenie wiarygodności badania – Studia przypadków zaawansowanych cyfrowych technik NDT., Materiały XXIV Seminarium „Nieniszczące Badania Materiałów”, Zakopane 14-16 marca
- [5] PN-EN ISO 10863:2011 Badania nieniszczące spoin – Badania ultradźwiękowe – Zastosowanie techniki dyfrakcji fal ultradźwiękowych (TOFD).
- [6] PN-EN ISO 15626:2014 Badania nieniszczące spoin – Technika czasu przejścia wiązki dyfrakcyjnej (TOFD) – Poziomy akceptacji.
- [7] C.P. Griffice and J.A. Seydel, Spherical Wave Decomposition Approach to Ultrasonic Field Calculations., *Journal of Nondestructive Evaluation*, Vol. 2, Nos. 3/4, 1981
- [8] J.A. Johnson, N.M. Carlson, and D.M. Tow, Ray Trace Calculations of Ultrasonic Fields., *Res Nondestr Eval* (1991) 3:27-39.
- [9] G.A. Deshamps, Ray Techniques in Electromagnetics., *IEEE*, Vol. 60, No 9. Sept. 1972
- [10] N. Gengembre, Pencil method for ultrasonic beam computation., *WCU 2003*, Paris Sept. 7- 10, 2003.
- [11] J. Obraz, *Ultradźwięki w technice pomiarowej.*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1983.
- [12] T.P. Lerch, Ultrasonic transducer characterization and transducer beam modeling for applications in nondestructive evaluation., *Iowa State University Retrospective Theses and Dissertations* (1996).
- [13] www.ndtsoft.pl
- [14] J.A. Ogilvy, J.A.G. Temple, Diffraction of elastic waves by cracks; application to time-of-flight inspection., *Ultrasonics*, November 1983.
- [15] J. Deputat, S. Mackiewicz, J. Szelażek, Problemy i techniki nieniszczących badań materiałów. Wybrane wykłady – Dyfrakcja fal ultradźwiękowych na szczelinie, Wydawnictwo Biuro Gamma, Warszawa 2007.

